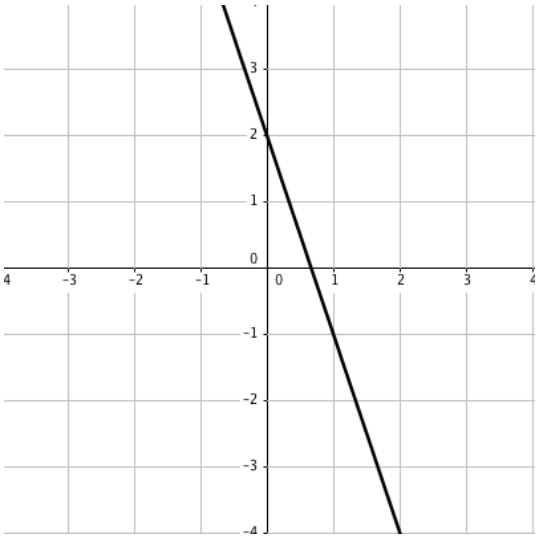
1. (1.5p) Obtén la pendiente y ordenada en el origen de las siguientes rectas:

a. $7x - 2y = 4$

b. $-y = 13$

c. Recta cuya gráfica es:



2. (4.5p) Representa las siguientes funciones, eligiendo una escala adecuada en cada uno de los ejes:

a. (0.5p) $x + 150y = 600$

b. (0.75p) $y = \left| \frac{3x+6}{2} \right|$

c. (1.25p) $y = \begin{cases} 3 & si \quad x \leq -3 \\ -\dfrac{x}{3} + 2 & si \quad -3 < x \leq 3 \\ 6 - 2x & si \quad x > 3 \end{cases}$

d. (1.25p) $y = |\, x^2 + 2x - 3 \,|$

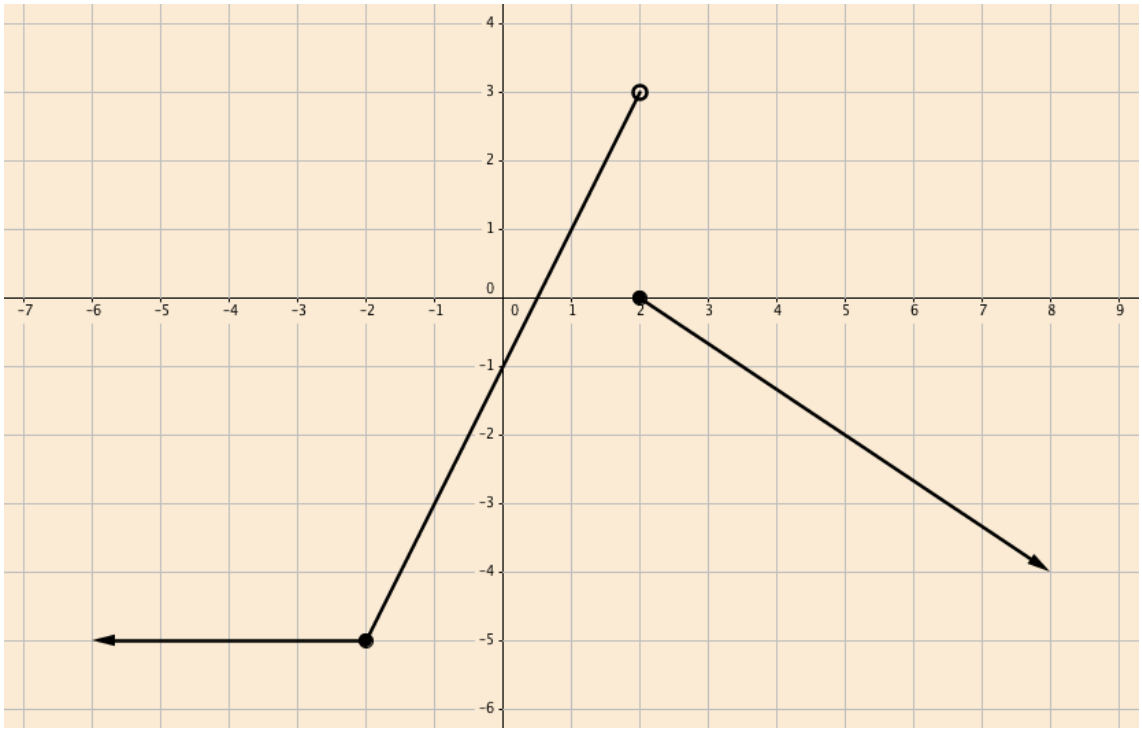
e. (0.75p) $y = \dfrac{-2}{x+1} + 2$

3. (1p) Obtén las ecuaciones generales (implícitas) de las siguientes rectas:

a. Recta que pasa por los puntos $(-3, 4)$ y $(-2, 7)$.

b. Recta que pasa por el punto $(2, -1)$ y es paralela a la recta de ecuación $4x - 2y = 6$

4. (1.5p) Escribe la ecuación de la siguientes función a trozos:



5. (1.5p) Me voy a sacar el carnet de conducir y he preguntado precios en dos autoescuelas del pueblo, ofreciéndome las siguientes ofertas:

AUTOESCUELA	MATRÍCULA (€)	CLASE PRÁCTICA (€)
LÓPEZ MORENO	120	35
CRESPÓN	80	40

a. Escribe las funciones que expresen el dinero que me voy a gastar en cada una de las autoescuelas en función de las clases que voy a recibir.

b. Si en la autoescuela Crespón me hubiera gastado 1.520 €, ¿cuánto me habría costado en la autoescuela López Moreno el mismo número de clases?

c. Calcula a partir de cuántas clases compensa estar matriculado en una u otra autoescuela.

SOLUCIONES

1. Obtén la pendiente y ordenada en el origen de las siguientes rectas:

a. $7x - 2y = 4$

Escribimos la ecuación de la recta de forma explícita ($y = mx + n$) despejando y:

$$-2y = -7x + 4 \quad \rightarrow \quad 2y = 7x - 4 \quad \rightarrow \quad y = \frac{7}{2}x - \frac{4}{2} = \frac{7}{2}x - 2$$

Pendiente $m = 7/2$

Ordenada en el origen $n = -2$

b. $-y = 13$

$y = -13$

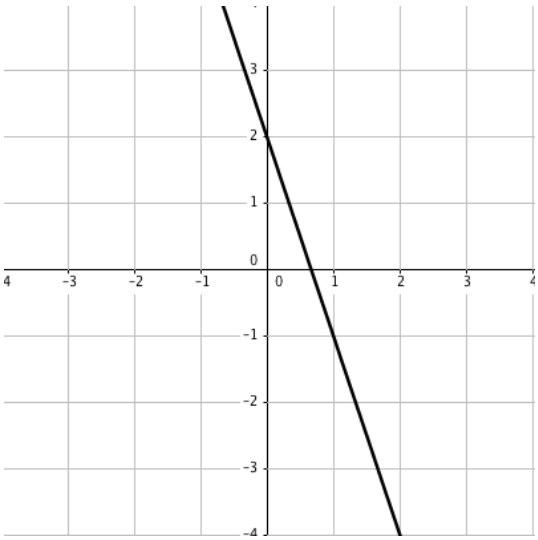
Pendiente $m = 0$

Ordenada en el origen $n = -13$

c. Recta cuya gráfica es:

Por cada desplazamiento horizontal $\Delta x = 1$, el desplazamiento vertical es $\Delta y = -3$, luego $m = -3$

La ordenada en el origen es el valor donde la función corta al eje de ordenadas (y), es decir, $n = 2$



2. Representa las siguientes funciones, eligiendo una escala adecuada en cada uno de los ejes:

a. $x + 150y = 600$

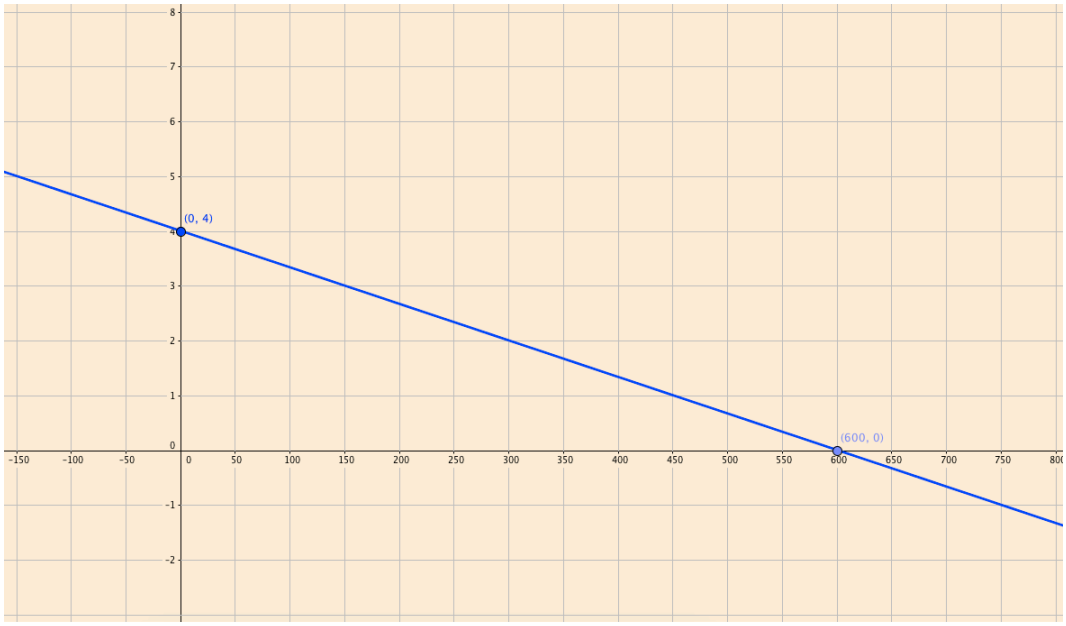
Obtenemos los puntos de corte con los ejes:

Para $x = 0 \quad \rightarrow \quad 150y = 600 \quad \rightarrow \quad y = \frac{600}{150} = 4$

Para $y = 0 \quad \rightarrow \quad x = 600$

x	y
0	4
600	0

Se toma en el eje y una escala de 1 unidad por división y en el eje x una escala de 50 unidades por división:



b. $y = \left| \dfrac{3x+6}{2} \right|$

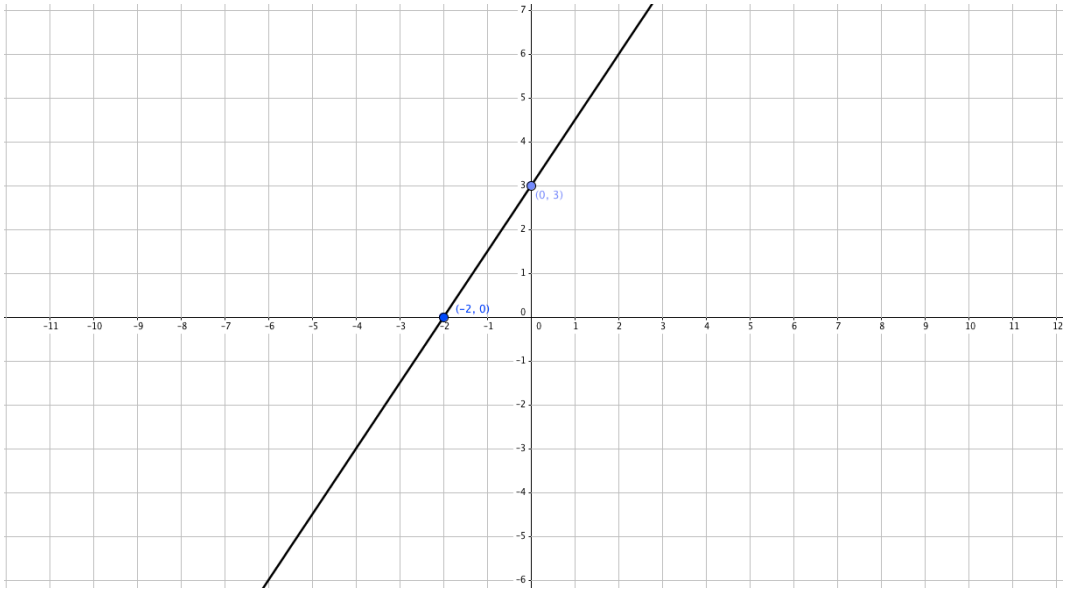
Se representa la función sin valor absoluto obteniendo los puntos de corte con los ejes

$$y = \frac{3x+6}{2}$$

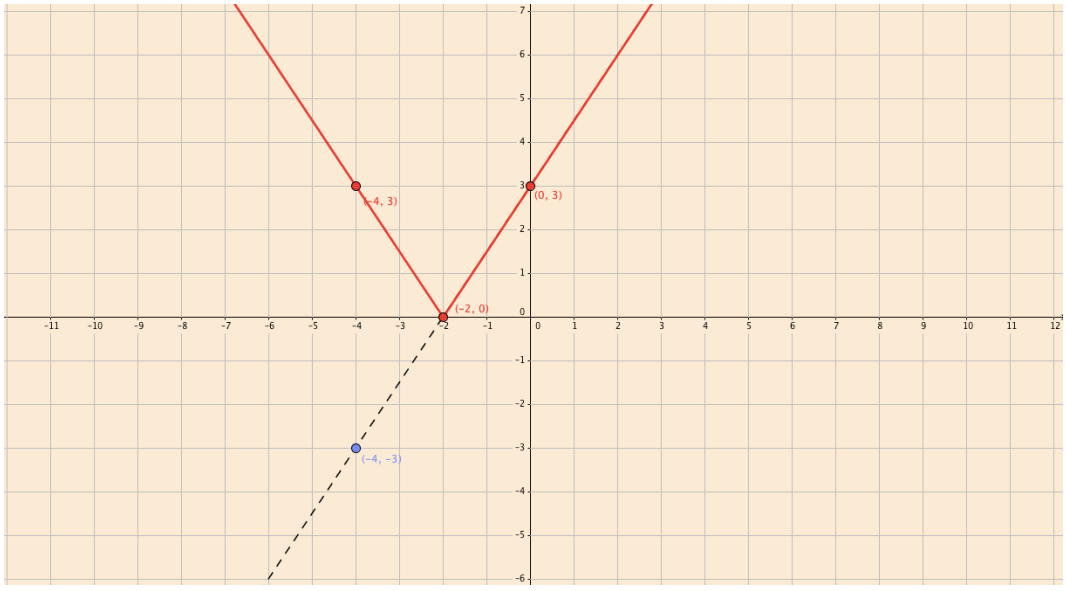
Para $x = 0 \quad \rightarrow \quad y = \dfrac{3 \cdot 0 + 6}{2} = 3$

Para $y = 0 \quad \rightarrow \quad 0 = \dfrac{3x+6}{2} \quad \rightarrow \quad 0 = 3x + 6 \quad \rightarrow \quad -6 = 3x \quad \rightarrow \quad x = -2$

x	y
0	3
-2	0



Para trazar la función en valor absoluto consideraremos el punto $(-2, 0)$ de corte con el eje *x*, que se transforma en sí mismo, y el punto $(-4, -3)$ situado por debajo del eje x (ordenada negativa), que se transformará en el punto $(-4, 3)$.



c. $y = \begin{cases} 3 & si \quad x \leq -3 \\ -\dfrac{x}{3} + 2 & si \quad -3 < x \leq 3 \\ 6 - 2x & si \quad x > 3 \end{cases}$

Representamos cada una de las funciones lineales dando dos valores a la variable independiente x pertenecientes a la región en la que hay que representar la recta:

$y = 3 \quad \rightarrow \quad$ Recta horizontal

$y = -\dfrac{x}{3} + 2$

$x = -3 \quad \rightarrow \quad y = -\dfrac{-3}{3} + 2 = \dfrac{3}{3} + 2 = 3$

$x = 3 \quad \rightarrow \quad y = -\dfrac{3}{3} + 2 = -1 + 2 = 1$

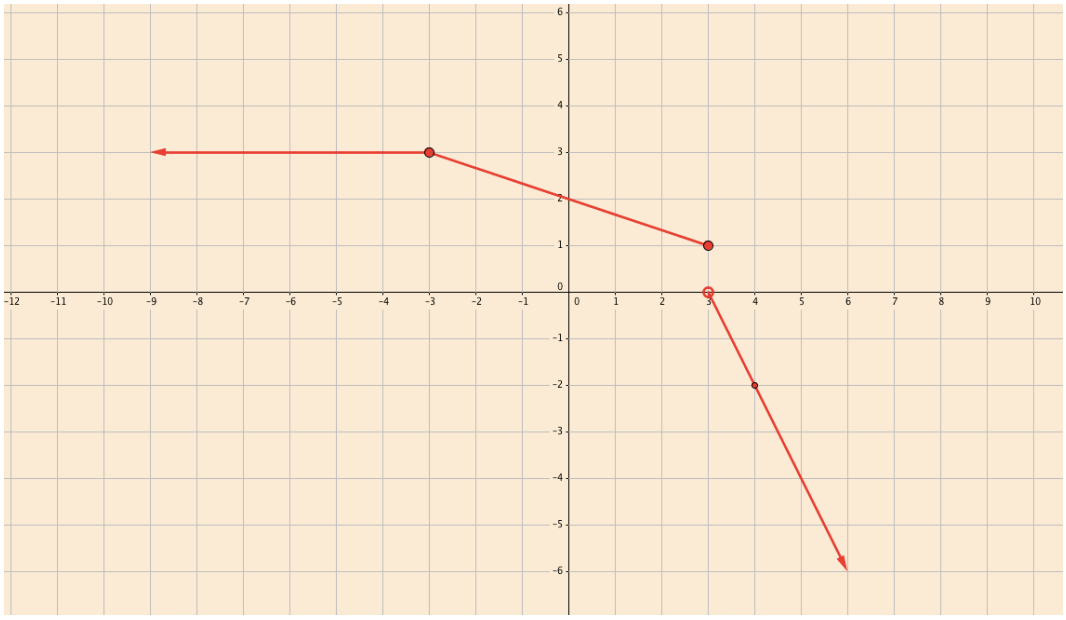
x	y
-3	3
3	1

$y = 6 - 2x$

$x = 3 \quad \rightarrow \quad y = 6 - 6 = 0$

$x = 4 \quad \rightarrow \quad y = 6 - 8 = -2$

x	y
3	0
4	-2



d. $y = x^2 + 2x - 3$

1. La parábola es cóncava por ser $a = -1 < 0$
2. Vértice:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y_v = (-1)^2 + 2(-1) - 3 = 1 - 2 - 3 = -4$$

$V(-1, -4)$

3. Cortes con los ejes:

Eje y $(x = 0)$ $\rightarrow$ $y = -3$

Eje x $(y = 0)$ $\rightarrow$ $0 = x^2 + 2x - 3$

$$\mathbf{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$$\mathbf{x_1} = \frac{-2 + 4}{2} = \frac{2}{2} = \mathbf{1}$$

$$\mathbf{x_2} = \frac{-2 - 4}{2} = \frac{-6}{2} = \mathbf{-3}$$

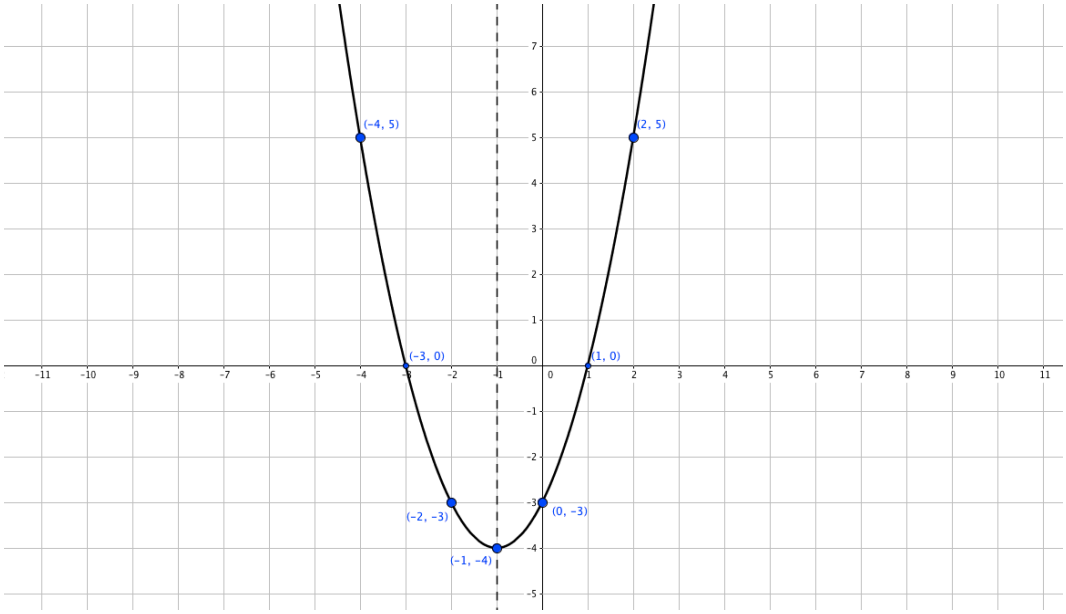
4. Eje de simetría:

Recta vertical que pasa por el vértice de ecuación $\boldsymbol{x = -1}$. Se obtiene el punto simétrico del corte con el eje y.

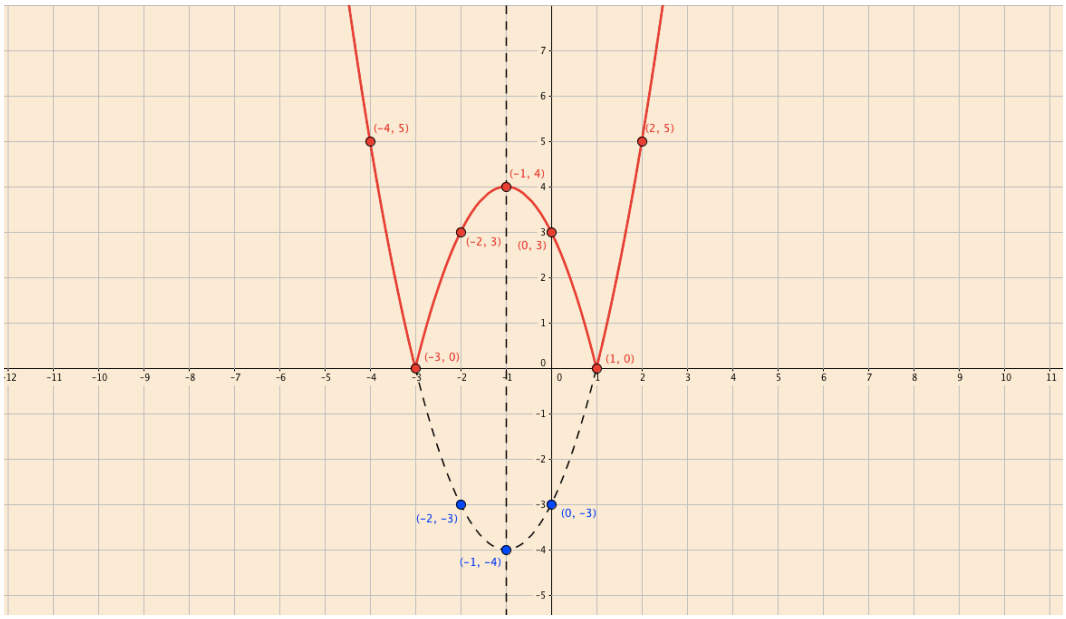
5. Puntos adicionales:

x	y
2	5

De este punto se obtiene su simétrico respecto al eje de simetría



Para trazar la función en valor absoluto consideraremos los puntos $(-3,0)$ y $(1,0)$ corte con el eje *x,* que se transforma en sí mismos, y los puntos $(-2,-3)$ y $(-1,-4)$ y $(0,-3)$, situados por debajo del eje x (ordenada negativa), que se transformarán en los puntos $(-2,3)$ y $(-1,4)$ y $(0,3)$, respectivamente:



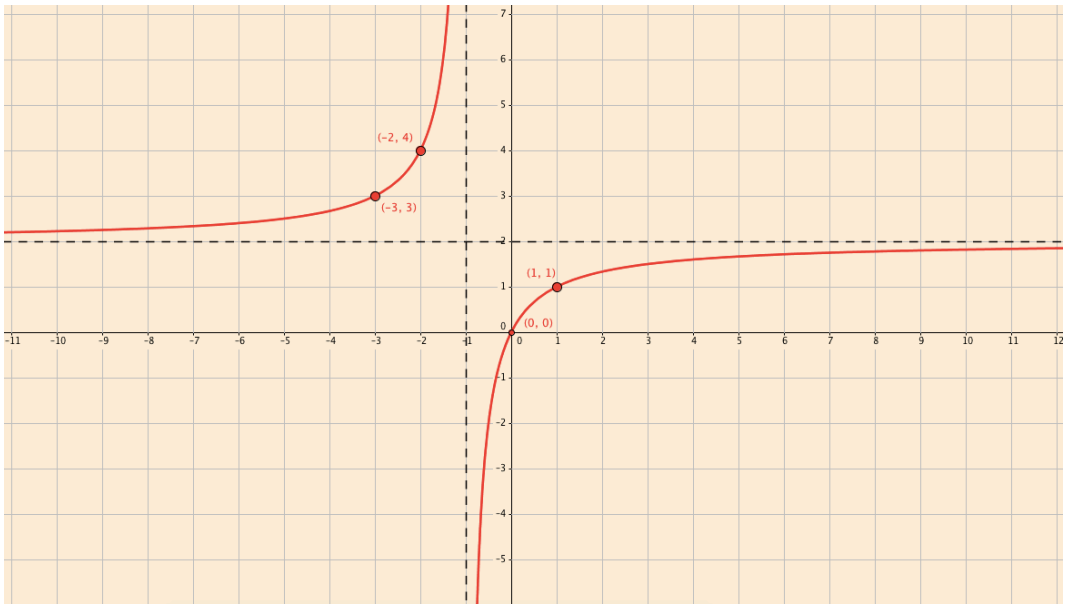
e. $y = \dfrac{-2}{x+1} + 2$

Asíntota vertical: $x + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad x = -1$

Asíntota horizontal: $y = c \quad \rightarrow \quad y = 2$

Puntos adicionales en torno a la asíntota vertical:

x	y
0	0
1	1
-2	4
-3	3



3. Obtén las ecuaciones generales de las siguientes rectas:

a. Recta que pasa por los puntos $(-3, 4)$ y $(-2, 7)$.

Se obtiene la pendiente

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 4}{-2 - (-3)} = \frac{3}{-2 + 3} = 3$$

Utilizando la ecuación punto-pendiente de la recta, donde se tomará como punto $(-3, 4)$:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$
$$y - 4 = 3(x + 3)$$
$$y - 4 = 3x + 9 \quad \rightarrow \quad 3x - y + 13 = 0$$

b. Recta que pasa por el punto $(2, -1)$ y es paralela a la recta de ecuación $4x - 2y = 6$

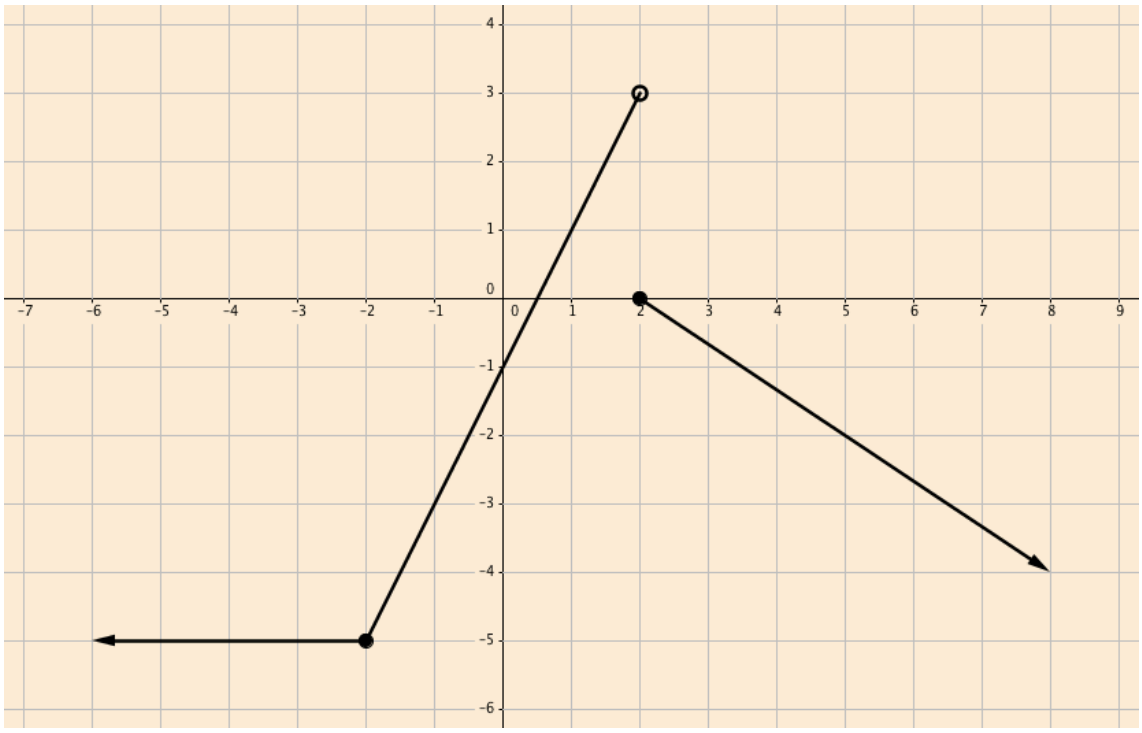
Dos rectas paralelas tienen la misma pendiente. Obtenemos la pendiente de la recta dada escribiendo su ecuación de forma explícita:

$$4x - 2y = 6 \quad \rightarrow \quad -2y = -4x + 6 \quad \rightarrow \quad 2y = 4x - 6 \quad \rightarrow \quad y = 2x - 3$$

La pendiente vale 2. Utilizando la ecuación punto-pendiente de la recta, donde se tomará como punto $(2, -1)$:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$
$$y + 1 = 2(x - 2)$$
$$y + 1 = 2x - 4 \quad \rightarrow \quad 2x - y - 5 = 0$$

4. Escribe la ecuación de la siguientes función a trozos:



El primer tramo es la recta horizontal de ecuación $y = -5$

El segundo tramo es una recta cuya pendiente vale $m = 2$ y cuya ordenada en el origen vale $n = -1$, luego su ecuación explícita es:

$$y = 2x - 1$$

c. El tercer tramo es otra recta cuya ecuación se obtiene a partir de los puntos $(2, 0)$ y $(5, -2)$. Su pendiente vale:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 0}{5 - 2} = -\frac{2}{3}$$

Utilizando la ecuación punto-pendiente de la recta, donde se tomará como punto el $(2, 0)$:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 0 = -\frac{2}{3}(x - 2) \quad \rightarrow \quad y = -\frac{2}{3}(x - 2)$$

La función a trozos será, considerando los puntos cerrados y abiertos como desigualdades no estrictas y estrictas, respectivamente:

$$y = \begin{cases} -5 & si \quad x \leq -2 \\ 2x - 1 & si \quad -2 < x < 2 \\ -\frac{2}{3}(x - 2) & si \quad x \geq 2 \end{cases}$$

5. Me voy a sacar el carnet de conducir y he preguntado precios en dos autoescuelas del pueblo, ofreciéndome las siguientes ofertas:

AUTOESCUELA	MATRÍCULA (€)	CLASE PRÁCTICA (€)
LÓPEZ MORENO	120	35
CRESPÓN	80	40

a. Escribe las funciones que expresen el dinero que me voy a gastar en cada una de las autoescuelas en función de las clases que voy a recibir.

López Moreno $y = 120 + 35x$

Crespón $y = 80 + 40x$

b. Si en la autoescuela Crespón me hubiera gastado 1.520 €, ¿cuánto me habría costado en la autoescuela López Moreno el mismo número de clases?

Obtengo el número de clases recibidas:

$$1520 = 80 + 40x \quad \rightarrow \quad 40x = 1440 \quad \rightarrow \quad x = \frac{1440}{40} = 36$$

En la autoescuela López Moreno habría gastado:

$$y = 120 + 35 \cdot 36 = 1380 \text{ €}$$

c. Estudia a partir de cuántas clases compensa estar matriculado en una u otra autoescuela.

Resolviendo el sistema formado por ambas ecuaciones:

$$120 + 35x = 80 + 40x$$

$$40 = 5x \quad \rightarrow \quad x = 8 \text{ clases}$$

Con un número inferior a 8 clases, es mejor estar matriculado en la autoescuela Crespón. Con 8 clases se paga lo mismo en ambas autoescuelas. Con 9 o más clases compensa la autoescuela López Moreno