1. Hallar k para que el resto en la división del polinomio $\left(4x^3+9x^2-kx+7\right)$ entre $\left(x+3\right)$ sea 10. (1 punto)
2. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas: (3 puntos)

   a) $\dfrac{9-x^2}{x^2-3x}=$

   b) $\dfrac{x^3-4x}{x^3+x^2-2x}=$

   c) $\dfrac{x^3-16x}{4x^3+32x^2+64x}=$

3. Realiza las siguientes operaciones simplificando el resultado: (4 puntos)

   a) $\dfrac{9+6x+x^2}{9-x^2}\cdot\dfrac{3x^2-x^3}{3x^2+x^3}=$

a) $\dfrac{2x-4}{\frac{3}{4}+\frac{2}{8}}:\dfrac{2x^2-8x+8}{x-2}=$

b) $\dfrac{x^2+2x+1}{x^2-1}\cdot\dfrac{4x^2-4x}{x+1}=$

c) $\dfrac{2x^2+14x+20}{x^3-50+2x^2-25x}:\dfrac{x-5}{2x^3-20x^2+50x}=$

4. Suma, resta y simplifica las siguientes fracciones algebraicas: (2 puntos)

   a) $\dfrac{2x^2-5x}{x^2-9}-\dfrac{2x^2-4x+3}{x^2-9}=$

   b) $\dfrac{-3x+1}{x+1}-\dfrac{5x+1}{x^2+x}=$

Ejercicio 1: k? $f(x) = 4x^3 + 9x^2 - kx + 7$

$$\frac{f(x)}{x+3} = 10$$

Aplicando el teorema del resto:

$$f(-3) = 4\cdot(-3)^3 + 9(-3)^2 - k(-3) + 7 = 10 \Rightarrow -20 + 3k = 10$$

$$\Rightarrow 3k = 30 \Rightarrow \underline{k = 10}$$

$3-x$ se puede escribir tb como: $\underline{(3-x) = -(x-3)}$

Ejercicio 2

a) $$\frac{9-x^2}{x^2-3x} = \frac{(3-x)(3+x)}{x(x-3)} = \frac{-\cancel{(x-3)}(x+3)}{x\cancel{(x-3)}} = \frac{-(x+3)}{x}$$ //

b) $$\frac{x^3-4x}{x^3+x^2-2x} = P(x)$$

$$x^3+x^2-2x = x(\underbrace{x^2+x-2}_{=0}) = 0$$

$$x^2+x-2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2-4(-2)}}{2} = \frac{-1\pm 3}{2} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$P(x) = \frac{\cancel{x}\cancel{(x+2)}(x-2)}{\cancel{x}(x-1)\cancel{(x+2)}} = \frac{x-2}{x-1}.$$

c) $$\frac{x^3-16x}{4x^3+32x^2+64x} = P(x).$$

NUMERADOR: $x^3-16x = 0 \Rightarrow x(\underbrace{x^2-16}_{=0}) = 0$

$$x^2-16 = 0 \Rightarrow x = \pm 4.$$

$$x^3-16x = x(x-4)(x+4).$$

DENOMINADOR $f(x) = 4x^3+32x^2+64x = 4x(\underbrace{x^2+8x+16}_{=0.}) = 0$

$$x^2+8x+16 = 0 \Rightarrow x = \frac{-8 \pm \cancel{\sqrt{8^2-4\cdot 16}}^{\,0}}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$ Solución doble.

$$4x^3+32x^2+64x = 4x(x+4)^2$$

$$P(x) = \frac{\cancel{x}(x-4)\cancel{(x+4)}}{4\cancel{x}(x+4)^{\cancel{2}}} = \frac{x-4}{4(x+4)}$$ //

Ejercicio 3

a) $$\frac{x^2+6x+9}{9-x^2}\cdot\frac{3x^2-x^3}{x^3+3x^2}=\frac{\cancel{(x+3)}^2\cdot\cancel{x^2}\cancel{(3-x)}}{\cancel{(3-x)}\cancel{(3+x)}\cdot\cancel{x^2}\cancel{(x+3)}}=1$$

b) $$\frac{x^2+2x+1}{x^2-1}\cdot\frac{4x^2-4x}{x+1}=\frac{\cancel{(x+1)^2}\cdot 4x\,\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}\,\cancel{(x+1)^2}}=4x$$

c) $$\frac{2x^2+14x+20}{x^3+2x^2-25x-50}:\frac{x-5}{2x^3-20x^2+50x}=\text{(I)}$$

* $2x^2+14x+20=0 \rightarrow x=\dfrac{-14\pm\sqrt{14^2-4\cdot2\cdot20}}{4}=\dfrac{-14\pm6}{2}=$

$$\begin{cases} x_1=-4 \\ x_2=-10 \end{cases}$$

$2x^2+14x+20=2(x+4)(x+10)$.

* $x^3+2x^2-25x-50=0$ Posibles divisores: $\pm1, \pm2, \pm5, \pm10, \pm25, \pm50$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -25 & -50 \\ -2 & & -2 & 0 & 50 \\ \hline & 1 & 0 & -25 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^3+2x^2-25x-50=(x+2)(x^2-25)=$
$=(x+2)(x-5)(x+5)$.

* $2x^3-20x^2+50x=2x(x^2-10x+25)=2x(x-5)^2$

$$\text{(I)}=\frac{2(x+4)(x+10)\cdot2x\,\cancel{(x-5)^2}}{(x+2)\cancel{(x-5)}(x+5)\cdot\cancel{(x-5)}}=\frac{4x(x+4)(x+10)}{(x+2)(x+5)}$$

Ejercicio 4:

a) $$\frac{2x^2-5x}{x^2-9}-\frac{2x^2-4x+3}{x^2-9}=\frac{\cancel{2x^2}-5x-\cancel{2x^2}+4x-3}{x^2-9}=$$

$$=\frac{-x-3}{(x-3)(x+3)}=\frac{-\cancel{(x+3)}}{(x-3)\cancel{(x+3)}}=-\frac{1}{x-3}$$

b) $$\frac{-3x+1}{x+1}-\frac{5x+1}{x^2+x}=\frac{(-3x+1)x-5x-1}{x(x+1)}=\frac{-3x^2+x-5x-1}{x(x+1)}=$$

$x^2+x=x(x+1)$

$$=\frac{-3x^2-4x-1}{x(x+1)}=*$$

$-3x^2-4x-1=0 \Rightarrow x=\dfrac{4\pm\sqrt{4^2-4(-1)(-3)}}{-6}=\dfrac{4\pm2}{-6}=\begin{cases}x_1=-1\\ x_2=-\frac{1}{3}\end{cases}$

$-3x^2-4x-1=-3(x+1)(x+\frac{1}{3})=-(x+1)(3x+1)$

$$*=\frac{-\cancel{(x+1)}(3x+1)}{x\,\cancel{(x+1)}}=-\frac{3x+1}{x}$$