Apellidos: **Nombre:** **Grupo:**

1.- **(10 puntos)** Hallar las integrales siguientes:

a) $\int \frac{3x}{x^2-1}dx = \frac{3}{2}\int \frac{2x}{x^2-1}dx = \frac{3}{2}\ln\left|x^2-1\right| + C.$

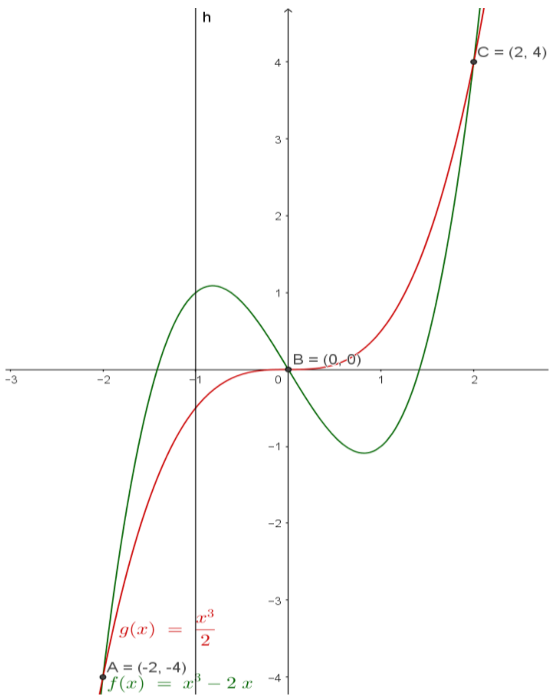
b) $\int 5x^2 e^{x^3}\,dx = \frac{5}{3}\int 3x^2 e^{x^3}\,dx = \frac{}{3}e \quad + C$

c) $\int \frac{\cos x \cdot \sqrt{\quad - senx}}{2}dx = -\frac{1}{2}\int -\cos x\cdot(3-senx)^{\frac{1}{2}}dx = -\frac{1}{2}\frac{(3-senx)^{3/2}}{3/2} + C = -\frac{1}{3}\sqrt[3]{3-senx} + C$

d) $\int \frac{(3\ln x)^4}{3x}dx = 27\int \ln^4 x\cdot\frac{1}{x}\cdot dx = \frac{27}{5}\ln \quad x + C$

e) $\int \frac{2x^3}{x+1}dx = \int\left(2x^2-2x+2\right)dx - 2 \quad \frac{dx}{x+1} = \frac{2x^3}{3} - x^2 + 2x - 2\ln|x+1|$

2.- **(10 puntos)** Calcular el área del recinto limitado por las curvas $y = x^3 - 2x$, $y = \frac{x^3}{2}$ y la recta $x = -1$



Puntos de corte:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^3 - 2x = \frac{x^3}{2} \Leftrightarrow \frac{x^3}{2} - 2x = 0 \Rightarrow x = 0,\ x = \pm 2.$$

Considerando el área de la izquierda:

$$A = \left|\int_{-2}^{-1}\left(\frac{x^3}{2} - 2x\right)dx\right| = \left[\frac{x^4}{8} - x^2\right]_{x=-2}^{x=-1} = \left|\left(\frac{1}{8} - 1\right) - (2-4)\right| = \frac{9}{8}u^2$$

Considerando el área de la derecha:

$$A = \left|\int_{-1}^{0}\left(\frac{x^3}{2} - 2x \right|dx\right| + \left|\int_{0}^{2}\left(\frac{}{} - \quad x\right)dx\right| = \left[\frac{x^4}{8} - x^2\right]_{x=-1}^{x=0} + \left[\frac{}{} - x\ \right]_{=} =$$

$$= \left|0 - \left|\ \frac{1}{8} - 1\right)\right| + \left|(2-4) - 0\right| = \frac{7}{8} + 2 = \frac{23}{8}u^2$$

Considerando las dos áreas, y considerando que la función es impar

$$A = 2\left|\int_{0}^{2}\left(\frac{x^3}{2} - 2x\right)dx\right| = 2\left[\frac{}{8} - x^2\right]_{x=0}^{x=2} = 2\left|(2-4) - 0\right| = 4u\ .$$

3.- **(20 puntos)** Dada la siguiente función: $f(x)=\dfrac{4-2x^2}{x^2-4}$, calcular:

a) Su dominio. **(1 punto)**

b) Simetrías. **(1 punto)**

c) Cortes con los ejes. **(1 punto)**

d) Asíntotas. **(5 puntos)**

e) Monotonía, máximos y mínimos. **(5 puntos)**

f) Curvatura y puntos de inflexión. **(4 puntos)**

Con esta información hacer su representación gráfica. **(3 puntos)**

$a)\ Domf=\left\{x\in\mathbb{R}\ tal\ que\ x^2-4\neq 0\right\}=\mathbb{R}-\left\{-2,2\right\}$

$$b)\ f(-x)=\frac{4-2(-x)^2}{(-x)^2-4}=\frac{4-2x^2}{x^2-4}=f(x)\Rightarrow Par\Rightarrow Simétrica\ respecto\ de\ OY.$$

$$c)\ corte\ OX\Rightarrow y=0\Rightarrow\frac{4-2x^2}{x^2-4}=0\Rightarrow 4-2x^2=0\Rightarrow x=\pm\sqrt{2}\Leftrightarrow A\left(\sqrt{2},0\right);\ B\left(-\sqrt{2},0\right)$$

$$corte\ OY\Rightarrow x=0\Rightarrow y=-1\Leftrightarrow E(0,-1)$$

$d)\ Asíntotas$

$Horizontales:$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{4-2x^2}{x^2-4}=-2\Rightarrow y=-2\quad (no\ \ hay\ \ asíntotas\ oblicuas)$$

$Verticales:$

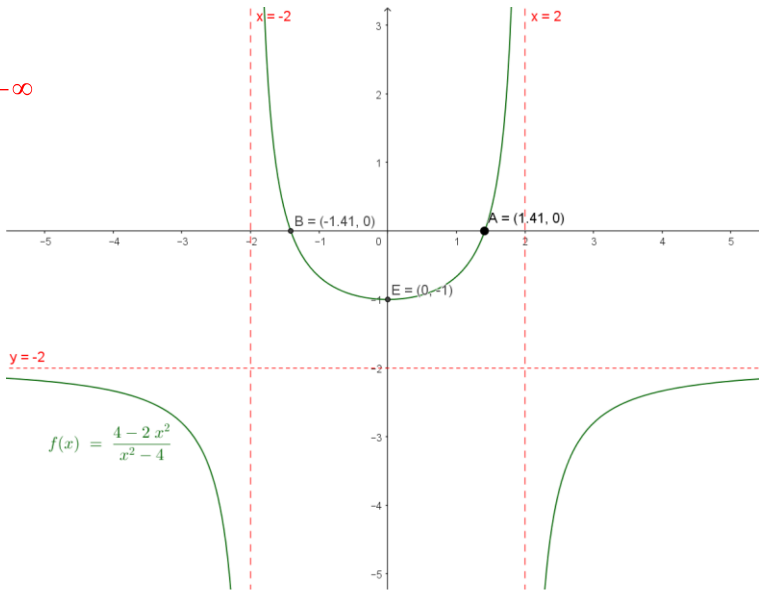
$$\odot x=-2\Rightarrow\begin{cases}\displaystyle\lim_{x\to-2^-}\frac{4-2x^2}{x^2-4}=\frac{-4}{0^+}=-\infty\\[2ex]\displaystyle\lim_{x\to-2^+}\frac{4-2x^2}{x^2-4}=\frac{-4}{0^-}=+\infty\end{cases}\qquad\odot x=2\Rightarrow\begin{cases}\displaystyle\lim_{x\to2^-}\frac{4-2x^2}{x^2-4}=\frac{-4}{0^-}=+\infty\\[2ex]\displaystyle\lim_{x\to2^+}\frac{4-2x^2}{x^2-4}=\frac{-4}{0^+}=-\infty\end{cases}$$

$e)\ Monotonía:$

$$f'(x)=\frac{8\cdot x}{\left(x^2-4\right)^2}=\frac{8\cdot x}{x^4-8\cdot x^2+16}$$

$$f'(x)=0\Rightarrow x=0$$

$$-\infty\xrightarrow[\searrow]{y'<0}-2\xleftrightarrow[\searrow]{y'<0}\underset{\substack{Mínimo\ Relativo\\E(0,-1)}}{0}\xleftrightarrow[\nearrow]{y'>0}2\xleftarrow[\nearrow]{y'>0}\infty$$



$f)\ Curvatura:$

$$f''(x)=\frac{-24\cdot x^2-32}{\left(x^2-4\right)^3}=\frac{-24\cdot x^2-32}{x^6-12\cdot x^4+48\cdot x^2-64}$$

$$f''(x)=0\Rightarrow -24\cdot x^2-32=0\ no\ tiene\ solución.$$

$$-\infty\xrightarrow[\cap]{y''<0}-2\xleftrightarrow[\cup]{y'>0}2\xleftarrow[\cap]{y'<0}\infty\ \ no\ hay\ PI$$