EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATORIA DE JUNIO DE 2019
EJERCICIO DE: **MATEMÁTICAS II**
TIEMPO DISPONIBLE: **1 hora 30 minutos**

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1.

a) (*2 puntos*) Determine el rango de la matriz A siguiente, según los diferentes valores del parámetro k.

$$A = \begin{pmatrix} k & 0 & k \\ 0 & k+2 & 0 \\ 1 & 1 & k+2 \end{pmatrix}$$

b) (*1 punto*) Determine la inversa de la matriz A anterior cuando $k = 1$.

SOLUCIÓN

a) El único menor de orden 3 de la matriz es el propio determinante de A:

$$\begin{vmatrix} k & 0 & k \\ 0 & k+2 & 0 \\ 1 & 1 & k+2 \end{vmatrix} = k\cdot(k+2)^2 - k\cdot(k+2) = k\cdot(k+2)\cdot(k+2-1) = k\cdot(k+2)\cdot(k+1) = 0 \;\Rightarrow\; k=0 \;,\; k=-2 \;,\; k=-1$$

Por lo tanto:

- Para $k \neq -2, -1$ y 0: hay un menor de orden 3 distinto de 0, luego el rango de A es 3.

- Para $k=-2$: $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y como el menor $\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0$, el rango de A es 2.

- Para $k=-1$: $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y como el menor $\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1 \neq 0$, el rango de A es 2.

- Para $k=0$: $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ y como el menor $\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0$, el rango de A es 2.

b) Para $k=1$: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. Tenemos: $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 9 - 3 = 6 \neq 0 \;\Rightarrow\; \exists A^{-1}$

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Adjunta (*)}} (A_{ij}) = \begin{pmatrix} 9 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & -1 \\ -3 & 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Traspuesta}} (A_{ji}) = \begin{pmatrix} 9 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 0 \\ -3 & -1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Inversa}}$$

$$\xrightarrow{\text{Inversa}} A^{-1} = \frac{(A_{ji})}{|A|} = \begin{pmatrix} 3/2 & 1/6 & -1/2 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ -1/2 & -1/6 & 1/2 \end{pmatrix}$$

(*) Cálculo de los adjuntos de la matriz A:

$$A_{11}=\begin{vmatrix}3&0\\1&3\end{vmatrix}=9\ ,\ A_{12}=-\begin{vmatrix}0&0\\1&3\end{vmatrix}=0\ ,\ A_{13}=\begin{vmatrix}0&3\\1&1\end{vmatrix}=-3\ ,\ A_{21}=-\begin{vmatrix}0&1\\1&3\end{vmatrix}=1\ ,\ A_{22}=\begin{vmatrix}1&1\\1&3\end{vmatrix}=2\ ,\ A_{23}=-\begin{vmatrix}1&0\\1&1\end{vmatrix}=-1\ ,\ A_{31}=\begin{vmatrix}0&1\\3&0\end{vmatrix}=-3\ ,$$

$$A_{32}=-\begin{vmatrix}1&1\\0&0\end{vmatrix}=0\ ,\ A_{33}=\begin{vmatrix}1&0\\0&3\end{vmatrix}=3$$

2.

a) (*1 punto*) Determine el valor de las constantes a y b para que los puntos siguientes estén alineados $A:(1,1,2)$, $B:(2,2,2)$ y $C:(-1,a,b)$ y determine la recta que los contiene.

b) (*0,5 puntos*) Dados dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, calcule el vector:

$$(\vec{u}-\vec{v})\times(\vec{u}-\vec{v})$$

Donde el símbolo "×" representa el producto vectorial.

SOLUCIÓN

a) Los puntos A y B nos permiten calcular la ecuación de la recta que contiene a los tres puntos:

$$\left.\begin{array}{l}A:(1,1,2)\\ \vec{u}=\overrightarrow{AB}=(1,1,0)\end{array}\right|\Rightarrow\ \frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{0}$$ (ecuación de la recta que contiene a los tres puntos)

Como el punto C también debe de estar en la recta: $\frac{-1-1}{1}=\frac{a-1}{1}=\frac{b-2}{0}\ \Rightarrow\ \begin{array}{l}-2=a-1\\0=b-2\end{array}\ \Rightarrow\ a=-1\ ,\ b=2$

b) $(\vec{u}-\vec{v})\times(\vec{u}-\vec{v})=\vec{0}$ pues el producto vectorial de un vector por sí mismo (o por cualquiera que tenga su misma dirección) es el vector nulo ya que su módulo es: $\left|(\vec{u}-\vec{v})\times(\vec{u}-\vec{v})\right|=\left|\vec{u}-\vec{v}\right|\cdot\left|\vec{u}-\vec{v}\right|\cdot \text{sen}0^{o}=0$

3.

a) (*1,5 puntos*) Un rectángulo tiene sus vértices en los puntos $(0,0),(a,0),(0,b)$ y (a,b), donde $a>0$ y $b>0$ y además el punto (a,b), está situado en la curva de ecuación:

$$y=\frac{1}{x^2}+9$$

De entre todos los rectángulos que cumplen esas condiciones determine el rectángulo de área mínima y calcule dicha área mínima.

b) (*1 punto*) Determine:

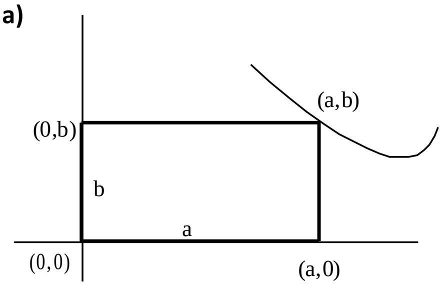
$$\int\frac{1}{9-x^2}\,dx$$

c) (*1,5 puntos*) Determine el valor de la constante k para que se verifique que:

$$\lim_{x\to1}\frac{x^3+x^2+kx+3}{x^3-x^2-x+1}=2$$

SOLUCIÓN

a)



Puesto que el vértice (a,b) está en la curva $y=\frac{1}{x^2}+9$: $b=\frac{1}{a^2}+9$

El área del rectángulo, que debe ser mínima, es:

$$S=a\cdot b=a\cdot\left(\frac{1}{a^2}+9\right)=\frac{1}{a}+9a\ \Rightarrow\ S'=-\frac{1}{a^2}+9=0\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ a^2=\frac{1}{9}\ \Rightarrow\ a=\frac{1}{3}\ ,\ b=\frac{1}{\frac{1}{9}}+9=18$$

El rectángulo de área mínima tiene por vértices: $(0,0)$, $\left(\frac{1}{3},0\right)$, $(0,18)$ y $\left(\frac{1}{3},18\right)$.

Su área es: $S=a\cdot b=\frac{1}{3}\cdot 18=6\ u^2$

b) Descompongamos la fracción algebraica $\frac{1}{9-x^2}=\frac{-1}{x^2-9}$ como suma de fracciones simples:

$$\frac{1}{9-x^2}=\frac{-1}{x^2-9}=\frac{A}{x+3}+\frac{B}{x-3}=\frac{Ax-3A+Bx+3B}{(x+3)(x-3)}=\frac{(A+B)x-3A+3B}{x^2-9}\ \Rightarrow\ \left|\begin{array}{l} A+B=0\ \Rightarrow\ A=-B \\ -3A+3B=-1\ \Rightarrow\ 6B=-1 \end{array}\right.\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ B=-\frac{1}{6}\ ,\ A=\frac{1}{6}$$

Por lo tanto: $\int\frac{1}{9-x^2}\,dx=\frac{1}{6}\int\frac{dx}{x+3}-\frac{1}{6}\int\frac{dx}{x-3}=\frac{1}{6}\left(\ln|x+3|\right)-\frac{1}{6}\left(\ln|x-3|\right)+C=\frac{1}{6}\ln\left|\frac{x+3}{x-3}\right|+C$

c) Descompongamos en factores el polinomio denominador:

Para que $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3+x^2+kx+3}{x^3-x^2-x+1}=\frac{5+k}{0}=2$ debe darse una indeterminación $\frac{0}{0}$ por lo que $5+k=0\ \Rightarrow\ k=-5$

4. Se dispone de dos cajas, la caja *A* contiene 3 bolas moradas y 2 bolas rojas; mientras que la caja *B* contiene 4 bolas moradas y 4 rojas.

a) (*0,75 puntos*) Se escoge una bola cualquiera de la caja *A* y se pasa a la caja *B*. Posteriormente se saca una bola de la caja *B*. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de la caja *B* sea morada?

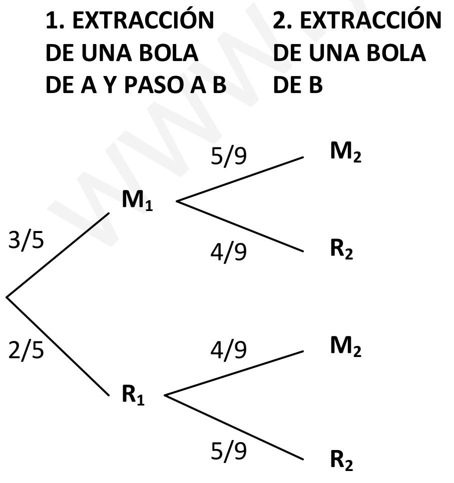
b) (*0,75 puntos*) Ahora volvemos a la situación original de las cajas; la *A* contiene 3 moradas y 2 rojas y la *B* contiene 4 moradas y 4 rojas.

Seleccionamos una caja al azar y se saca una bola que resulta ser roja. ¿Cuál es la probabilidad de que esa bola sea de la caja *A*?

SOLUCIÓN.

Sean: A el suceso "se extrae una bola de la caja A", B el suceso "se extrae una bola de la caja B", M_1 el suceso "se extrae una bola morada de la caja A", R_1 el suceso "se extrae una bola roja de la caja A", M_2 el suceso "se extrae una bola morada de la caja B" y R_2 el suceso "se extrae una bola roja de la caja B".

a) Construyamos un diagrama en árbol de la situación:



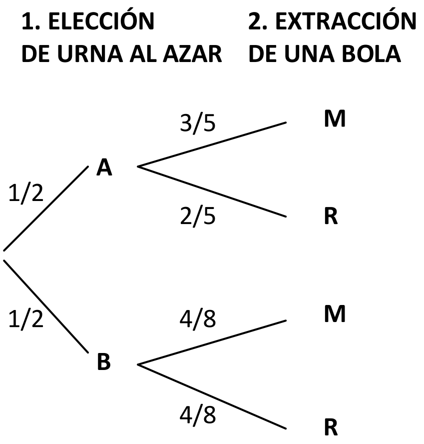
Se trata de una prueba compuesta de dos experiencias dependientes. El color de la bola de A que pasa a B condiciona la probabilidad del color de la bola extraída de la urna B.

Es una aplicación del teorema de la probabilidad total:

$$p(M_2)=p(M_1)\cdot p(M_2/M_1)+p(R_1)\cdot p(M_2/R_1)=$$
$$=\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{9}+\frac{2}{5}\cdot\frac{4}{9}=\frac{23}{45}\simeq 0,51$$

b) En este caso se trata, en primer lugar, de elegir una urna al azar y, después, extraer una bola de la urna elegida de cuyo color se nos informa. Se demanda la probabilidad de uno de los sucesos de la primera experiencia. Se trata entonces de una aplicación del teorema de Bayes.

El diagrama en árbol de la situación es:



Tenemos:

$$p(A/R)=\frac{p(A)\cdot p(R/A)}{p(R)}=\frac{p(A)\cdot p(R/A)}{p(A)\cdot p(R/A)+p(B)\cdot p(R/B)}=$$

$$=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{8}}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{5}+\frac{1}{4}}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{9}{20}}=\frac{20}{45}=\frac{4}{9}\simeq 0,44$$

OPCIÓN B

1.

a) (*1,5 puntos*) El club deportivo Collarada está formado por 60 deportistas de las siguientes disciplinas: esquí alpino, esquí nórdico y escalada. Se sabe que hay 16 deportistas menos de esquí alpino que la suma de los de esquí nórdico y escalada. Además, el número de deportistas de esquí alpino más los de escalada es tres veces el número de deportistas de esquí nórdico. Calcula el número de deportistas de cada disciplina.

b) (*1,5 puntos*) Sabiendo que $a=-2$, calcule el valor del siguiente determinante.

$$\begin{vmatrix} a & a+b & a-c \\ 2a & 3a+2b & 4a-2c \\ 3a & 6a+3b & 10a-3c \end{vmatrix}$$

SOLUCIÓN

a) Sea "x" el número de deportistas que hacen esquí alpino, "y" el de los que hacen esquí nórdico y "z" el de los que hacen escalada. Se tiene:

$$\begin{cases} x+y+z=60 \\ x=y+z-16 \\ x+z=3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=60 \\ x-y-z=-16 \\ x-3y+z=0 \end{cases}$$

Las matrices de los coeficientes y ampliada son: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60 \\ 1 & -1 & -1 & -16 \\ 1 & -3 & 1 & 0 \end{array}\right)$

El determinante de la matriz de los coeficientes es $|A|=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix}=-1-1-3+1-1-3=-8$

Para resolver el sistema utilizamos la regla de Cramer:

$$x=\frac{|A_x|}{|A|}=\frac{\begin{vmatrix} 60 & 1 & 1 \\ -16 & -1 & -1 \\ 0 & -3 & 1 \end{vmatrix}}{-8}=\frac{-60+48+16-180}{-8}=\frac{-176}{-8}=22$$

$$y=\frac{|A_y|}{|A|}=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 60 & 1 \\ 1 & -16 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{-8}=\frac{-16-60+16-60}{-8}=\frac{-120}{-8}=15$$

$$z=\frac{|A_z|}{|A|}=\frac{\begin{vmatrix}1&1&60\\1&-1&-16\\1&-3&0\end{vmatrix}}{-8}=\frac{-180-16+60-48}{-8}=\frac{-184}{-8}=23$$

Luego hay 22 deportistas que hacen esquí alpino, 15 que hacen esquí nórdico y 23 que hacen escalada.

b)

$$\begin{vmatrix}a&a+b&a-c\\2a&3a+2b&4a-2c\\3a&6a+3b&10a-3c\end{vmatrix}\overset{(1)}{=}\begin{vmatrix}a&a&a-c\\2a&3a&4a-2c\\3a&6a&10a-3c\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a&b&a-c\\2a&2b&4a-2c\\3a&3b&10a-3c\end{vmatrix}\overset{(1)}{=}$$

$$\overset{(1)}{=}\begin{vmatrix}a&a&a\\2a&3a&4a\\3a&6a&10a\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}a&a&c\\2a&3a&2c\\3a&6a&3c\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a&b&a\\2a&2b&4a\\3a&3b&10a\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}a&b&c\\2a&2b&2c\\3a&3b&3c\end{vmatrix}\overset{(2)}{=}$$

$$\overset{(2)}{=}a^3\begin{vmatrix}1&1&1\\2&3&4\\3&6&10\end{vmatrix}-a^2c\begin{vmatrix}1&1&1\\2&3&2\\3&6&3\end{vmatrix}+a^2b\begin{vmatrix}1&1&1\\2&2&4\\3&3&10\end{vmatrix}-abc\begin{vmatrix}1&1&1\\2&2&2\\3&3&3\end{vmatrix}\overset{(3)}{=}a^3\cdot(30+12+12-9-24-20)-0+0-0=a^3=-8$$

Propiedades utilizadas:

(1) Descomposición de un determinante en suma de otros dos por tener una columna que es suma de dos sumandos.

(2) Sacar factores comunes que aparecen en las columnas.

(3) Determinantes nulos por tener dos columnas iguales.

2.

a) (*1 punto*) Determine la ecuación del plano determinado por el punto $P:(2,1,2)$ y la recta $r:(1,0,0)+t\,(-1,1,1)$.

b) (*0,5 puntos*) Dados los vectores $\vec{u}=(1,2,0)$ y $\vec{v}=(2,1,-3)$, determine el área del triángulo que tiene por lados esos dos vectores.

SOLUCIÓN

a) Obtenemos la ecuación del haz de planos que pasan por r (conjunto de todos los planos que contienen a una recta):

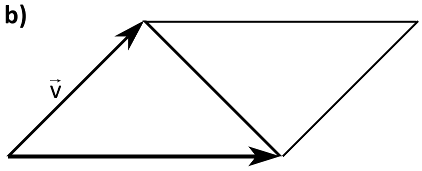
La recta r está determinada por el punto $(1,0,0)$ y el vector direccional $(-1,1,1)$ luego su ecuación en forma continua es $\frac{x-1}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ y como intersección de planos: $\left.\begin{array}{l}\frac{x-1}{-1}=\frac{y}{1}\\ \frac{y}{1}=\frac{z}{1}\end{array}\right| \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l}x-1=-y\\ y=z\end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l}x+y-1=0\\ y-z=0\end{array}\right\}$

La ecuación del haz de planos que contienen a r es: $x+y-1+\lambda(y-z)=0$

De entre ellos, seleccionemos el que contiene al punto $P(2,1,2)$: $2+1-1+\lambda(1-2)=0 \Rightarrow 2-\lambda=0 \Rightarrow \lambda=2$

Luego el plano buscado es: $x+y-1+2\,(y-z)=0 \Leftrightarrow x+y-1+2y-2z=0 \Leftrightarrow x+3y-2z-1=0$

b)



El módulo de $\vec{u}\times\vec{v}$ es el área del paralelogramo cuyos lados son $\vec{u}$ y $\vec{v}$. El área del triángulo es la mitad de la del paralelogramo.

$$\vec{u}\times\vec{v}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\1&2&0\\2&1&-3\end{vmatrix}=-6\vec{i}+\vec{k}-4\vec{k}+3\vec{j}=-6\vec{i}+3\vec{j}-3\vec{k}=(-6,3,-3)$$

$|\vec{u}\times\vec{v}|=\sqrt{36+9+9}=\sqrt{54}=3\sqrt{6}$ y, por tanto, el área del triángulo es: $S=\frac{3\sqrt{6}}{2}\,u^2$

3. Considere la función:

$$f(x)=\frac{x-1}{(x+1)^2}$$

a) (*1,5 puntos*) Determine las asíntotas de la función, si existen.

b) (*1 punto*) Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de esa función, si existen.

c) (*1,5 puntos*) Determine la integral $\int_1^3 f(x)dx$.

SOLUCIÓN

a) ▪ Asíntotas verticales: $x=-1$ pues $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x-1}{(x+1)^2}=-\infty$

▪ Asíntotas horizontales:

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -\infty}\frac{x-1}{(x+1)^2}=0^- \\ \lim\limits_{x\to +\infty}\frac{x-1}{(x+1)^2}=0^+\end{array}\right| \Rightarrow \; y=0 \text{ es una asíntota horizontal de la función}$$

▪ Asíntotas oblicuas $y=mx+n$:

$$\left.\begin{array}{l} m=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{x-1}{(x+1)^2}}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x-1}{x(x+1)^2}=0 \\ n=\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)-mx\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x-1}{(x+1)^2}=0\end{array}\right| \Rightarrow \; y=0 \text{ (se trata de la asíntota horizontal, ya obtenida)}$$

b) $f'(x)=\frac{(x+1)^2-(x-1)\cdot 2(x+1)}{(x+1)^4}=\frac{(x+1)\cdot\left[x+1-2(x-1)\right]}{(x+1)^4}=\frac{(x+1)\cdot(-x+3)}{(x+1)^4}=0 \;\Rightarrow\; x=-1\;,\; x=3$

Se tiene:

$f'<0$		$f'>0$		$f'<0$
	-1		3	

Es decir: la función es decreciente $\forall x\in(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$ y creciente $\forall x\in(-1,3)$.

c) Calculemos una primitiva de la función. Como se trata de una función racional cuyo denominador tiene una raíz doble $x=-1$, la descomponemos en suma de fracciones simples:

$$\frac{x-1}{(x+1)^2}=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{(x+1)^2}=\frac{A(x+1)+B}{(x+1)^2}=\frac{Ax+A+B}{(x+1)^2} \;\Rightarrow\; \left.\begin{array}{r}A=1\\ A+B=-1\end{array}\right\} \;\Rightarrow\; A=1\;,\; B=-2$$

Por tanto: $\int\frac{x-1}{(x+1)^2}dx=\int\frac{1}{x+1}dx+\int\frac{-2}{(x+1)^2}dx=\ln|x+1|+\frac{2}{x+1}$ y la integral definida:

$$\int_1^3\frac{x-1}{(x+1)^2}dx=\left[\ln|x+1|+\frac{2}{x+1}\right]_1^3=\left(\ln 4+\frac{2}{4}\right)-(\ln 2+1)=\ln 4-\ln 2+\frac{1}{2}-1=\ln 2-\frac{1}{2}\simeq 0{,}1931$$

4. La probabilidad de que una persona escriba un mensaje de Twitter sin faltas de ortografía es 0,75. Se sabe además que una persona escribe a lo largo del día 20 mensajes de Twitter.

A partir de esta información, responde a las siguientes cuestiones. NO es necesario finalizar los cálculos en ninguna de ellas, puede dejarse indicada la probabilidad, precisando los números que la definen.

a) (*0,5 puntos*) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente la mitad de los mensajes escritos en un día, es decir 10, no tengan faltas de ortografía?

b) (*0,5 puntos*) ¿Cuál es la probabilidad de que ningún mensaje de los 20 escritos en un día tenga faltas de ortografía?

c) (*0,5 puntos*) ¿Cuál es la probabilidad de que 18 o más mensajes de los 20 escritos en un día sí tengan faltas de ortografía?

SOLUCIÓN

Se trata de una experiencia dicotómica pues los sucesos asociados a la misma sólo son "escribe un mensaje sin faltas de ortografía" o su contrario "escribe un mensaje con faltas de ortografía". El primero de los sucesos lo llamamos éxito y su probabilidad es $p = 0,75$ y su contrario tiene una probabilidad $q = 0,25$.

Como la experiencia se repite 20 veces al día, nos encontramos ante una distribución binomial $B(20\,,0.75)$. La probabilidad de obtener k éxitos, es decir la de escribir k mensajes sin faltas de ortografía, es:

$$P[x = k] = \binom{20}{k} 0,75^{k}\ 0,25^{20-k}$$

a) La probabilidad de obtener 10 éxitos es: $P[x = 10] = \binom{20}{10} 0,75^{10}\ 0,25^{10} = \dfrac{20!}{10!\cdot 10!}\cdot 0,75^{10}\cdot 0,25^{10} =$

$$= \frac{20\cdot 19\cdot 18\cdot 17\cdot 16\cdot 15\cdot 14\cdot 13\cdot 12\cdot 11\cdot 10!}{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1\cdot 10!}\cdot 0,75^{10}\cdot 0,25^{10} = 184756\cdot 0,75^{10}\cdot 0,25^{10} = 0,0099$$

b) El suceso "ningún mensaje tenga faltas de ortografía" equivale a obtener 20 éxitos cuya probabilidad será:

$$P[x = 20] = \binom{20}{20} 0,75^{20}\ 0,25^{0} = 0,75^{20} = 0,0032$$

c) Consideramos ahora como éxito "escribe un mensaje con faltas de ortografía" cuya probabilidad es 0,25. La probabilidad del suceso "escribe 18 o más mensajes con faltas de ortografía" es:

$$P[x \geq 18] = \binom{20}{18} 0,25^{18}\ 0,75^{2} + \binom{20}{19} 0,25^{19}\ 0,75^{1} + \binom{20}{20} 0,25^{20}\ 0,75^{0} =$$

$$= \frac{20!}{18!\cdot 2!}\cdot 0,25^{18}\cdot 0,75^{2} + \frac{20!}{19!\cdot 1!}\cdot 0,25^{19}\cdot 0,75 + 1\cdot 0,25^{20} = \frac{20\cdot 19\cdot 18!}{18!\cdot 2}\cdot 0,25^{18}\cdot 0,75^{2} + \frac{20\cdot 19!}{19!\cdot 1}\cdot 0,25^{19}\cdot 0,75 + 0,25^{20} =$$

$$= 190\cdot 0,25^{18}\cdot 0,75^{2} + 20\cdot 0,25^{19}\cdot 0,75 + 0,25^{20} = 0,00000000161$$