LÍMITES ALGEBRAICOS INDETERMINADOS DE LA FORMA MATEMÁTICA $\frac{0}{0}$

001 $\lim\limits_{x\to 5} \left(\frac{x-5}{x^2-25}\right)$

002 $\lim\limits_{x\to 2} \left(\frac{2-x}{x^2-4}\right)$

003 $\lim\limits_{x\to -3} \left(\frac{x^2+x-6}{x^2-9}\right)$

004 $\lim\limits_{x\to 4} \left(\frac{x^2-5x+4}{x^2-2x-8}\right)$

005 $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+5}-\sqrt{5}}{x}$

006 $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2}}{x}$

007 $\lim\limits_{x\to 4} \frac{\sqrt{x+5}-3}{x-4}$

008 $\lim\limits_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

009 $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\left[\frac{1}{(3+x)}\right]-\frac{1}{3}}{x}$

010 $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\left[\frac{1}{(4+x)}\right]-\frac{1}{4}}{x}$

011 $\lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{2(x+\Delta x)-2x}{\Delta x}$

012 $\lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{(x+\Delta x)^2-x^2}{\Delta x}$

013 $\lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{(x+\Delta x)^2-2(x+\Delta x)+1-(x^2-2x+1)}{\Delta x}$

014 $\lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{(x+\Delta x)^3-x^3}{\Delta x}$

015 $\lim\limits_{x\to -1} \left(\frac{x^2-1}{x+1}\right)$

016 $\lim\limits_{x\to -1} \left(\frac{2x^2-x-3}{x+1}\right)$

017 $\lim\limits_{x\to 2} \left(\frac{x^3-8}{x-2}\right)$

018 $\lim\limits_{x\to -1} \left(\frac{x^3+1}{x+1}\right)$

019 $\lim\limits_{x\to 16} \frac{4-\sqrt{x}}{x-16}$

020 $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\left[\frac{1}{(2+x)}\right]-\frac{1}{2}}{x}$

021 $\lim\limits_{x\to 2} \left(\frac{x^5-32}{x-2}\right)$

022 $\lim\limits_{x\to 2} \left(\frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}\right)$

023 $\lim\limits_{x\to -3} \left(\frac{x^2+x-6}{x+3}\right)$

024 $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

025 $\lim\limits_{x\to 3} \left(\frac{x^3-27}{x^2-9}\right)$

026 $\lim\limits_{x\to -1} \left(\frac{x^2-1}{x^2+3x+2}\right)$

027 $\lim\limits_{h\to 0} \frac{(x+h)^3-x^3}{h}$

028 $\lim\limits_{x\to -2} \frac{2+x}{x^2-4}$

029 $\lim\limits_{x\to 2} \frac{(x^3-7x^2+16x-12)}{(x^3-7x+6)}$

030 $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^3-3x+2}{x^3-x^2+1}$

SOLUCIONARIO

$$\lim_{x\to 5}\left(\frac{x-5}{x^2-25}\right)$$

001

Al evaluar el límite problema el lector puede apreciar que se presenta una indeterminación matemática de la forma $\frac{0}{0}$, es decir:

$$\lim_{x\to 5}\left(\frac{x-5}{x^2-25}\right) = \frac{5-5}{5^2-25} = \frac{0}{0}$$

Solución:

Para la resolución del problema se utiliza la técnica de cancelación, para lo cual se factoriza el denominador. Cómo en el denominador se tiene una diferencia de cuadrados, se procede a la factorización utilizando la siguiente fórmula: a^2 - $b^2 = (a+b)(a-b)$.

$$\lim_{x\to 5}\left(\frac{x-5}{x^2-25}\right) = \lim_{x\to 5}\frac{(x-5)}{(x+5)\,(x-5)} =$$

Se cancela los factores semejantes:

$$\lim_{x\to 5}\frac{1}{(x+5)}$$

Se evalúa el límite resultante:

$$\lim_{x\to 5}\frac{1}{(x+5)} = \frac{1}{(5+5)} = \frac{1}{10}$$

$$\boxed{\lim_{x\to 5}\left(\frac{x-5}{x^2-25}\right)= \frac{1}{10}}$$

Los siguientes límites: 2, 3 y 4 se resuelven tomando en consideración los pasos que se realizaron en el límite anterior.

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{2-x}{x^2-4}\right)$$

002

Se evalúa inicialmente el límite y se nota que la indeterminación matemática es de la forma $\frac{0}{0}$.

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{2-x}{x^2-4}\right)=\frac{2-2}{2^2-4}=\frac{0}{0}$$

Solución:

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{2-x}{x^2-4}\right) = \lim_{x\to 2}\frac{(2-x)}{(x+2)\,(x-2)}=\lim_{x\to 2}-\frac{(x-2)}{(x+2)\,(x-2)}=-\lim_{x\to 2}\frac{1}{(x+2)} = -\frac{1}{4}$$

Nota: Observe que se multiplica el límite por menos (-) para transformar el término (2-x) en (x-2), para luego cancelar términos semejantes.

$$\boxed{\lim_{x\to 2}\left(\frac{2-x}{x^2-4}\right)= -\frac{1}{4}}$$

$$\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^2+x-6}{x^2-9}\right)$$

003

Se evalúa el límite y la indeterminación es de la forma $\frac{0}{0}$

$$\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^2+x-6}{x^2-9}\right)=\frac{(-3^2)-3-6}{(-3)^2-9}=\frac{0}{0}$$

Solución:

$$\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^2+x-6}{x^2-9}\right)=\lim_{x\to -3}\frac{(x+3)(x-2)}{(x+3)\,(x-3)}=\lim_{x\to -3}\frac{(x-2)}{(x-3)}=$$

$$\lim_{x\to -3}\frac{(x-2)}{(x-3)}=\frac{(-3-2)}{(-3-3)}=\frac{-5}{-6}=\frac{5}{6}$$

Nota: El trinomio del límite es de la forma x^2+bx+c. Para su factorización se procede a encontrar dos números (siempre que existan) que multiplicados den el tercer término y que sumados o restados den el término central.

$$\boxed{\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^2+x-6}{x^2-9}\right)=\frac{5}{6}}$$

$$\boldsymbol{lim_{x\to\infty}\frac{x^2+2}{x^2-1}}$$

062

Al evaluar el límite se obtiene la indeterminación $\frac{\infty}{\infty}$. ¡Hágalo!

$$lim_{x\to\infty}\frac{x^2+2}{x^2-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^2}{x^2}+\frac{2}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{1}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{2}{x^2}}{1-\frac{1}{x^2}}=\frac{1+0}{1-0}=1$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+2}{x^2-1}=1}$$

$$\boldsymbol{lim_{x\to\infty}\frac{x^2+2}{x-1}}$$

063

$$\boxed{\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+x}-x}}$$ 099

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}+\frac{\sqrt{x}}{x}}{\frac{\sqrt[4]{x^3+x}}{x}-\frac{x}{x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{\frac{x}{x^2}}}{\sqrt[4]{\frac{x^3}{x^4}+\frac{x}{x^4}}-\frac{x}{x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{\frac{1}{x}}}{\sqrt[4]{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^3}}-1} = \frac{\sqrt{1}+0}{0-1} = \frac{\sqrt{1}}{-1} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+x}-x} = -1}$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{x^2+1}+x)^2}{\sqrt[3]{x^6+1}}}$$ 100

Se resuelve el cuadrado de la suma expresado en el numerador:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{x^2+1}+x)^2}{\sqrt[3]{x^6+1}} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+1+2x\sqrt{x^2+1}+x^2}{\sqrt[3]{x^6+1}} =$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2+2x\sqrt{x^2+1}+1}{\sqrt[3]{x^6+1}} = \lim_{x\to\infty} \frac{2x^2+\sqrt{(x^2+1)(4x^2)}+1}{\sqrt[3]{x^6+1}} =$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2+\sqrt{4x^4+4x^2}+1}{\sqrt[3]{x^6+1}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2}+\sqrt{\frac{4x^4}{x^4}+\frac{4x^2}{x^4}}+\frac{1}{x^2}}{\sqrt[3]{\frac{x^6}{x^6}+\frac{1}{x^6}}} =$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2+\sqrt{4+\frac{4}{x^2}}+\frac{1}{x^2}}{\sqrt[3]{1+\frac{1}{x^6}}} = \frac{2+\sqrt{4+0}+0}{\sqrt[3]{1+0}} = \frac{2+\sqrt{4}}{\sqrt[3]{1}} = \frac{2+2}{\sqrt[3]{1}} = \frac{4}{1} = 4$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{x^2+1}+x)^2}{\sqrt[3]{x^6+1}} = 4}$$

$\boxed{lim_{x\to\infty}(5-\frac{2}{x^4})}$ **101**

Se opera matemáticamente la expresión que está en el paréntesis y se evalúa el límite resultante:

$$lim_{x\to\infty}(5-\frac{2}{x^4}) = \lim_{x\to\infty}\frac{5x^4-2}{x^4} = 5$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty}(5-\frac{2}{x^4}) = 5}$$

$\boxed{\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3x}{4x^2+5}}$ **102**

Al evaluar el límite se obtiene la indeterminación $\frac{\infty}{\infty}$. ¡Hágalo!

$$= \lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3x}{4x^2+5} = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^2}{x^2}-\frac{3x}{x^2}}{\frac{4x^2}{x^2}+\frac{5}{x^2}} = \lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{3}{x}}{4+\frac{5}{x^2}} =$$

$$\frac{1-0}{4+0} = \frac{1}{4}$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3x}{4x^2+5} = \frac{1}{4}}$$

$\boxed{\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{1+x^{-2}}}$ **103**

Se reescribe el límite problema:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{1+x^{-2}} = \lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{1+\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^2}{x^2}}{\frac{1}{x^2}+\frac{\frac{1}{x^2}}{x^2}} =$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^4}} = \frac{1}{0+0} = \frac{1}{0} = \infty$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{1+x^{-2}} = \infty}$$

LÍMITES **INDETERMINADOS** DE LA FORMA MATEMÁTICA $\boxed{\infty - \infty}$

121 $\lim_{x \to 5} \left(\frac{x-5}{x^2-25}\right)$

122 $\lim_{x \to 2} \left(\frac{2-x}{x^2-4}\right)$

123 $\lim_{x \to -3} \left(\frac{x^2+x-6}{x^2-9}\right)$

124 $\lim_{x \to 4} \left(\frac{x^2-5x+4}{x^2-2x-8}\right)$

125 $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{5}}{x}$

126 $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}}{x}$

127 $\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x+5} - 3}{x-4}$

128 $\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3}$

129 $\lim_{x \to 0} \frac{\left[\frac{1}{(3+x)}\right] - \frac{1}{3}}{x}$

130 $\lim_{x \to 0} \frac{\left[\frac{1}{(4+x)}\right] - \frac{1}{4}}{x}$

131 $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{2(x+\Delta x)-2x}{\Delta x}$

132 $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^2-x^2}{\Delta x}$

133 $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^2 - 2(x+\Delta x)+1-(x^2-2x+1)}{\Delta x}$

134 $lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^3-3x^2+5}{x^2-1} + \frac{3-x^2}{x+1}\right)$

135 $lim_{x \to \infty} \left(\sqrt{(x+a)(x+b)} - x \right)$

136 $lim_{x \to \infty} (2x - \sqrt{4x^2+1})$

137 $lim_{x \to \infty} \sqrt{x^3} \left(\sqrt{x^3+1} - \sqrt{x^3-1}\right)$

138 $lim_{x \to \infty} \left(\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}\right)$

139 $lim_{x \to 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{2+2x-x^2}{x^2-2x}\right)$

140 $lim_{x \to \infty} \left(x^2 - \frac{x^4+1}{x^2-1}\right)$

141 $lim_{x \to \infty} \left(\sqrt{x^2-3x+2} - \sqrt{x^2-x}\right)$

142 $lim_{x \to 1^+} \left(\frac{1}{x^2-1} - \frac{1}{x^3-1}\right)$

143 $lim_{x \to \infty} \left(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}\right)$

144 $lim_{x \to \infty} \left(\sqrt{x^2+3x} - x\right)$

145 $lim_{x \to \infty} \left(\sqrt{x^2-2} - \sqrt{x^2+x}\right)$

146 $lim_{x \to \infty} \left(\sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}\right)$

147 $lim_{x \to \infty} \left(\frac{3x}{x+2} - \frac{x-1}{2x+6}\right)$

148 $lim_{x \to \infty} \mathrm{x} \left(\sqrt{x^2+3} - x\right)$

149 $lim_{x \to 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3}\right)$

150 $lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x(x+a)} - \sqrt{x}\right)$