1. Determina los valores de los parámetros a y b de modo que la función *f*(*x*) sea continua en su dominio.

$$f(x) = \begin{cases} x+a, si\ x \leq 0 \\ \dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{1-x}}{3x}, si\ 0 < x < 1 \\ bx, si\ x \geq 1 \end{cases}$$

2. El número de personas que utilizan las instalaciones de una piscina de verano viene expresado por la función $f(t) = 10t^3 - 120t^2 + 450t$, donde t representa el tiempo transcurrido desde la apertura de la piscina, 12 de la mañana (instante t = 0) hasta el cierre de la piscina que se produce a las 19 horas de la tarde.

(a) Determina el dominio en el que estudiamos la función. ¿Cuántas personas quedan a la hora del cierre?

(b) ¿A qué hora el número de personas que utilizan la piscina es mayor? ¿Cuántas personas hay en ese momento?

3. Dada la función $f(x) = \frac{4x^2+x+3}{3+4x^2}$, determina:

(a) Dominio y asíntotas.

(b) Intervalos de concavidad y puntos de inflexión.

4. **(a)** Determina los parámetros a y b para que la recta tangente a la gráfica de $f(x) = ax^2 - b$ en el punto (1, 5) sea la recta de ecuación $y = 3x + 2$.

(b) Calcula las funciones derivadas de:

$$f(x) = e^{1-x} + \ln(x+2) \qquad \text{y} \qquad g(x) = \sqrt{log_5\left(\frac{2x-1}{3x^2}\right)}$$

1. Tendremos que exigir que la función sea continua en x = 0 y x = 1, puesto que en el resto de los puntos ya lo es.

f continua en x = 0 $\underset{DEF}{\Longleftrightarrow} f(0) = \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x)$

$$\left.\begin{cases} f(0) = a \\ \lim\limits_{x\to 0^-}(x+a) = a \\ \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{1-x}}{3x} = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{2}{3\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x}\right)} = \dfrac{1}{3} \end{cases}\right\} \underset{DEF}{\Longleftrightarrow} a = \frac{1}{3}$$

f continua en x = 1 $\underset{DEF}{\Longleftrightarrow} f(1) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x)$

$$\left.\begin{cases} f(1) = b \\ \lim\limits_{x\to 1^+} bx = b \\ \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{1-x}}{3x} = \dfrac{\sqrt{2}}{3} \end{cases}\right\} \underset{DEF}{\Longleftrightarrow} b = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

2. **(a)** $\boldsymbol{f(7) = 10\cdot 7^3 - 120\cdot 7^2 + 450\cdot 7 = 700}$ personas

(b) $f'(x) = 30t^2 - 240t + 450$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 30t^2 - 240t + 450 = 0 \Rightarrow t^2 - 8t + 15 = 0 \Rightarrow t = 3, t = 5$$

Intervalos	0<x<3	3<x<5	5<x<7
Signo de f'	positivo	negativo	positivo
Función f	creciente	decreciente	creciente

La función presenta en x = 3 un máximo relativo, siendo f(3) = 540 personas. Pero a la hora del cierre, x = 7, la función alcanza un máximo absoluto de f(7) = 700 personas. Por lo tanto, a la hora del cierre, 19 horas, hay un mayor número de personas que utilizan la piscina.

3. **(a)** Dominio f = R

No tiene asíntotas verticales.

La recta y = 1 es una asíntota horizontal ya que:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{4x^2+x+3}{3+4x^2} = 1 = \lim_{x\to -\infty} \frac{4x^2+x+3}{3+4x^2}$$

No tiene asíntotas oblicuas pues:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$$

(b) $f'(x) = \frac{3-4x^2}{(3+4x^2)^2}$ $\qquad f''(x) = \frac{32x^3-72x}{(3+4x^2)^3}$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow x(32x^2 - 72) = 0 \Rightarrow x = 0, x = \frac{3}{2}, x = \frac{-3}{2}$$

Intervalo	x<-1.5	-1.5<x<0	0<x<1.5	x>1.5
Signo de f''(x)	negativa	positiva	negativa	positiva
Curvatura	Cóncava hacia abajo	Cóncava hacia arriba	Cóncava hacia abajo	Cóncava hacia arriba

Los puntos de abscisas x = 0, x = -1.5, x = 1.5 son de inflexión.