19. Factoriza los siguientes polinomios:

a) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

b) $2x^3 - x^2 - 7x + 6$

c) $x^3 + 5x^2 + 8x + 4$

d) $3x^4 + 6x^3 - 12x^2 - 24x$

e) $x^4 - 1$

f) $3x^5 - 3x^4 - 6x^2 - 12x$

SOLUCIONES

19.

a) $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

Aplicamos Ruffini intentando dividir por los divisores del término independiente, en nuestro caso 1 y -1.

	1	-3	3	-1
1		1	-2	1
	1	-2	1	0
1		1	-1	
	1	-1	0	

$P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x - 1)^3$.

b) $P(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + 6$

Aplicamos Ruffini intentando dividir por los divisores del término independiente, en nuestro caso 1, - 1, 2, -2, 3, -3, 6 y -6.

	2	-1	-7	6
1		2	1	-6
	2	1	-6	0
-2		-4	6	
	2	-3	0	

$$P(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + 6 = (x-1)\cdot(x+2)\cdot(2x-3)$$

c) $P(x) = x^3 + 5x^2 + 8x + 4$.

Aplicamos Ruffini intentando dividir por los divisores del término independiente, en nuestro caso 1, - 1, 2, -2, 4, -4.

	1	5	8	4
-1		-1	-4	-4
	1	4	4	0
-2		-2	-4	
	1	2	0	

$$P(x) = x^3 + 5x^2 + 8x + 4 = (x+1)\cdot(x+2)^2$$

d) $P(x) = 3x^4 + 6x^3 - 12x^2 - 24x$.

Sacamos factor común 3x, de manera que obtenemos:
$P(x) = 3 \cdot x \cdot (x^3 + 6x^2 - 12x - 8)$

Aplicamos Ruffini i sobre el polinomio que obtenemos al sacar factor común, intentando dividir por los divisores del término independiente, en nuestro caso 1, -1, 2, -2, 4, -4, +8 y -8.

	1	6	-12	-8
2		2	16	8
	1	8	4	0

El resto de raíces del polinomio no son números enteros, así que resolvemos la ecuación de segundo grado:

$x^2 + 8x + 4 = 0$

$x = -4 \pm \sqrt{3}$

Por lo tanto, al factorizar el polinomio inicial obtenemos:

$$P(x) = 3x \cdot (x-2) \cdot (x + 4 + \sqrt{3}) \cdot (x + 4 - \sqrt{3})$$

e) $P(x) = x^4 - 1$

Si aplicamos las igualdades notables que hemos visto en epígrafes anteriores tenemos que: $P(x) = x^4 - 1 = (x^2+1)\cdot(x^2-1) = (x^2+1)\cdot(x+1)(x-1)$

Observación: El factor (x^2 + 1) no tiene raíces reales.

f) $P(x) = 3x^5 - 3x^4 - 6x^2 - 12x$

Sacamos factor común 3x, de manera que obtenemos: $P(x) = 3x(x^4 - x^3 - 2x - 4)$

Aplicamos Ruffini sobre el polinomio que obtenemos al sacar factor común, intentando dividir por los divisores del término independiente, en nuestro caso 1, -1, 2, -2, 4 y -4.

	1	-1	0	-2	-4
1		-1	2	-2	4
	1	-2	2	-4	0
2		2	0	4	
	1	0	2	0	

Por lo tanto, al factorizar el polinomio inicial obtenemos: $P(x) = 3x \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x^2+2)$

Observación: El factor (x^2 + 2) no tiene raíces reales.