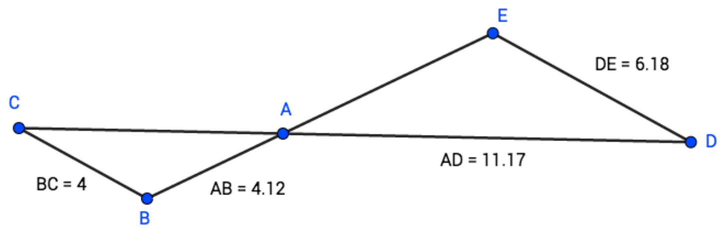
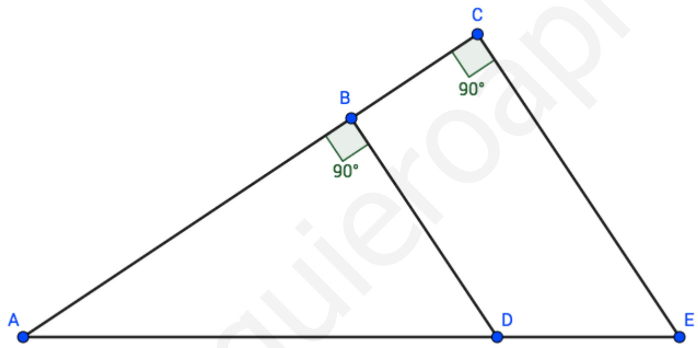
CON CALCULADORA

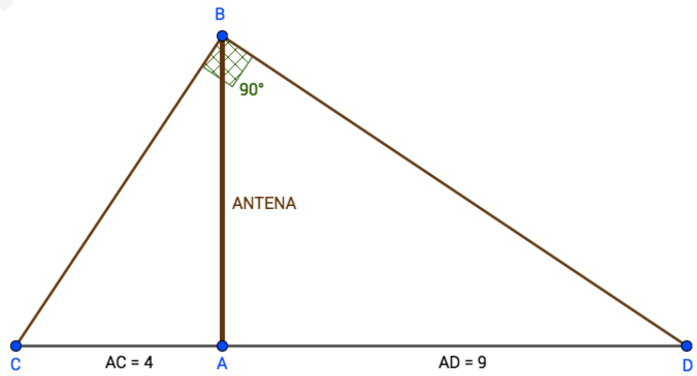
1. En la siguiente figura el segmento $\overline{BC}$ es paralelo a $\overline{DE}$. Calcula $\overline{AC}$ y $\overline{AE}$:



2. Sabiendo que $\overline{AB} = 4\ cm$, $\overline{BD} = 3\ cm$, $\overline{CE} = 4{,}5\ cm$ y que los ángulos $\hat{B}$ y $\hat{C}$ son rectos, calcula $\overline{BC}$ y $\overline{DE}$.



3. Una antena AB se sujeta verticalmente sobre el suelo mediante dos cables BC y BD, perpendiculares entre sí. Si se conocen las distancias desde el pie de la antena hasta los puntos de anclaje de los cables con el suelo, $\overline{AC}$ y $\overline{AD}$ (unidades expresadas en metros), se pide:



a. Altura de la antena $\overline{AB}$.

b. Longitudes de los cables $\overline{BC}$ y $\overline{BD}$.

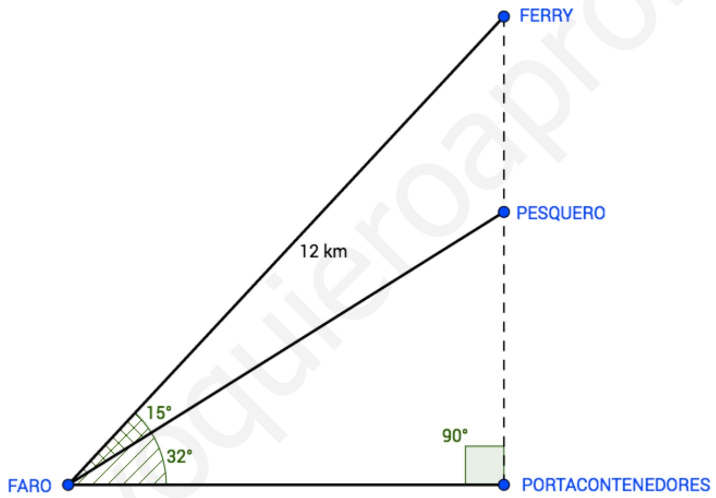
c. Ángulo que forma el cable BC con el suelo.

4. Un cuerpo situado en La Luna ($g = 1{,}62\ m/s^2$) desliza sobre un plano inclinado $20°$. Sabiendo que su masa es de $85\ kg$:

a. ¿Cuánto vale su peso en La Luna? ¿Cuánto valdría su peso en La Tierra, donde $g = 9{,}8\ m/s^2$?

b. Descompón el peso en sus componentes paralelas y perpendicular al plano de deslizamiento, realizando previamente un dibujo que lo justifique, y calcúlalas.

5. Desde un faro se visualizan 3 barcos: un ferry, un pesquero y un portacontenedores. La distancia entre el faro y el ferry es de 12 km. Las visuales desde el faro al portacontenedores y al pesquero forman un ángulo de 32° y las visuales desde el faro al pesquero y al ferry forman un ángulo de 15°. El ferry, pesquero y portacontenedores están alineados y la línea que los une forma un ángulo recto con la visual desde el faro al portacontenedores, según se muestra en la imagen. Calcula las distancias entre los barcos.



SIN CALCULADORA

6. Calcula, expresando los resultados racionalizados:

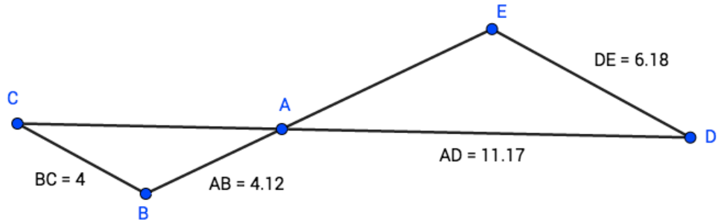
a. $cosec\ \dfrac{5\pi}{3}$

b. $tg\ 2655°$

c. $sec\ (-120°) - sen\ 210°$

SOLUCIONES

1. En la siguiente figura el segmento $\overline{BC}$ es paralelo a $\overline{DE}$. Calcula $\overline{AC}$ y $\overline{AE}$:



Los triángulos ABC y ADE son semejantes, luego:

$$\frac{AD}{AC}=\frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AB} \quad \rightarrow \quad \frac{11{,}17}{AC}=\frac{6{,}18}{4}=\frac{AE}{4{,}12}$$

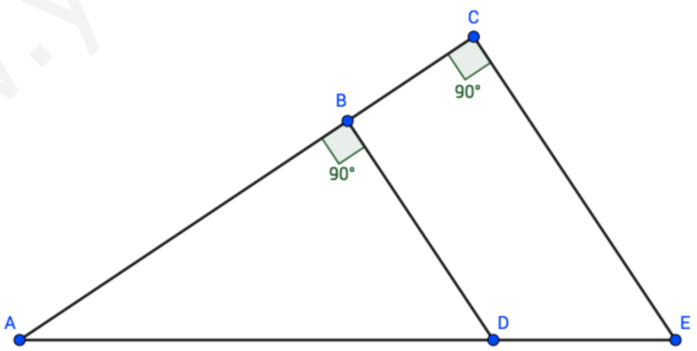
Tomando los dos primeros miembros de la igualdad:

$$\frac{11{,}17}{AC}=\frac{6{,}18}{4} \quad \rightarrow \quad AC=\frac{11{,}17\cdot 4}{6{,}18}=7{,}23\ cm$$

Tomando el segundo y tercer miembro de la igualdad:

$$\frac{6{,}18}{4}=\frac{AE}{4{,}12} \quad \rightarrow \quad AE=\frac{6{,}18\cdot 4{,}12}{4}=6{,}37\ cm$$

2. Sabiendo que $\overline{AB}=4\ cm$, $\overline{BD}=3\ cm$, $\overline{CE}=4{,}5\ cm$ y que los ángulos $\hat{B}$ y $\hat{C}$ son rectos, calcula $\overline{BC}$ y $\overline{DE}$.



Aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo ABD:

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 \quad \rightarrow \quad AD^2 = 4^2 + 3^2 \quad \rightarrow \quad AD = \sqrt{25} = 5\ cm$$

Los triángulos ABD y ACE están en posición de Tales, luego son semejantes:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CE}{BD} = \frac{AE}{AD} \quad \rightarrow \quad \frac{AC}{4} = \frac{4{,}5}{3} = \frac{AE}{5}$$

Tomando los dos primeros miembros de la igualdad:

$$\frac{AC}{4} = \frac{4{,}5}{3} \quad \rightarrow \quad AC = \frac{4 \cdot 4{,}5}{3} = 6\ cm$$

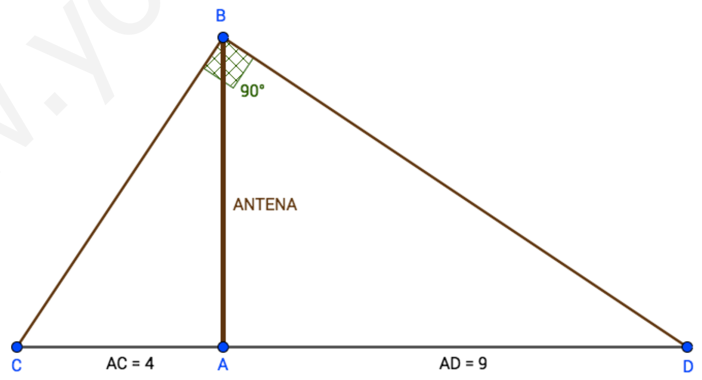
$$BC = AC - AB = 6 - 4 = 2\ cm$$

Tomando el segundo y tercer miembro de la igualdad:

$$\frac{4{,}5}{3} = \frac{AE}{5} \quad \rightarrow \quad AE = \frac{4{,}5 \cdot 5}{3} = 7{,}5\ cm$$

$$DE = AE - AD = 7{,}5 - 5 = 2{,}5\ cm$$

3. Una antena AB se sujeta verticalmente sobre el suelo mediante dos cables BC y BD, perpendiculares entre sí. Si se conocen las distancias desde el pie de la antena hasta los puntos de anclaje de los cables con el suelo, $\overline{AC}$ y $\overline{AD}$ (unidades expresadas en metros), se pide:



a. Altura de la antena $\overline{AB}$.

Aplicando el teorema de la altura:

$$h^2 = m \cdot n \quad \rightarrow \quad AB^2 = AC \cdot AD = 4 \cdot 9 \quad \rightarrow \quad AB = \sqrt{36} = 6\ m$$

b. Longitudes de los cables $\overline{BC}$ y $\overline{BD}$.

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad \rightarrow \quad BC^2 = 6^2 + 4^2 \quad \rightarrow \quad BC = \sqrt{52} \approx 7{,}21\ m$$

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 \quad \rightarrow \quad BD^2 = 6^2 + 9^2 \quad \rightarrow \quad BD = \sqrt{117} \approx 10{,}82\ m$$

c. Ángulo que forma el cable BC con el suelo.

$$tg\ \hat{C} = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{4} \quad \rightarrow \quad \hat{C} = arctg\ \frac{3}{2} = 56{,}31°$$

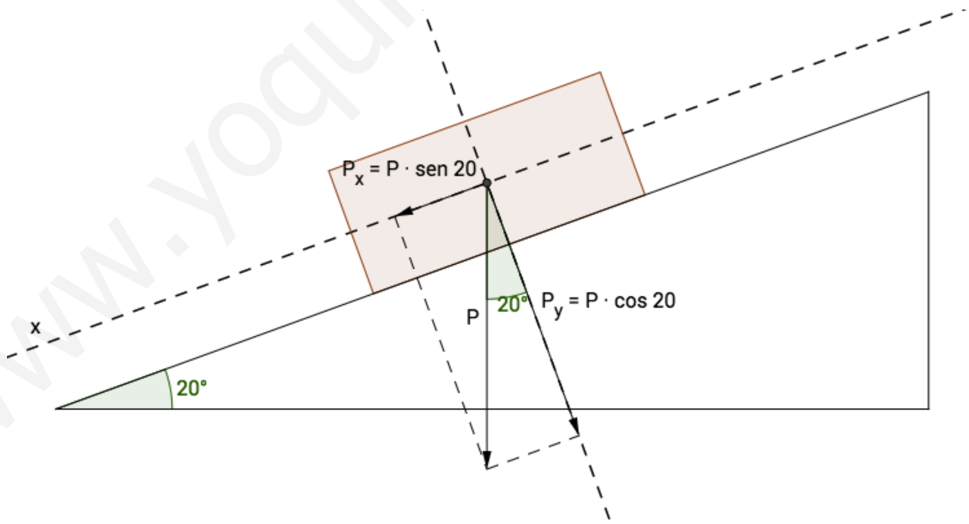
4. Un cuerpo situado en La Luna ($g = 1{,}62\ m/s^2$) desliza sobre un plano inclinado 20°. Sabiendo que su masa es de 85 kg:

a. ¿Cuánto vale su peso en La Luna? ¿Cuánto valdría su peso en La Tierra, donde $g = 9{,}8\ m/s^2$?

Luna: $P = m \cdot g = 85 \cdot 1{,}62 = 137{,}7\ N$

Tierra: $P = m \cdot g = 85 \cdot 9{,}8 = 833\ N$

b. Descompón el peso en sus componentes paralelas y perpendicular al plano de deslizamiento, realizando previamente un dibujo que lo justifique, y calcúlalas.

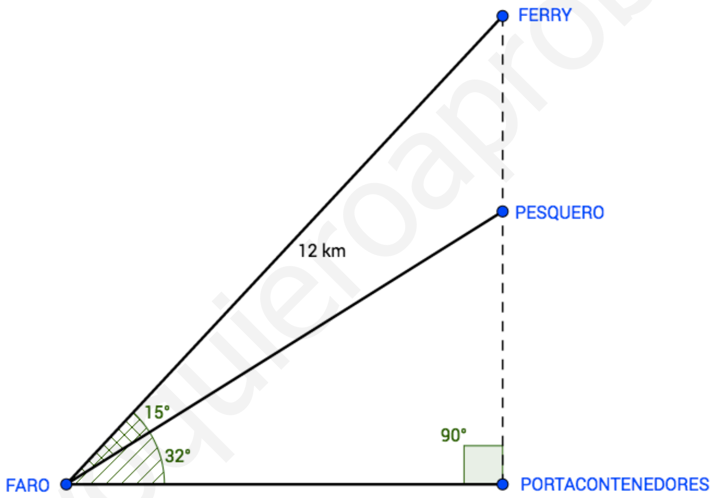


Si dos rectas forman un ángulo α, otras dos rectas que sean perpendiculares a ellas formarán el mismo ángulo α. El plano inclinado forma 20° con el plano del suelo. La fuerza peso P es perpendicular al plano del suelo y la componente del peso P_y es perpendicular al plano inclinado, luego P y P_y formarán el mismo ángulo de 20°. Aplicando trigonometría a los triángulos rectángulos formados:

$$sen\ 20° = \frac{P_x}{P} \quad \rightarrow \quad P_x = P \cdot sen\ 20° = 137{,}7 \cdot sen\ 20° = 47{,}1\ N$$

$$cos\ 20° = \frac{P_y}{P} \quad \rightarrow \quad P_y = P \cdot cos\ 20° = 137{,}7 \cdot cos\ 20° = 129{,}4\ N$$

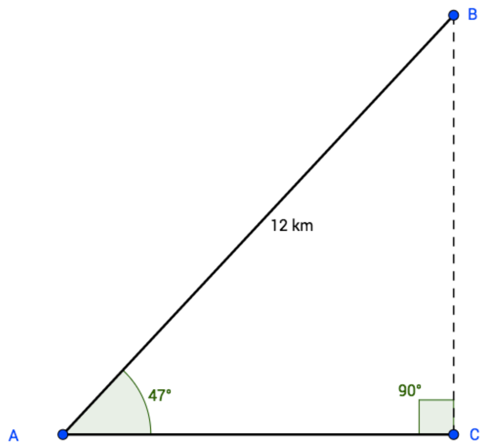
5. Desde un faro se visualizan 3 barcos: un ferry, un pesquero y un portacontenedores. La distancia entre el faro y el ferry es de 12 km. Las visuales desde el faro al portacontenedores y al pesquero forman un ángulo de 32° y las visuales desde el faro al pesquero y al ferry forman un ángulo de 15°. El ferry, pesquero y portacontenedores están alineados y la línea que los une forma un ángulo recto con la visual desde el faro al portacontenedores, según se muestra en la imagen. Calcula las distancias entre los barcos.



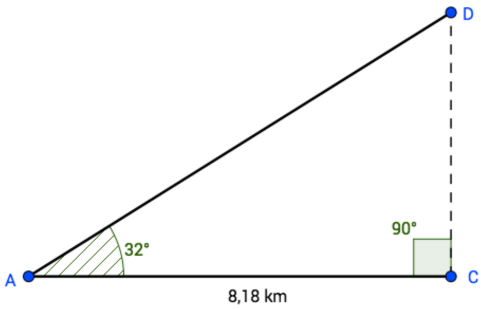
Considerando el triángulo ABC formado por el faro, el ferry y el portacontenedores:

$$sen\ 47° = \frac{BC}{12} \quad \rightarrow \quad BC = 12 \cdot sen\ 47° = 8{,}78\ km$$

$$cos\ 47° = \frac{AC}{12} \quad \rightarrow \quad AC = 12 \cdot cos\ 47° = 8{,}18\ km$$



Considerando el triángulo ACD formado por el faro, el pesquero y el portacontenedores y haciendo uso de la distancia AC obtenida:



$$tg\ 32° = \frac{CD}{8{,}18} \quad \rightarrow \quad CD$$
$$= 8{,}18 \cdot tg\ 32°$$
$$\approx 5{,}11\ km$$

Distancia pesquero-ferry: $BC - CD = 8{,}78 - 5{,}11 = 3{,}67\ km$

Distancia pesquero-portacontenedores: $CD = 5{,}11\ km$

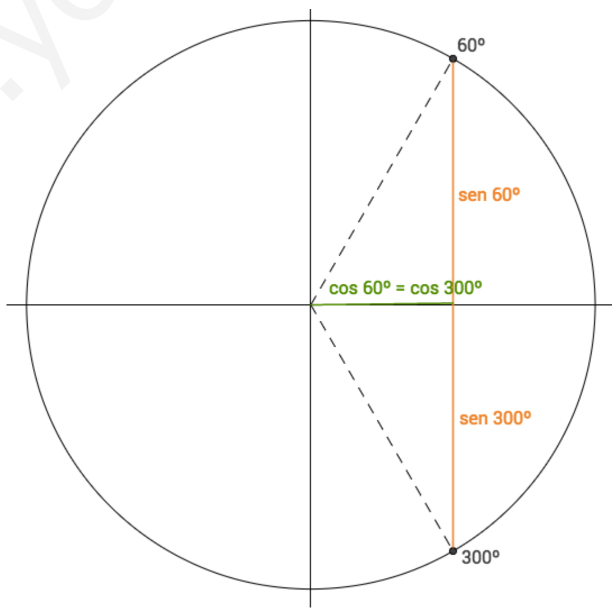
Distancia ferry-portacontenedores: $BC = 8{,}78\ km$

SIN CALCULADORA

6. Calcula, expresando los resultados racionalizados:

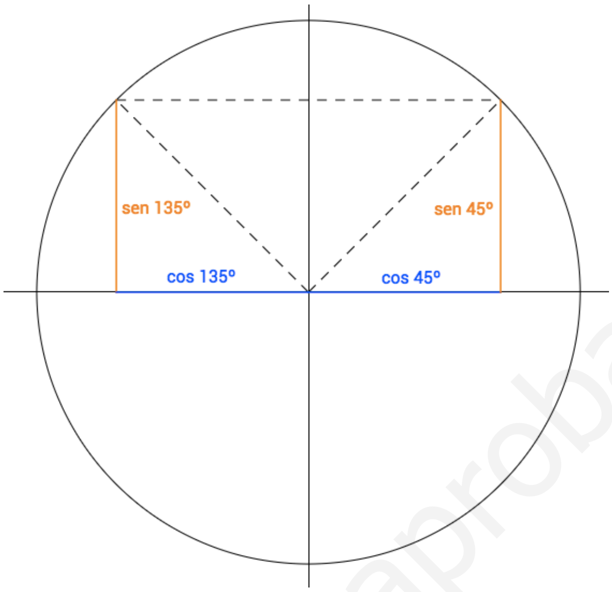
a. $cosec\ \frac{5\pi}{3}$

$$cosec\ \frac{5\pi}{3} = cosec\ \frac{5 \cdot 180°}{3} = cosec\ 300° = \frac{1}{sen\ 300°} = \frac{1}{-sen\ 60°} =$$
$$\frac{1}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$$



b. $tg\ 2655°$

$$tg\ 2655° = tg\ 135° = \frac{sen\ 135°}{\cos 135°} = \frac{sen\ 45º}{-\cos 45°} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} = -1$$



c. $sec\ (-120°) - sen\ 210°$

$$\sec(-120°) - sen\ 210° = \sec 240° - sen\ 210° = \frac{1}{\cos 240°} - sen\ 210° =$$

$$\frac{1}{-\cos 60°} - (-sen\ 30°) = \frac{1}{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{4}$$