PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CURSO 2007-2008 - CONVOCATORIA: JUNIO

MATERIA: FÍSICA

De las dos opciones propuestas, sólo hay que desarrollar una opción completa. Cada problema correcto vale por tres puntos. Cada cuestión correcta vale por un punto.

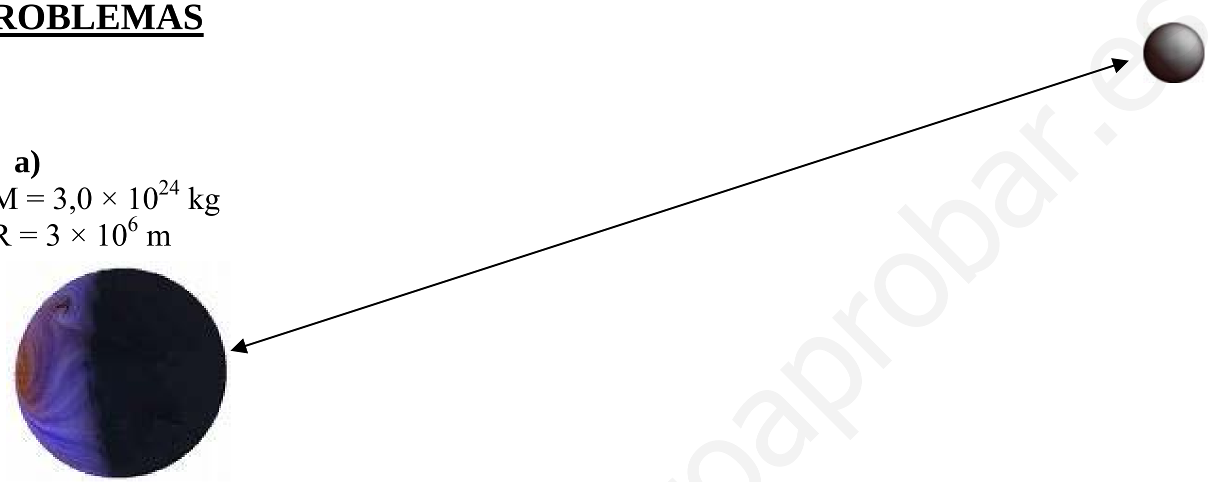
OPCIÓN A

m = 200 kg

PROBLEMAS

1.

a)
M = 3,0 × 10^{24} kg
R = 3 × 10^6 m



En la superficie del planeta de masa M, un cuerpo de masa m estará sometido a una fuerza que viene dada por la ley de la gravitación universal de Newton:

$$F = \frac{GMm}{R^2}$$

siendo G la constante de la gravitación universal, M y m las masas de los cuerpos y R la distancia que los separa, que en este caso es el radio del planeta. Pero esta fuerza debe ser igual al peso del cuerpo de masa m en la superficie del planeta, P = mg_0. Identificando ambas expresiones de las fuerzas obtenemos que

$$F = \frac{GMm}{R^2} = P = mg_0 \Rightarrow g_0 = \frac{GM}{R^2} = \frac{6{,}67\times10^{-11}\,\mathrm{Nm^2kg^{-2}} \times 3{,}0\times10^{24}\,\mathrm{kg}}{(3\times10^6\,\mathrm{m})^2} = 22{,}23\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$$

b) La fuerza gravitatoria vendrá expresada por la ley de la gravitación universal,

$$F = \frac{GMm}{R^2}$$

siendo G la constante de la gravitación universal, M y m las masas de los dos planetas y R la distancia que los separa, que en este caso es la distancia entre los centros de los planetas. Como no se dice nada, supondremos que el radio del satélite es despreciable frente al radio del planeta y a la distancia entre éste y el satélite,

$$F = \frac{GMm}{R^2} = \frac{GMm}{(R+r_0)^2} = \frac{6{,}67\times10^{-11}\,\mathrm{Nm^2kg^{-2}} \times 3{,}0\times10^{24}\,\mathrm{kg}\times 200\mathrm{kg}}{(3\times10^6\,\mathrm{m} + 3\times10^8\,\mathrm{m})^2} = 0{,}436\,\mathrm{N}$$

c) La velocidad del satélite se puede obtener de la expresión de la fuerza centrípeta, pues sabemos que si el movimiento es circular, la resultante de las fuerzas que actúan sobre el satélite es la fuerza centrípeta,

$$F = F_c = \frac{mv^2}{R}$$

siendo m la masa del satélite, v la velocidad en su órbita, y R el radio de su trayectoria. En nuestro caso, si despejamos la velocidad,

$F = F_c = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v^2 = \frac{FR}{m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{FR}{m}}$, que en nuestro caso es $v = \sqrt{\frac{F(R + r_0)}{m}}$, ya que el radio de la órbita se cuenta a partir del centro del planeta.

Sustituyendo los datos obtenemos que

$$v = \sqrt{\frac{Fr_0}{m}} = \sqrt{\frac{0{,}436\text{N} \times (3 \times 10^6 + 3 \times 10^8)\text{m}}{200\text{kg}}} = 812{,}74\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cong 813\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2. a) Si al iluminar conseguimos extraer electrones, significa que la radiación incidente, E, es de una frecuencia superior a la frecuencia umbral, W_L. Sabemos que si sobre un metal incidimos con una radiación de frecuencia ν, y por tanto de energía E = hν, siendo el trabajo de extracción $W_L = h\nu_0$, la energía cinética máxima de los electrones emitidos será la diferencia

$$E - W_L = \frac{1}{2}mv^2\text{, o puesto de otra forma, } h\nu - h\nu_0 = \frac{1}{2}mv^2$$

Lo primero que podemos hacer es calcular la frecuencia umbral, ya que si

$$W_L = h\nu_0 = 2{,}5\text{eV} \times \frac{1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{J}}{1\text{eV}} \Rightarrow \nu_0 = \frac{2{,}5 \times 1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{J}}{6{,}63 \times 10^{-34}\,\text{Js}} = 6{,}033 \times 10^{14}\,\text{Hz}$$

Es decir, que para conseguir extraer electrones de este metal, hay que radiarlo con una frecuencia superior a la calculada anteriormente. Lo único que hay que hacer ahora es despejar la frecuencia ν,

$$h\nu - h\nu_0 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \nu = \frac{\frac{1}{2}mv^2 + h\nu_0}{h} = \nu_0 + \frac{mv^2}{2h} =$$
$$6 \times 10^{14}\,\text{Hz} + \frac{9{,}1 \times 10^{-31}\,\text{kg} \times (10^6\,\text{ms}^{-1})^2}{2 \times 6{,}63 \times 10^{-34}\,\text{Js}} = 1{,}286 \times 10^{15}\,\text{Hz}$$

b) Louis De Broglie planteó la hipótesis de que puesto que la luz tenía un doble comportamiento, como una onda en ocasiones (difracción), y como una partícula en otras (efecto fotoeléctrico), que se ponía de manifiesto según el fenómeno en el que participara, las partículas podrían tener, de la misma forma, un comportamiento dual, es decir, ondulatorio y corpuscular.

Su hipótesis fue la siguiente: "Toda partícula de masa m que se mueve con velocidad v lleva asociada una onda cuya longitud de onda y frecuencia vienen dadas por

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} \qquad\qquad \nu = \frac{E}{h}$$

donde h es la constante de Planck, p = m v el momento lineal de la partícula y E su energía. Por tanto, sustituyendo,

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}\,\text{Js}}{9{,}1 \times 10^{-31}\text{kg} \times 10^{6}\,\text{m/s}} = 7{,}3 \times 10^{-10}\text{m} \cong 73\,\text{nm}$$

c) Si lo que queremos ahora es que los electrones salgan con una cierta energía cinética, podemos calcular la correspondiente frecuencia, o despejar directamente de la relación entre frecuencia y longitud de onda,

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Nos interesa llegar a una expresión en la que aparezca la energía cinética. Anteriormente habíamos obtenido que

$$\nu = \nu_0 + \frac{mv^2}{2h} = \nu_0 + \frac{E_c}{h} \Rightarrow \frac{c}{\lambda} = \nu_0 + \frac{E_c}{h} \Rightarrow \frac{c}{\lambda} = \frac{h\nu_0 + E_c}{h} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{h\nu_0 + E_c}$$

Sustituyendo ahora, tenemos que

$$\lambda = \frac{hc}{h\nu_0 + E_c} = \frac{hc}{W_L + E_c} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}\,\text{Js} \times 3 \times 10^{8}\,\text{ms}^{-1}}{2{,}5\text{eV} \times \frac{1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{J}}{1\text{eV}} + 7{,}0 \times 10^{-19}\,\text{J}} = 1{,}81 \times 10^{-7}\,\text{m} = 181\ \text{nm}$$

Esta radiación, λ = 181 nm, se encuentra en el UV.

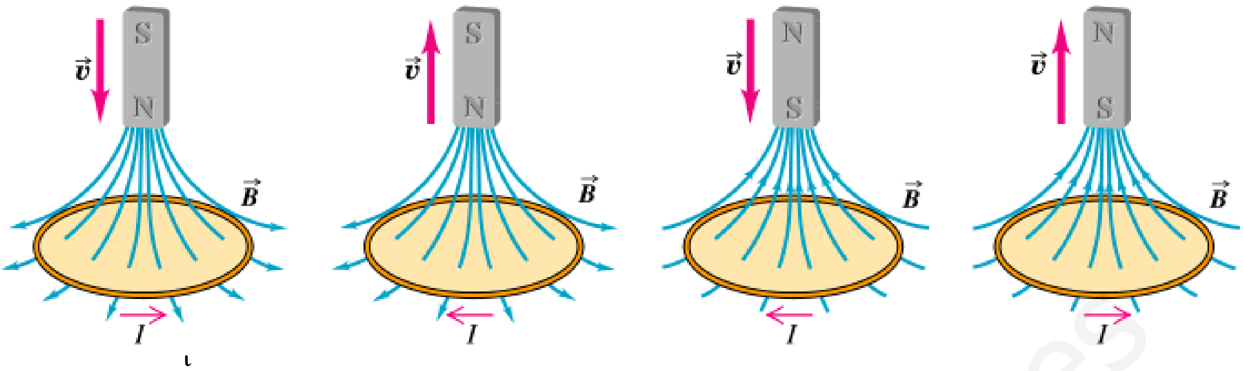
CUESTIONES

1. En un movimiento ondulatorio debe distinguirse entre la dirección de propagación y la dirección de la perturbación que se propaga. Cuando elegida una dirección cualquiera de propagación, las direcciones de oscilación de los puntos del medio coinciden con aquella, se habla de ondas longitudinales (ejemplo: el sonido; las moléculas de aire vibran en la misma dirección en la que se propaga dicha vibración), mientras que cuando los puntos del medio oscilan en direcciones perpendiculares a la dirección por la que avanza la perturbación, hablamos de ondas transversales (ejemplo: las ondas que se propagan en la superficie del agua).

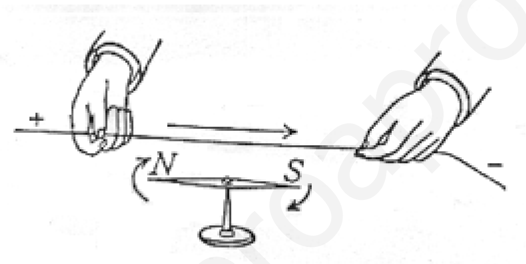
2. La ley de Faraday-Henry afirma que "siempre que un conductor cerrado es atravesado por un flujo magnético variable con el tiempo, se induce en él una fuerza electromotriz igual a menos la velocidad de variación de dicho flujo magnético"

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

La aportación de Lenz viene dada por el hecho de que el sentido de la corriente inducida por la fuerza electromotriz que circula por el conductor tiende a oponerse a la causa que la produce.



Oersted observó que al colocar un conductor sobre una aguja imantada, de modo que inicialmente la aguja y el hilo fueran paralelos, si se hacía pasar una corriente por el hilo, la aguja oscilaba durante un tiempo y terminaba colocándose prácticamente colocándose prácticamente perpendicular al hilo. También observó que al cambiar el sentido de la corriente, la aguja se desviaba en el sentido contrario.



El experimento muestra que una corriente eléctrica puede crear un campo magnético perpendicular al sentido de la corriente, que en el caso de un hilo conductor por el que circula una corriente, sus líneas del campo son circunferencias concéntricas a dicho hilo.

3. Una partícula describe un movimiento armónico simple cuando realiza un movimiento periódico y unidireccional alrededor de una posición de equilibrio, sometida a una fuerza proporcional a la distancia a dicha posición y dirigida siempre hacia ella. La ecuación general es

$$x = A \text{ sen } (\omega t + \varphi)$$

- x, la distancia de la partícula a la posición de equilibrio en el instante t.
- A, la amplitud del movimiento, que es la máxima distancia que se llega a separar la partícula respecto a la posición de equilibrio.
- ω, la frecuencia angular, que es el cociente entre 2π y el periodo, T, tiempo que tarda en completar una oscilación (o lo que es lo mismo, el tiempo que transcurre desde que la partícula pasa por un punto y vuelve a pasar por el mismo punto en el mismo sentido).
- φ, el desfase, es decir, la posición que ocupa inicialmente la partícula cuando t = 0.

Un ejemplo podría ser el movimiento de un objeto colgando de un muelle ideal en el que no se disipara ningún tipo de energía. Otro podría ser las pequeñas oscilaciones (para ángulos menores de 5º sólo se comete un error del 0,11%) de un péndulo simple.

4. Si un rayo de una determinada onda pasa de un medio a otro en el que la velocidad de propagación es mayor, se aleja de la normal. Para un determinado ángulo de incidencia (*ángulo límite*), puede ocurrir que el ángulo de refracción sea 90º (medidos respecto de la normal a la superficie), con lo cual dicho rayo no se refracta, es decir, que no atraviesa el medio. Para ángulos superiores a dicho ángulo límite, sólo se produce reflexión (*reflexión total*). En este caso,

$$n_i \operatorname{sen} i_L = n_r \operatorname{sen} 90^o \Rightarrow \operatorname{sen} i_L = \frac{n_r}{n_i} \Rightarrow i_L = \operatorname{arcsen} \frac{n_r}{n_i} = \operatorname{arcsen} \frac{1}{1,7} = 36^o$$

Esto significa que para ángulos de incidencia superiores a 36º se produce reflexión total.

OPCIÓN B

PROBLEMAS

1.

a) Velocidad de propagación

De la ecuación de la onda podemos identificar ω y k, $\omega = 6 \text{ rad s}^{-1}$ y $k = 3 \text{ m}^{-1}$

Sabemos que $v = \dfrac{\lambda}{T} = \dfrac{\lambda}{2\pi}\dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{\omega}{k} = \dfrac{6 \text{ rad/s}}{3 \text{ m}^{-1}} \Rightarrow v = 2\dfrac{m}{s}$

Por tanto $v = 2 \text{ ms}^{-1}$

b) Velocidad transversal

Si derivamos la ecuación de la onda, obtenemos la velocidad,

$$v = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = 2 \cdot 6 \cos(6t - 3x)$$

Y si ahora sustituimos en la posición y el instante indicado,

$$v = \frac{\partial y(4,5)}{\partial t} = 2 \cdot 6 \cos(6 \cdot 5 - 3 \cdot 4) = 12\cos(18\text{rad}) = 12 \cdot 0,6603 \Rightarrow v = 7,92 \text{ ms}^{-1}$$

c) Diferencia de fase

La fase de la onda viene dada por el argumento de la función de ondas, 6t – 3x. Por tanto, la diferencia de fase entre un punto de coordenadas x_1, t_1 y otro de coordenadas x_2, t_2 es

$$6\, t_2 - 3\, x_2 - (6\, t_1 - 3\, x_1) = 6\,(t_2 - t_1) - 3(x_2 - x_1) = 6\, \Delta t - 3\, \Delta x$$

Puesto que los puntos se encuentran separados una distancia de 2 metros, y estamos hablando del mismo instante de tiempo, $\Delta t = 0$ y $\Delta x = 2$ metros, entonces el desfase será

$$\Delta\varphi = k\, \Delta x = 3 \cdot 2 = 6 \text{ rad}$$

2.

a) El cálculo del potencial es el más sencillo, ya que se trata de una magnitud escalar. La expresión que nos permite calcularlo es

$$V = \frac{KQ}{r}$$

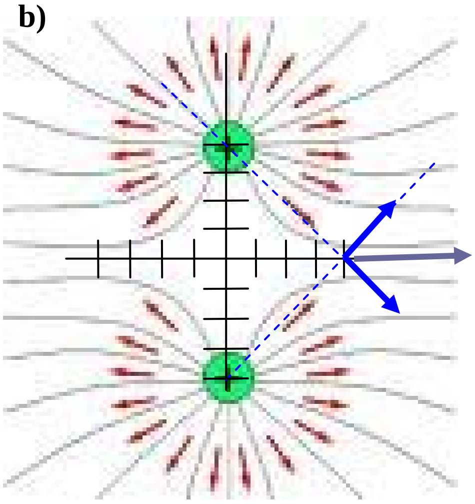
siendo Q la carga y r la distancia de la carga al punto considerado. El potencial en el punto considerado será debido a la contribución de las dos cargas,

$$V_A = \frac{KQ_A}{r_A} = \frac{9\times 10^9 Nm^2C^{-2} \times 1C}{\sqrt{4^2+4^2}m} = \frac{9\times 10^9}{4\sqrt{2}} V = V_B \text{, ya que } Q_B = Q_A \text{ y } r_B = r_A$$

Por tanto,

$$V = V_A + V_B = 2V_A = 2\frac{9\times 10^9}{4\sqrt{2}} V = \frac{9\times 10^9}{2\sqrt{2}} V = \frac{9\times 10^9\sqrt{2}}{4} V = 3{,}18\times 10^9 V$$

b)



El campo eléctrico en el punto (4, 0) será debido a la contribución de las dos cargas eléctricas en los puntos A (0,4) y B (0, –4). La fórmula que nos permite calcular dichas contribuciones es

$$\vec{E} = \frac{KQ}{r^3}\vec{r}$$

En el caso de la primera carga tenemos que

$$\vec{E}_1 = \frac{KQ_1}{r^3}\vec{r} = 9\times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{1C}{\left(\sqrt{4^2+4^2}\,m\right)^3}(4\hat{i}-4\hat{j})\,m = 9\times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\frac{1C}{(4\sqrt{2}m)^3}(4\hat{i}-4\hat{j})\,m =$$

$$\vec{E}_1 = 9\times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\frac{1C}{4^3(\sqrt{2})^3 m^3}(4\hat{i}-4\hat{j})\,m = 9\times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\frac{1C}{64(2\sqrt{2})m^3}(4\hat{i}-4\hat{j})\,m =$$

$$\vec{E}_1 = \frac{9\times 10^9}{32\sqrt{2}}(\hat{i}-\hat{j})\frac{N}{C}$$

De forma similar, y sabiendo que la carga Q_2 tiene el mismo valor, y que la distancia r_2 es la misma en módulo, obtenemos una expresión simétrica para el campo E_2 de la forma

$$\vec{E}_2 = \frac{9\times 10^9}{32\sqrt{2}}(\hat{i}+\hat{j})\frac{N}{C}$$

El campo total en el punto C (4, 0) será por tanto

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{9\times10^9}{32\sqrt{2}}(\hat{i}-\hat{j}) + \frac{9\times10^9}{32\sqrt{2}}(\hat{i}+\hat{j})\ \frac{N}{C} = \frac{9\times10^9}{16\sqrt{2}}\hat{i}\frac{N}{C} = \frac{9\sqrt{2}\times10^9}{32}\hat{i}\frac{N}{C} \cong 4\times10^8\,\hat{i}\,\frac{N}{C}$$

c) La expresión que permite calcular el trabajo que se realiza al llevar una partícula desde un punto a otro es $W_{A\rightarrow B} = q\cdot(V_A - V_B)$. En nuestro caso, el punto inicial es el ∞, mientras que el punto final es el punto D(1, 4). En el ∞, el potencial es nulo, ya que en la fórmula que permite calcular el potencial, si dividimos por una distancia infinita, el resultado es nulo. Por tanto, lo que nos falta para calcular el trabajo es el potencial en el punto D, para lo cual debemos obtener las contribuciones de las dos cargas en dicho punto, Q_1 y Q_2.

$$V_\infty = \frac{KQ}{r} = \frac{KQ}{\infty} = 0$$

$$V_A = \frac{KQ_A}{r_D} = \frac{9\times10^9 Nm^2C^{-2}\times1C}{1m} = \frac{9\times10^9}{1}V = 9\times10^9 V$$

$$V_B = \frac{KQ_B}{r_D} = \frac{9\times10^9 Nm^2C^{-2}\times1C}{\sqrt{1^2+8^2}m} = \frac{9\times10^9}{\sqrt{65}}V = \frac{9\sqrt{65}}{65}\times10^9 V$$

Por tanto, el potencial en el punto D será

$$V_D = V_A + V_B = 9\times10^9 V + \frac{9\sqrt{65}}{65}\times10^9 V = 1{,}012\times10^{10} V$$

Finalmente, el trabajo para llevar una carga puntual de 1C desde el ∞ al punto D(1, 4) será

$$W_{\infty\rightarrow D} = q\cdot(V_\infty - V_D) = 1C\times(0 - 1{,}012\times10^{10}\ V) = -1{,}012\times10^{10}\ J$$

CUESTIONES

1. Según la transformación de las longitudes de Lorentz, se pueden relacionar ambas longitudes mediante la ecuación

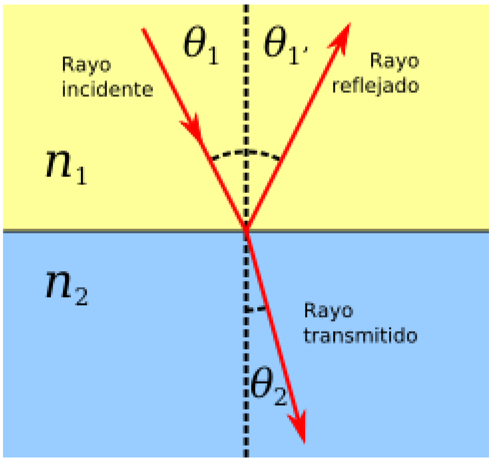
$$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}},$$

siendo l_o la longitud en reposo, l la longitud en movimiento, v la velocidad y c la velocidad de la luz. Si sustituimos los datos en la ecuación obtenemos que

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = 3\sqrt{1-\frac{(0{,}8c)^2}{c^2}}\,m = 3\sqrt{1-\frac{0{,}64c^2}{c^2}}\,m = 3\sqrt{1-0{,}64}\,m = 3\sqrt{0{,}36}\,m = 3\times0.6\,m = 1{,}8\,m$$

2. Conviene definir antes que nada el concepto de normal: la línea imaginaria perpendicular a la superficie de separación, en el punto de incidencia.

Las leyes de la reflexión nos dicen que:
- El rayo incidente, la normal, y el rayo reflejado se encuentran en un mismo plano.



- El ángulo de incidencia y el de reflexión son iguales.

Las leyes de la refracción nos dicen que:
- El rayo incidente, la normal, y el rayo refractado se encuentran en un mismo plano.
- Si un rayo incide oblicuamente sobre la superficie de separación, la relación entre las velocidades de propagación en los medios de incidencia y de refracción viene dada por:

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

Si además definimos el índice de refracción de la luz como el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y su velocidad en otro medio,

$$n_i = \frac{c}{v_i} \Rightarrow v_i = \frac{c}{n_i}$$

Y sustituyendo en la primera ecuación llegamos a

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_1\text{sen}\theta_1 = n_2\text{sen}\theta_2$$

conocida como la ley de Snell para la refracción.

3. **1ª (Ley de las órbitas):** Los planetas se mueven en órbitas elípticas, en uno de cuyos focos está el Sol.
2ª (Ley de las áreas): En su movimiento, el radio vector de los planetas con respecto al Sol barre áreas iguales en tiempos iguales.
3ª (Ley de los períodos): Los cuadrados de los períodos de revolución de los planetas alrededor del Sol son proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de sus órbitas.

4. La ley de la Gravitación Universal de Newton dice que la fuerza de atracción que aparece entre dos masas separadas a una cierta distancia es directamente proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional a la distancia que los separa, mientras que la de Coulomb expresa lo mismo, salvo que la fuerza es proporcional al producto de las cargas,

$$F_N = G\frac{M_1M_2}{r^2}; F_C = K\frac{Q_1Q_2}{r^2}$$

Una de las diferencias más claras aparece en el signo de la fuerza, ya que las masas nunca pueden ser negativas, con lo que la fuerza gravitatoria siempre será positiva (atractiva), mientras que en función del signo de las cargas, las fuerzas eléctricas podrán ser positivas o negativas, es decir, atractivas o repulsivas.

Por otro lado, la diferencia en el valor de las constantes de proporcionalidad es de unos 20 órdenes de magnitud a favor de las fuerzas electrostáticas, con lo cual éstas serán mucho más intensas que las gravitatorias: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}, $K = 9 \times 10^9$ Nm^2C^{-2}.

Finalmente, la fuerza gravitatoria no puede nunca anularse (salvo partículas a una distancia∞), mientras que la eléctrica sí (partículas sin carga eléctrica).