ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS

1 **Preguntado un padre por la edad de su hijo contesta: “el producto de su edad hace 6 años por el de su edad hace 4 años es mi edad actual que son 48 años. Calcula la edad del hijo.**

Solución:
Se plantea la ecuación, “x” es la edad del hijo: $(x - 6) \cdot (x - 4) = 48$
Operando: $x^2 - 10x - 24 = 0$
Soluciones: $x = 12$ y $x = -1$. La solución válida es 12 años.

2 **Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a) $x^2 + 10 = 9x + 10$

b) $2x^2 - 12x + 14 = 0$

c) $2x^2 - 5x + 12 = x^2 + 5x - 12$

d) $2x^2 - 3 = x^2 - 6$

Solución:
a) $x = 4$ y $x = 5$; b) $x = -1$ y $x = 7$; c) $x = 4$ y $x = 6$; d) $x = -3$ y $x = 3$

3 **Preguntado un padre por la edad de sus tres hijos contesta: mis hijos se llevan cada uno un año con el siguiente, si sumamos sus edades se obtienen 9 años más que si sumamos las edades de los dos más pequeños.**

Solución:
Se plantea la ecuación: edad del más pequeño “x” entonces $x + (x + 1) + (x + 2) = 9 + x + (x + 1)$
Operando: $x = 7$ años, $x + 1 = 8$ años y $x + 2 = 9$ años.

4 **Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:**

a) $10(20 - x) = 8(2x - 1)$

$$\frac{x}{2} - \frac{21}{3} - \frac{3x}{4} + \frac{5x}{6} = 7$$

b)

$$\frac{3x - 5}{2} - \frac{4x}{5} = \frac{3x + 5}{20}$$

c)

$$\frac{40 + 14x - 1 - 2x}{3} = \frac{-5x + 15}{5}$$

d)

Solución:
a) $x = 8$
b) Multiplicando por 12 queda: $6x - 84 - 9x + 10x = 84$; $x = 24$
c) Multiplicando por 20 queda: $30x - 50 - 16x = 3x - 5$; $x = 5$
d) Multiplicando por 15 queda: $200 + 70x - 5 - 10x = - 15x + 45$; $x = - 2$

5 **En una clase deciden que este verano van a escribir todos una carta al resto de compañeros. El listillo de la clase dice: ¡Los de correos se van a poner contentos porque vamos a escribir 600 cartas!. Calcula el número de alumnos que hay en la clase.**

Solución:
Se plantea el problema. Si “x” es el numero de alumnos cada uno de ello escribe $(x - 1)$ cartas por lo que el total de las cartas será la suma de x veces $(x - 1)$.
$x(x - 1) = 600$
Operando: $x^2 - x - 600 = 0$
Las soluciones son $x = - 24$ y $x = 25$, la solución válida es 25 alumnos.

6 **Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:**

a) $x^4 - 20x^2 + 64 = 0$

b) $x^5 - 41x^3 + 400x = 0$

c) $x^6 - 3x^3 + 2 = 0$

Solución:
a) Realizando el cambio de variable: $x^2 = z$ queda la ecuación:
$z^2 - 20z + 64 = 0$; cuyas soluciones son: $z = 4$ y $z = 16$.
Calculando las raíces cuadradas de las soluciones obtenidas queda: $x = -2$; $x = 2$; $x = -4$ y $x = 4$
b) Sacando factor común x y realizando el cambio de variable: $x^2 = z$ queda la ecuación:
$x\cdot(z^2 - 41z + 400) = 0$; cuyas soluciones son: $x = 0$, $z = 16$ y $z = 25$.
Calculando las raíces cuadradas de las soluciones (z) obtenidas queda: $x = 0$; $x = -4$; $x = 4$; $x = -5$ y $x = 5$
c) Realizando el cambio de variable: $x^3 = z$ queda la ecuación:
$z^2 - 3z + 2 = 0$; cuyas soluciones son: $z = 1$ y $z = 2$.
Calculando las raíces cúbicas de las soluciones obtenidas queda $x = 1$ y $x = \sqrt[3]{2}$

7 **Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:**

a) $$\frac{6x-22}{3} - \frac{10x-2}{14} = \frac{2x-14}{6} - \frac{10x-12}{21}$$

b) $$\frac{x}{2} - \frac{21}{3} - \frac{3x}{4} + \frac{5x}{6} = 7$$

c) $$-\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

d) $$\frac{2(x-1)}{4} - \frac{-2(1-x)}{3} = 5$$

Solución:
a) Multiplicando por 42 queda: $84x - 308 - 30x + 6 = 14x - 98 - 20x + 24$; $x = 19/5$
b) Multiplicando por 12 queda: $6x - 84 - 9x + 10x = 84$; $x = 24$
c) Multiplicando por 12 queda: $- 6x + 4x + 3x = 6 - 4 + 3$; $x = 5$
d) Multiplicando por 12 queda: $6x - 6 + 8 - 8x = 60$; $x = - 29$

8 **Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a) $$x^2 - \frac{5x-12}{2} = \frac{x^2+5x}{2} - 6$$

b) $$\frac{x^2}{2} - \frac{3}{4} = \frac{x^2}{4} + \frac{3}{2}$$

c) $$2x^2 + 2x + 1 = x^2 + 2x + 2$$

d) $$x^2 - (2x-1) = x - 1$$

Solución:
a) $x = 4$ y $x = 6$; b) $x = -3$ y $x = 3$; c) $x = -1$ y $x = 1$; d) $x = 1$ y $x = 2$

9 **Resuelve los siguientes sistemas por sustitución y reducción.**

a) $$\left.\begin{aligned} x + 2y &= 5 \\ 2x + y &= 7 \end{aligned}\right\}$$

b) $$\left.\begin{aligned} 2x + 4y &= 10 \\ 2x + y &= 7 \end{aligned}\right\}$$

Solución:
a) Sustitución:

$$\left.\begin{array}{l} x+2y=5 \\ 2x+y=7 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} x=5-2y \\ 2(5-2y)+y=7 \end{array}$$

$$10-4y+y=7; \quad -3y=-3; \quad y=1 \quad \Rightarrow x=3$$

Reducción

$$\left.\begin{array}{r} -2\cdot(x+2y=5) \\ 2x+y=7 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{r} -2x-4y=-10 \\ \underline{2x+y=7} \\ -3y=-3 \end{array} \;\Rightarrow\; y=1; \; x=3$$

b) Sustitución

$$\left.\begin{array}{l} 2x+4y=10 \\ 2x+y=7 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} y=7-2x \\ 2x+4(7-2x)=10 \end{array}$$

$$2x+28-8x=10; \quad -6x=-18; \quad x=3 \quad \Rightarrow \; y=1$$

Reducción:

$$\left.\begin{array}{r} -(2x+4y=10) \\ 2x+y=7 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{r} -2x-4y=-10 \\ \underline{2x+y=7} \\ -3y=-3 \end{array} \;\Rightarrow\; y=1; \; x=3$$

10 **Resuelve el siguiente sistema no lineal:**

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{x^2+y^2+xy=\frac{3}{4}} \\ \mathbf{x^2-y^2-xy=-\frac{1}{4}} \end{array}\right\}$$

Solución:

$$x=-\frac{1}{2}, y=-\frac{1}{2}; \quad x=-\frac{1}{2}, y=1; \quad x=\frac{1}{2}, y=-1; \quad x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{2}$$

11 **Resuelve los siguientes sistemas no lineales:**

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{x+y-\frac{y}{x}=1} \\ \mathbf{x+y=5} \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{l} \mathbf{3x^2-5y^2=30} \\ \mathbf{x^2-2y^2=7} \end{array}\right\}$$

a) **b)**

Solución:

a) x = 1, y = 4 b) x = -5, y = -3; x = -5, y = 3; x = 5, y = -3; x = 5, y = 3

12 **Resuelve el siguiente sistema no lineal:**

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{\frac{2x-1}{x+1}+\frac{y+3}{y+1}=3} \\ \mathbf{x(x-2)=y(1-y)} \end{array}\right\}$$

Solución:

$$x=2, y=1; \quad x=\frac{2}{13}, y=-\frac{3}{13}$$

13 **Partiendo de la ecuación: 2x + y = 9 añade otra que forme con esta un sistema que no tenga solución.**

Solución:
Para que el sistema no tenga solución basta con tomar una proporcional a ésta en una de las dos partes de la igualdad:
Ej: 4x + 2y = 15
También se puede tomar como compañera de esta la misma ecuación pero con diferente resultado:
Ej: 2x + y = 7
Resolviéndolas se puede comprobar que se obtienen resultados absurdos como 7 = 9

14 **Resuelve el siguiente sistema no lineal:**

$$\left.\begin{array}{l} x^2+y^2=65 \\ xy=28 \end{array}\right\}$$

Solución:
x = -7, y = -4; x = -4, y = -7; x = 4, y = 7; x = 7, y = 4

15 **El área de un triángulo rectángulo es 6m^2 y su perímetro 12 m. Calcula la longitud de los lados del triángulo.**

Solución:
Llamamos x e y a los catetos y escribimos las ecuaciones en función de estos

$$\left.\begin{array}{r} x\cdot y=12 \\ x+y+\sqrt{x^2+y^2}=12 \end{array}\right\}$$

La segunda ecuación que tiene la forma de una radical la tratamos como tal elevándola al cuadrado:

$$\sqrt{x^2+y^2}=12-x-y; \qquad x^2+y^2=144+x^2+y^2-24x-24y+2xy$$

$$\left.\begin{array}{r} 24x+24y-2xy=144 \\ xy=12 \end{array}\right\} \quad y=\frac{12}{x}$$

$$24\frac{12}{x}+24x-2\frac{12}{x}x=144; \qquad 24x^2-168x+288=0 \quad \Rightarrow \quad x^2-7x+12=0; \qquad x=4, \quad x=3$$

Tomando x = 4 se tiene y = 3 y viceversa si se toma x = 3 será y = 4, que forman el mismo triángulo.

16 **Resuelve los siguientes sistemas aplicando el método que quieras.**

$$\left.\begin{array}{l} \frac{4x}{3}+\frac{3y}{2}=7 \\ \frac{-2x}{3}+\frac{y}{2}=-1 \end{array}\right\} \qquad\qquad \left.\begin{array}{l} 2x+2y=\frac{5}{3} \\ 4x-y=\frac{5}{6} \end{array}\right\}$$

a) **b)**

Solución:
a) x = 3; y = 2 b) x = 1/3; y = 1/2

17 **Resuelve la siguiente inecuación ordenadamente, explicando todos los pasos que realizas:**

$$-4x+\frac{3-2x}{4}>\frac{1-3x}{3}-\frac{37}{12}$$

Solución:
Multiplicamos por 12 que es el m.c.m. de los denominadores para que desaparezcan:
-48x + 9 - 6x > 4 - 12x - 37
Se trasponen términos:
-48x - 6x +12x > 4 - 37 - 9

Se opera en cada miembro
-42x > - 42
Se divide por -42 cada miembro y se cambia el sentido de la desigualdad:
x < 1

18 **Resuelve las siguientes inecuaciones:**

a) $\mathbf{x^2 + 2x + 3 \leq -1}$ **b)** $\mathbf{(x+5)(x-4) \geq 0}$

Solución:

a) R b) $(-\infty,-5] \cup [4,+\infty)$

19 **Un vendedor de seguros tiene dos opciones de sueldo, debe elegir entre un fijo de 800 Euros más 80 Euros por póliza o cobrar 150 Euros de comisión pura (sin fijo) por póliza. ¿A partir de que cantidad de pólizas es más rentable la opción de comisión pura?**

Solución:
Se plantea la inecuación: "x" es el número de pólizas
800 + 80x < 150x; x >11,4
A partir de 12 pólizas es más rentable la comisión pura.

20 **Resuelve las siguientes inecuaciones:**
a) 2(x - 3) > 1 - 3(x - 1)
b) 10(20 - x) < 8(2x - 1)
c) 2(1 - x) - 4 > 2(x + 3)

Solución:
a) x > 2 b) x > 8 c) x > -2

21 **Resuelve las siguientes inecuaciones:**
a) x + 2x + 3x < 5(1 - x) + 6
b) (x - 1) + 2(2x + 3) < 4
c) 6(x - 2) - 7(x - 4) > 6 - 3x

Solución:
a) x < 1 b) x < - 1 c) x > -5

22 **La tarifa de telefonía de la empresa A es 20 Euros fijos mensuales más 7 céntimos de euro por minuto de conversación; la de la empresa B es 11 Euros fijos más 12 céntimos por minuto de conversación. ¿A partir de cuantos minutos empieza a ser más rentable la tarifa de la empresa A?**

Solución:
Se plantea la inecuación (ponemos los datos en céntimos): "x" es el número de minutos
2000 + 7x < 1100 +12x; x > 18 minutos.

23 **Resuelve las siguientes inecuaciones:**

a) $\mathbf{\frac{x^2+x}{3} - 1 > -\frac{1-2x^2}{6}}$ **b)** $\mathbf{\frac{2x^2}{3} - x < \frac{8x}{3}(1+x) + 1}$

Solución:

a) $\left(\frac{5}{2},+\infty\right)$ b) $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{3},+\infty\right)$

24 **Resuelve las siguientes inecuaciones:**
a) x + 2x + 3x > 5(1 - x) + 6
b) - 1(x - 1) + 2(2x + 3) > 4
c) 6(x - 2) - 7(x - 4) < 6 - 3x

Solución:
a) x > 1
b) x > - 1
c) x > -5

25 **Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:**

a) $\mathbf{\begin{cases} 6 - x \leq 4x - 5 \\ 1 - 2x \geq -3 \end{cases}}$ **b)** $\mathbf{\begin{cases} 2x - 6 < 0 \\ x - 4 > -5 \end{cases}}$

Solución:

a) Ø b) $(-1,3)$

2 **Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:**

a) $\mathbf{\begin{cases} 2x + 1 > x - \frac{3}{2} \\ 2x - 1 < 1 - 3x \end{cases}}$ **b)** $\mathbf{\begin{cases} x - \frac{1}{3} < \frac{3}{2}x - 1 \\ 4x - 5 < 2 - 5x \end{cases}}$

Solución:

a) $\left(-\frac{5}{2},\frac{2}{5}\right)$ b) Ø

26 **Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:**

a) $\begin{cases} 2x - 15 \le x - 5 \\ -x + 12 \ge 6 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x - 10 > -x + 2 \\ 10 - 4x > -3x \end{cases}$

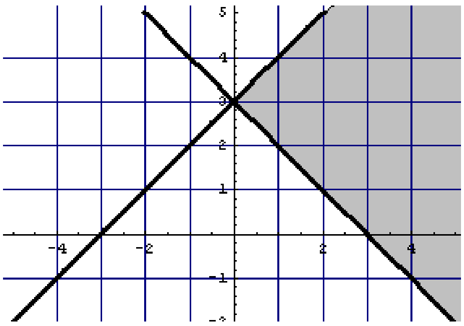
Solución:

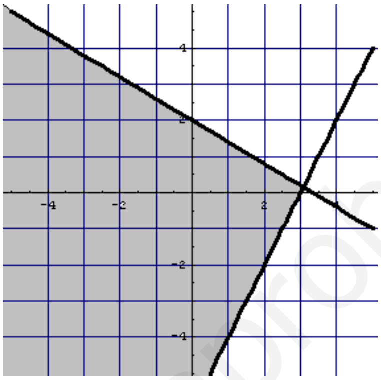
a) $(-\infty, 6]$ b) $(4, 10)$

27 **Representa la región del plano que verifica el siguiente sistema de inecuaciones:**

a) $\begin{cases} -x + y \le 3 \\ x + y - 3 > 0 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x - y > 6 \\ 3x + 5y - 10 < 0 \end{cases}$

Solución:

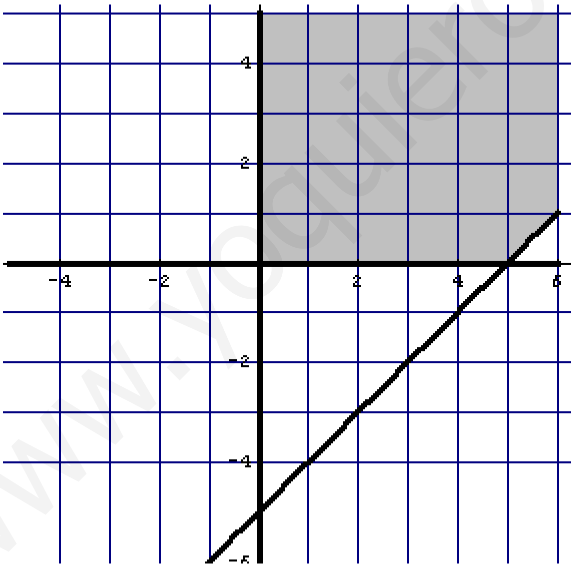
a) 

b) 

28 **Representa la región del plano que verifica el siguiente sistema de inecuaciones:**

$\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ x - y \le 5 \end{cases}$

Solución:



29 **Representa la región del plano que verifica el siguiente sistema de inecuaciones:**

$\begin{cases} x + y \ge 11 \\ -x + 2y \ge 10 \\ y \le 9 \end{cases}$

Solución: