

<b>Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud</b>	
<b>ENUNCIADOS</b>	<b>Junio de 2019</b>

**OPCIÓN A**

**Problema 1.** Se da la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ -2 & a+1 & 2 \\ -3 & a-1 & a \end{pmatrix}$ , que depende del parámetro real

$a$ , y una matriz cuadrada  $B$  de orden 3 tal que  $B^2 = \frac{1}{3}I - 2B$ , siendo  $I$  la matriz identidad de orden 3. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) El rango de la matriz  $A$  en función del parámetro  $a$  y el determinante de la matriz  $2A^{-1}$  cuando  $a=1$ .

b) Todas las soluciones del sistema de ecuaciones  $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$  cuando  $a=-1$ .

c) La comprobación de que  $B$  es invertible, encontrando  $m$  y  $n$  tales que  $B^{-1} = mB + nI$ .

**Problema 2.** Consideremos en el espacio las rectas  $r: \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 2x - z + 3 = 0 \end{cases}$  y

$s: x = y + 1 = \frac{z-2}{2}$ . Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) La ecuación del plano que contiene a las rectas  $r$  y  $s$ .

b) La recta que pasa por  $P = (0, -1, 2)$  y corta perpendicularmente a la recta  $r$ .

c) El valor que deben tener los parámetros reales  $a$  y  $b$  para que la recta  $s$  esté contenida en el plano  $\pi: x - 2y + az = b$ .

**Problema 3.** Se considera la función  $f(x) = xe^{-x^2}$ . Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- Las asíntotas, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los máximos y mínimos relativos de la función  $f(x)$ .
- La representación gráfica de la curva  $y = f(x)$ .
- El valor del parámetro  $a$  para que se pueda aplicar el teorema de Rolle en el intervalo  $[0,1]$  a la función  $g(x) = f(x) + ax$ .
- El valor de las integrales indefinidas  $\int f(x)dx$  y  $\int xe^{-x}dx$ .

### **OPCIÓN B**

**Problema 1.** Se da el sistema 
$$\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 3x + 4y + 5z = 5 \\ 7x + 9y + 11z = \alpha \end{cases}$$
, donde  $\alpha$  es un parámetro real.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- Los valores de  $\alpha$  para los que el sistema es compatible y los valores de  $\alpha$  para los que el sistema es incompatible.
- Todas las soluciones del sistema cuando sea compatible.
- La discusión de la compatibilidad y determinación del nuevo sistema deducido del anterior al cambiar el coeficiente 11 por cualquier otro número diferente.

**Problema 2.** Sea  $\pi$  el plano de ecuación  $9x + 12y + 20z = 180$ . Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- Las ecuaciones de los dos planos paralelos a  $\pi$  que distan 4 unidades de  $\pi$ .
- Los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  intersección del plano  $\pi$  con los ejes  $OX$ ,  $OY$  y  $OZ$  y el ángulo que forman los vectores  $\overrightarrow{AB}$  y  $\overrightarrow{AC}$ .
- El volumen del tetraedro cuyos vértices son el origen  $O$  de coordenadas y los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ .

**Problema 3.** Las coordenadas iniciales de los móviles  $A$  y  $B$  son  $(0,0)$  y  $(250,0)$ , respectivamente, siendo 1 km la distancia del origen de coordenadas a cada uno de los puntos  $(1,0)$  y  $(0,1)$ .

El móvil  $A$  se desplaza sobre el eje  $OY$  desde su posición inicial hasta el punto  $(0,375/2)$  con velocidad de 30 km/h, y simultáneamente, el móvil  $B$  se desplaza

sobre el eje  $OX$  desde su posición inicial hasta el origen de coordenadas con velocidad de 40 km/h.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) La distancia  $f(t)$  entre los móviles  $A$  y  $B$  durante el desplazamiento, en función del tiempo  $t$  en horas desde que comenzaron a desplazarse.
- b) El tiempo  $T$  que tardan los móviles en desplazarse desde su posición inicial a su posición final, y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $f$  a lo largo del trayecto.
- c) Los valores de  $t$  para los que la distancia de los móviles es máxima y mínima durante su desplazamiento y dichas distancias máxima y mínima.