PROBLEMAS ADICIONALES RESUELTOS

SOBRE VARIABLES ALETORIAS

Grupos P1 y P2 (Prof. Ledesma)

Problemas. Variables aleatorias.

1.- Sea la v.a. X que toma los valores -1 y 0 con probabilidades 0,1 y 0,2 respectivamente y además toma valores en el intervalo (0,2) de acuerdo con la función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} k(2x-1) & \text{si } x \in (1,2) \\ 0 & \text{si } x \notin (1,2) \end{cases}$$

a) Hallar el valor de k.

b) Hallar E(X).

<u>*Solución*</u>

a) El valor de k es aquel que verifica que la suma de todas las probabilidades asignadas a los valores de X es 1, es decir:

P(X = 1) + P(X = 0) + P[X $\in$ (0,2)] = 1

Por tanto:

$$0{,}1 + 0{,}2 + \int_1^2 k(2x-1)dx = 1 \Rightarrow \text{k} = 0{,}35$$

b) $E(X) = (-1).0{,}1 + 0.0{,}2 + 0{,}35\int_1^2 x(2x-1)dx = 1{,}008$

2.-Se debe elegir entre 2 procesos para la fabricación de pernos cuya longitud sigue una distribución continua, con funciones de densidad dadas por f y g para el proceso 1 y el proceso 2 respectivamente.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3}{x^4} & \text{si } x > 1 \\ 0 & \text{si } x \leq 1 \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} \dfrac{4}{x^5} & \text{si } x > 1 \\ 0 & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$$

Si solo se aceptan pernos con longitudes entre 1,1 y 2 cm,

a) ¿qué proceso produce mayor porcentaje de pernos aceptables?

b) Calcular la longitud media y la varianza de los pernos producidos en cada proceso.

<u>*Solución*</u>

a) Sean las v.a. X_i: “longitud de los pernos producidos por el proceso i”, i =1, 2.

$$P(1{,}1 < X_1 < 2) = \int_{1{,}1}^2 \frac{3}{x^4}dx = 0{,}62631 \rightarrow 62{,}631\% \quad \text{de pernos aceptables}$$

$$P(1{,}1 < X_2 < 2) = \int_{1{,}1}^2 \frac{4}{x^5}dx = 0{,}62051 \rightarrow 62{,}051\% \quad \text{de pernos aceptables}$$

Por tanto el proceso 1 produce un mayor porcentaje de pernos aceptables.

b) <u>Proceso 1</u>

$$E(X_1) = \int_1^\infty x\frac{3}{x^4}dx = 1{,}5$$

$$V(X_1)=E(X_1^2)-(E(X_1))^2=\int_1^{\infty} x^2\frac{3}{x^4}dx-\left(\frac{3}{2}\right)^2=3-\frac{9}{4}=\frac{3}{4}$$

<u>Proceso 2</u>

$$E(X_2)=\int_1^{\infty} x\frac{4}{x^5}dx=\frac{4}{3}$$

$$V(X_2)=E(X_2^2)-(E(X_2))^2=\int_1^{\infty} x^2\frac{4}{x^5}dx-\left(\frac{4}{3}\right)^2=2-\frac{16}{9}=\frac{2}{3}$$

3.-La variable aleatoria X representa la duración, en minutos, de las llamadas a una línea telefónica y su f.d.p. está dada por:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{\frac{-x}{2}} & \text{si x} > 0\\ 0 & \text{si x} < 0\end{cases}$$

a) Calcular la probabilidad de que el tiempo de duración de una llamada esté entre 5 y 10 minutos.
b) Si se define la v.a. Y = 250 +76X, que representa el costo, en pesos, de una llamada, calcular la f.d.p. de la v.a. Y y su valor esperado.
<u>Solución</u>

a) $P(5\le X\le 10)=\int_5^{10}\frac{1}{2}\,\mathrm{e}^{\frac{-x}{2}}\,dx=0{,}0753$

b) Y es función de la v.a. X $\Rightarrow$ Y = H(X) = 250 + 76X
Queremos hallar la f.d.p. de la v.a. Y.

i) G(y) = P(Y ≤ y) = P(250 + 76X ≤ y) = P(X ≤ (y-250)/76) =
$=\int_0^{(y-250)/76}\frac{1}{2}\,\mathrm{e}^{\frac{-x}{2}}\,dx=1-e^{-\frac{y-250}{152}}$

ii) G'(y) = $\frac{1}{152}e^{-\frac{y-250}{152}}$

iii) Veamos para que valores de y, G'(y) es una f.d.p.

$$y=250+76x \Rightarrow \text{x}=\frac{\text{y - 250}}{76}$$

$$\text{si}\quad \text{x}>0 \Rightarrow \frac{\text{y - 250}}{76}>0\Rightarrow \text{y}>250$$

por tanto la f.d.p. buscada, que indicaremos g(y), será:

$$g(y)=\begin{cases}\frac{1}{152}\,e^{-\frac{y-250}{152}} & \text{si } y>250\\ 0 & \text{si } y<250\end{cases}$$

La esperanza de Y es:

$$E(Y)=E(250+76X)=250+76E(X)=250+76\int_0^{\infty}\frac{x}{2}\exp\left(-\frac{x}{2}\right)dx=402\$$$

4.-Una máquina de fabricar proyectiles produce balas, cuyo diámetro, medido en milímetros, es una v.a. X con f.d.p.:

$$f(x)=\begin{cases}k(x-8)(9-x) & \text{si } 8\le x\le 9\\ 0 & \text{cc}\end{cases}$$

a) Calcular el valor de la constante k.
b) ¿Cuál es la función de densidad para el área de la sección de dichas balas?
c) Estas balas se introducen en cargadores de 10 cartuchos, para lo cual es necesario que su diámetro esté comprendido entre 8,1 y 9,1mm. Si se toman 10 de estas balas al azar, ¿cuál es la probabilidad de llenar el cargador?

<u>*Solución*</u>

a) Para que la función dada sea f.d.p. debe verificarse que:

$$\int_8^9 k(x-8)(9-x)dx=1 \quad \text{haciendo la integral y despejando k se obtiene k} = 6$$

b) El área de la sección de una bala es H(X) = π $(X/2)^2$ = $\pi\dfrac{X^2}{4}$

Se debe hallar la f.d.p. de la función de la variable aleatoria H(X) = Y

Verificar que:

$$g(y)=\begin{cases}12\left(\frac{17}{\pi}-\frac{2\sqrt{y}}{\pi\sqrt{\pi}}-\frac{36}{\sqrt{y\pi}}\right) & \text{si } \frac{64\pi}{4}\le y\le\frac{81\pi}{4}\\ 0 & \text{en otro caso}\end{cases}$$

c) Sean los sucesos: B_i: “la i-ésima bala puede introducirse en el cargador”,

i = 1,2,…,10.
Entonces:

$$P(B_i) = P(8{,}1 \le X \le 9{,}1) = \int_{8{,}1}^{9} 6(x-8)(9-x)dx = 0{,}972$$

Sea el suceso B: "el diámetro de las 10 balas está comprendido entre 8,1 y 9,1 mm. $\Rightarrow$ $P(B) = P(\bigcap_{i=1}^{10} B_i) = P(B_1).P(B_2)......P(B_{10}) = (0{,}972)^{10} = 0{,}75277$

5.-Para establecer el precio a pagar por cada litro de leche, se ha tenido en cuenta el contenido de materia grasa por litro de leche. Se consideraron 3 categorías:
<u>Categoría 1</u>: contenido en materia grasa inferior al 4%.
<u>Categoría 2</u>: contenido en materia grasa entre el 4% y el 5%.
<u>Categoría 3</u>: contenido en materia grasa superior al 5%.

Por estudios anteriores, se sabe que el porcentaje de materia grasa por litro de leche procesado por esta empresa es una variable aleatoria X con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2(6-x)}{9} & \text{si } 3 < x < 6 \\ 0 & \text{si } x \notin (3,6) \end{cases}$$

Sabiendo que el precio del litro de leche pagado por una empresa es de 3$ para la categoría 1; 3,5$ para la categoría 2 y 4$ para la categoría 3, obténgase el precio medio del litro de leche pagado por la empresa láctea.

<u>Solución</u>

Sean los sucesos:
A_i: "pertenecer a la categoría i"; i = 1,2,3.
Definimos la v.a.:
Y: "precio pagado por cada litro de leche"
Se quiere calcular E(Y); para lo cual se necesita conocer la f.d.p. de la v.a. Y.

$$p_1 = P(A_1) = \int_3^4 \frac{2(6-x)}{9}dx = \frac{5}{9}$$

$$p_2 = P(A_2) = \int_4^5 \frac{2(6-x)}{9}dx = \frac{3}{9}$$

$$p_3 = P(A_3) = \int_5^6 \frac{2(6-x)}{9}dx = \frac{1}{9}$$

Entonces:

$E(Y) = 3.p_1 + 3{,}5.p_2 + 4.p_3 = 3{,}27\$$

6.-Sea (X, Y) v.a.b. con f.d.p.c. dada por:

$$f(x,y)=\begin{cases} k(x+y) & 0<\text{x}<10,\ 0<\text{y}<5 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Calcular el valor de la constante k.
b) Calcular la densidad marginal de la v.a.Y.
c) Calcular P(X < 7/ Y = 3).
d) Calcular E(X/Y = 3)

<u>Solución</u>

a) Dado que f debe ser f.d.p., se cumple:

$$\iint_{R^2} f(x,y)dxdy = 1$$

Por tanto:

$$\int_0^{10}\left(\int_0^5 k(x+y)dy\right)dx = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{375}$$

b)

$$h(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx = \begin{cases} \displaystyle\int_0^{10} \frac{x+y}{375}dx = \frac{2}{15}+\frac{2}{75}y & \text{si y} \in (0,5) \\ 0 & \text{si y} \notin (0,5) \end{cases}$$

h(y) = f.d.p. marginal de y.

c) $P(X<7/Y=3)=\int_{-\infty}^{7} g(x/3)dx$

Se debe hallar la f.d.p. de X condicionada a Y = 3, indicada g(x/3).

$$g(x/3)=\frac{f(x,3)}{h(3)}=\begin{cases} \dfrac{x+3}{80} & \text{x} \in (0,10) \\ 0 & \text{x} \notin (0,10) \end{cases}$$

luego:

$$P(X<7/Y=3)=\int_{-\infty}^{7} g(x/3)dx=\int_{0}^{7}\frac{x+3}{80}dx=0{,}569$$

d) $$E(X/Y=3)=\int_{-\infty}^{+\infty} x.g(x/3)dx=\int_{-\infty}^{+\infty} x\frac{x+3}{80}dx=\frac{145}{24}=6{,}04$$

7.-Sea X la variable aleatoria que mide la temperatura ambiental, en grados centígrados, que necesita un motor diesel para encender, e Y la variable que mide el tiempo transcurrido, en minutos, hasta que enciende. Suponiendo que la f.d.p.c. viene dada por:

$$f(x,y)=\begin{cases} C(4x+2y+1) & \text{si } 0\le x\le 40;\ \ 0\le y\le 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Calcular el valor del la constante C.

b) Calcular las funciones de densidad marginales.

c) Calcular la probabilidad de que un día con temperatura de 20 ºC, tarde en encender más de un minuto.

<u>*Solución*</u>

a) Debemos considerar que se cumple (por ser f(x,y) f.d.p.c.):

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dxdy=1 \quad \Rightarrow C\int_{0}^{10}\int_{0}^{2}(4x+2y+1)dydx=1\Rightarrow C=\frac{1}{6640}$$

b) <u>Función de densidad marginal respecto de X</u>:

$$g(x)=\begin{cases} \int_{0}^{2} f(x,y)dy=\frac{1}{6640}(8x+6) & \text{si } 0\le x\le 40 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

<u>Función de densidad marginal respecto de Y</u>:

$$h(y)=\begin{cases} \int_{0}^{40} f(x,y)dx=\frac{1}{6640}(3240+80y) & \text{si } 0\le y\le 2 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

c) La probabilidad pedida es:

$$P(Y \geq 1/X = 20) = \int_{1}^{+\infty} h(y/20)dy$$

Debemos calcular h(y/20):

$$h(y/20) = \frac{f(20,y)}{g(20)} = \frac{C(80+2y+1)}{C(8.20+6)} = \begin{cases} \frac{1}{166}(81+2y) & \text{si } 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Entonces:

$$P(Y \geq 1/X = 20) = \int_{1}^{+\infty} h(y/20)dy = \frac{1}{166}\int_{1}^{2}(81+2y)dy = 0{,}506$$

8.- El tiempo, en meses, necesario para que un programa antivirus para PC se distribuya en el mercado, sigue una ley dada por la función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\exp(-\frac{x}{2}) & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

La aparición de nuevos virus hace obsoleto el antivirus, siendo el tiempo (en meses) de validez del programa una variable aleatoria con función de densidad:

$$h(y) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{si } x \in (0,4) \\ 0 & \text{si } x \notin (0,4) \end{cases}$$

¿Cuál es la probabilidad de que el programa se distribuya antes de que aparezcan nuevos virus?

Solución

Sean las v.a.:

X: “tiempo necesario para distribuir un programa”

Y: “tiempo que tardan en aparecer nuevos virus”

Teniendo en cuenta el enunciado del problema, podemos suponer en principio que X e Y son independientes.

Debemos calcular la probabilidad del suceso $\{X<Y\}$:

P(X < Y) + P(Y ≤ X) = 1 ⇒ P(X < Y) = 1 – P(Y ≤ X)

$$P(Y \leq X) = \iint_{\{y\leq x\}} f(x,y)dydx = \int_{0}^{4}\int_{0}^{x}(1/2)\exp(-x/2)(1/4)dydx + \int_{4}^{+\infty}\int_{0}^{4}(1/2)(\exp(-x/2)(1/4)dydx$$

$$= \frac{1}{8}\int_{0}^{4} x\exp(-x/2)dx + \frac{1}{2}\int_{4}^{+\infty}\exp(-x/2)dx = 0{,}43233$$

Por tanto:

P(X < Y) = 1-P(Y ≤ X) = 0,56767

Para obtener la región de integración cuando calculamos P(Y ≤ X):

- Tener en cuenta que las f.d.p. son mayores que 0, cuando: x >0; 0 < y < 4
- Hacer la gráfica que muestra la región sobre la cual debemos integrar.

9.- Un traductor fija el siguiente precio, en pesos, a pagar por hoja traducida,

$$P = 350+10X+5Y$$

siendo X un coeficiente obtenido por el tipo de traducción de que se trate (mayor o menor dificultad en función de la especialidad del trabajo a traducir) e Y otro coeficiente en función de la presentación del texto a traducir. Por experiencias anteriores se sabe que la f.d.p.c. es:

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{2}{81} & \text{si } 1\le x\le 10; 1\le y\le x\\ 0 & \text{en otro caso}\end{cases}$$

a) ¿Son las v.a. X e E independientes? Justificar.
b) Determinar el precio medio que cobre por hoja traducida.
Solución
a) Función de densidad de probabilidad marginal respecto de X:

$$g(x)=\begin{cases}\displaystyle\int_1^x \frac{2}{81}dy=\frac{2(x-1)}{81} & \text{si } 1\le x\le 10\\ 0 & \text{en caso contrario}\end{cases}$$

Función de densidad de probabilidad marginal respecto de Y:

$$h(y)=\begin{cases}\displaystyle\int_y^{10} \frac{2}{81}dx=\frac{2(10-y)}{81} & \text{si } 1\le y\le 10\\ 0 & \text{en caso contrario}\end{cases}$$

Dado que f(x,y) ≠ g(x).h(y), se concluye que X e Y no son independientes.

b) El precio medio está dado por:

$$E(P)=E(350+10X+5Y)=350+10E(X)+5E(Y) \quad \text{donde}$$

$$E(X)=\int_1^{10} xg(x)dx=\int_1^{10} x\frac{2(x-1)}{81}dx=7$$

$$E(Y)=\int_1^{10} yh(y)dy=\int_1^{10} y\frac{2(10-y)}{81}dy=4$$

Por tanto el precio medio es 440$.

10.- Sean X e Y las desviaciones absolutas vertical y horizontal, medidas en metros, con respecto a un blanco fijo, de un misil lanzado por un cañón. Se ha comprobado que la función de densidad conjunta de ambas variables es:

$$f(x,y)=\begin{cases} x.e^{-x(1+y)} & \text{si x, y} \geq 0 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

a) Calcular las funciones de densidad marginales.
b) Calcular la probabilidad de no desviarse del blanco en menos de 2 metros en dirección vertical y en menos de tres metros en dirección horizontal.
c) Dado que es posible ajustar la pieza en orientación de forma que Y = 0, es decir, anulando el error horizontal, ¿cuál es en este caso el valor más probable para las desviaciones verticales y cuál el valor esperado para esta variable?

<u>*Solución*</u>

a) Las funciones de densidad marginal de X e Y son respectivamente:

$$g(x)=\begin{cases} \int_0^{+\infty} xe^{-x(1+y)}dy=(xe^{-x}).\int_0^{+\infty} e^{-xy}dy=e^{-x} & \text{si x} \geq 0 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$h(y)=\begin{cases} \int_0^{+\infty} xe^{-x(1+y)}dx=\dfrac{1}{1+y^2} & \text{si y} \geq 0 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

b) Se trata de calcular: $P(X \leq 2 \wedge \mathrm{Y} \leq 3)=\int_0^2\int_0^3 \mathrm{xe}^{\text{-x(1+y)}}dydx=0{,}61475$

c) El valor más probable de la variable X condicionada a que la variable Y = 0 será aquél valor que tome la v.a. X que haga máxima la f.d.p. condicionada.
Hallamos primero la función de densidad de probabilidad de X condicionada a
Y = 0:

$$g(x/y)=\frac{f(x,y)}{h(y)}=\frac{xe^{-x(1+y)}}{1/(1+y)^2}\Rightarrow g(x/0)=xe^{-x} \quad \text{si x} \geq 0 \text{ (en caso contrario vale 0)}$$

Hallamos ahora el valor de x que maximiza g(x/0):
$[g(x/0)]' = e^{-x} - xe^{-x} = 0 \Rightarrow$ **x = 1**

$$E(X/Y=0)=\int_0^{+\infty} xxe^{-x}dx=2$$

11.-En un motor operan conjuntamente dos componentes electrónicas distintas A y B. Sean X e Y las duraciones respectivas de dichas componentes, cuya densidad conjunta está dada por:

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{8}x\exp(-\frac{x+y}{2}) & \text{si x, y} > 0\\ 0 & \text{en caso contrario}\end{cases}$$

a) ¿Son X e Y independientes?
b) Estas componentes se descomponen con frecuencia, siendo el costo de reparación, en miles de $, C = 50 +2X +4Y. Calcular el costo medio de reparación.
Respuestas:

- **a)** X e Y son independientes.
- **b)** E(C) = 66

12.-Un buque recibe datos de una estación de control atmosférico. Se sabe que en situaciones normales, los datos se adecuan a una variable con f.d.p. dada por:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{e^{-x/100}}{100} & \text{si x} > 0\\ 0 & \text{en caso contrario}\end{cases}$$

No obstante, de vez en cuando, en un 5% de las veces, se producen errores en la transmisión de un dato, en cuyo caso la distribución del registro recibido tiene f.d.p. dada por:

$$g(x)=\begin{cases}\frac{e^{-x/200}}{200} & \text{si x} > 0\\ 0 & \text{en caso contrario}\end{cases}$$

Se pide:
a) Probabilidad de que un registro incorrecto tome un valor menor que 100.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el valor registrado, 220, sea incorrecto?
<u>*Solución*</u>
a) Sean las v.a.
X: “valor registrado”

$$Y=\begin{cases}1 & \text{si el valor registrado es correcto}\\ 0 & \text{si el valor registrado no es correcto}\end{cases}$$

De acuerdo al enunciado: P(Y = 0) = 0,05 y P(Y = 1) = 0,95
Si Y = 0 $\Rightarrow$ la f.d.p de X es g.
Si Y = 1 $\Rightarrow$ la f.d.p. de X es f

Por tanto la probabilidad pedida será:

$$P(X<100/Y=0)=\int_0^{100}\frac{e^{-x/200}}{200}dx=0{,}39347$$

b) Aplicando el teorema de Bayes:

$$P(Y=0/X=220)=\frac{g(220).P(Y=0)}{g(220).P(Y=0)+f(220).P(Y=1)}=0{,}07326$$

Ejercicios propuestos

1.- Justificar si pueden ser f.d.p las siguientes:

$$a)\ f(x)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}x, \qquad \text{para } x\in(0,2)$$

$$b)\ f(x)=\frac{1}{2}-x, \qquad \text{para } x\in(0,2)$$

$$c)\ f(x)=1-\frac{1}{2}x, \qquad \text{para } x\in(0,2)$$

2.- Hallar la media $\mu = E(X)$, la varianza $\sigma^2 = V(X)$ y la desviación estándar σ en cada una de las distribuciones siguientes:

X	3	8	12
$P(x_i)$	1/3	1/2	1/6

X	1	3	4	5
$P(x_i)$	0,4	0,1	0,2	0,3

3.- Sea X una v.a. continua con la siguiente f.d.p.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{6}x+k & \text{si } 0\le x\le 3\\ 0 & \text{en otro caso}\end{cases}$$

a) Hallar la constante k.
b) Hallar $P(1 \le x \le 2)$.
c) Calcular E(X) y Var(X)

4.- Dada la función: $f(x)=\begin{cases}k & \text{si } 3\le x\le 8\\ 0 & \text{en caso contrario}\end{cases}$

a) Calcular el valor de k para que f(x) sea la f.d.p. de una v.a. X.
b) Hallar $P(4 < x < 6)$; $P(2 < X \le 5)$; $P(X = 6)$.
c) Calcular E(X) y V(X).

5.- Determinar la distribución de probabilidad de una v.a. X sabiendo que que toma los valores -3, -1, 2 y 5 y que sus respectivas probabilidades son:

$$\frac{2k-3}{10};\quad \frac{k+1}{10};\quad \frac{k-1}{10};\quad \frac{k-2}{10}$$

6.-Una casa de venta de automóviles tiene datos sobre el número de coches nuevos vendidos X y el número de vendedores Y en una muestra de 200 días.
Los datos son los siguientes:

X/Y	1	2	3

0	18	16	12
1	10	14	16
2	16	12	26
3	20	24	16

a) Hallar las distribuciones marginales de X e Y.
b) Encontrar las probabilidades condicionales: P(X = 2/Y = 1) y P(Y = 2/X = 1).
c) Calcular E(X) y E(X/Y = 1).
d) Son X e E independientes. Justificar la respuesta.

7.- Cierto supermercado tiene una caja general de salida y una caja rápida. Sea X el número de clientes que están en espera en la caja general en un momento particular del día. Sea Y el número de clientes en espera en la caja rápida al mismo tiempo. Supongamos que la f.d.p.c de X e Y es la indicada en la tabla siguiente:

X/Y	0	1	2	3
0	0,08	0,07	0,04	0
1	0,06	0,15	0,05	0,04
2	0,05	0,04	0,1	0,06
3	0	0,03	0,06	0,07
4	0	0,01	0,05	0,04

a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente un cliente en cada línea de espera?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que los números de clientes en espera en ambas filas sean iguales?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente 2 clientes más en una línea de espera que en la otra?
d) ¿Cuál es la probabilidad que el número total de clientes entre ambas filas de espera sea exactamente 4?
e) Determinar la distribución marginal de X y calcular el número esperado de clientes de la línea de espera en la caja general?
f) ¿Cuál es la probabilidad de que haya por lo menos dos clientes en espera en la caja general si en la caja rápida hay 3 clientes?
g) ¿Son las v.a. X e Y independientes? Justificar.

8.- En un taller mecánico el tiempo, en horas, de reparación de un automóvil es una v.a. con f.d.p dada por:

$$f(x) = \begin{cases} k & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Hallar el valor de la constante k.
b) Calcular E(X) y V(X).
c) Si la reparación de un coche tiene una duración superior a los 20 minutos, ¿cuál es la probabilidad de que sea inferior a los 30 minutos?

9.- Los afiliados a una obra social realizan habitualmente un trámite para obtener la autorización de prestaciones odontológicas; el tiempo en minutos que deben esperar para ser atendidos en las dos secciones que intervienen en la tarea son variables aleatorias con la función de densidad conjunta:

$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x}{8}+\dfrac{y}{6} & \text{si } 1\leq x\leq 3 \wedge 1\leq y\leq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Hallar el tiempo medio de espera en cada una de las secciones y sus correspondientes desviaciones estándares.
b) Calcular el tiempo medio de espera de la sección Y si en la sección X se debe esperar 2 minutos.
c) Si un afiliado debe esperar 1,6 minutos en la sección Y, calcular el tiempo medio en la sección X.
d) Determinar la covarianza de la distribución.
e) ¿Son independientes los tiempos de espera en ambas secciones?