INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA

Una inecuación de segundo grado se expresa de forma general de una de las siguientes formas:

$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

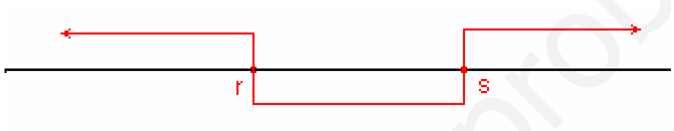
siendo a, b y c números reales.

Para resolverlas, lo primero que hay que hacer es calcular las raíces de los polinomios de segundo grado que aparecen en el primer miembro y a partir de ahí se pueden seguir dos procesos diferentes:

MÉTODO 1

Supongamos que las raíces obtenidas son r y s siendo r < s.

Si las situamos sobre la recta real, ésta queda dividida en intervalos: $(-\infty, r)$, (r, s) y $(s, +\infty)$. Se observa mejor en el gráfico,



En cada uno de esos intervalos, el polinomio $ax^2 + bx + c$ tendrá signo positivo o negativo. De modo que dependiendo del signo de la desigualdad, así elegiremos el (los) intervalo(s) solución.

También son importantes las raíces puesto que son los valores en los que el polinomio se anula y por tanto pertenecerán a la solución de la inecuación cuando la desigualdad sea del tipo $\geq$ o $\leq$

EJERCICIOS RESUELTOS

1º) $3x^2 + 7x + 2 > 0$

1. Se hallan las raíces del polinomio $3x^2 + 7x + 2$.

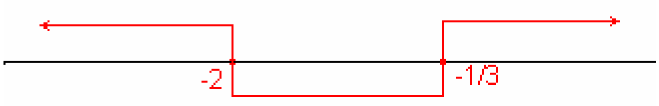
Para ello se iguala a cero y se resuelve la ecuación que resulta:

$$3x^2 + 7x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2}}{2 \cdot 3} = \frac{-7 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{-7 \pm 5}{6} = \begin{cases} x_1 = \frac{-7+5}{6} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3} \\ x_2 = \frac{-7-5}{6} = \frac{-12}{6} = -2 \end{cases}$$

Las raíces son $-\frac{1}{3}$ y -2.

2. Al situar las raíces obtenidas en la recta real, esta queda dividida en tres intervalos:



Esos intervalos son (de izquierda a derecha) $(-\infty, -2)$, $\left(-2, -\frac{1}{3}\right)$ y $\left(-\frac{1}{3}, +\infty\right)$

3. En cada uno de los intervalos se estudia el signo del polinomio $3x^2 + 7x + 2$.

www.yoquieroaprobar.es

Para ello, se elige un número cualquiera de cada intervalo y se halla el valor numérico del polinomio en ese número, observando si es positivo o negativo.

	$(-\infty,-2)$	**$\left(-2,-\frac{1}{3}\right)$**	**$\left(-\frac{1}{3},+\infty\right)$**
$3x^2+7x+2$	$3(-3)^2+7(-3)+2=8>0$	$3\cdot(-1)^2+7\cdot(-1)+2=-2<0$	$3\cdot 0^2+7\cdot 0+2=2>0$

4. Se escribe la solución de la inecuación.

Como la inecuación que hay que resolver es $3x^2+7x+2>0$, se escogen los intervalos en los que al sustituir resultaban valores positivos (mayores que 0).

Los valores de las raíces no sirven puesto que para ellos, el polinomio $3x^2+7x+2$ se anula y el signo de la inecuación es estrictamente mayor que cero.

Solución: $(-\infty,-2)\cup\left(-\frac{1}{3},+\infty\right)$

2º) $x^2+x-6\le 0$

1. Se hallan las raíces del polinomio x^2+x-6, resolviendo la ecuación $x^2+x-6=0$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot 1\cdot(-6)}}{2\cdot 1}=\frac{-1\pm\sqrt{25}}{2}=\frac{-1\pm 5}{2}=\begin{cases} x_1=\frac{-1+5}{2}=\frac{4}{2}=2 \\ x_2=\frac{-1-5}{2}=\frac{-6}{2}=-3 \end{cases}$$

Las raíces son -3 y 2.

2. Al situar las raíces obtenidas en la recta real, esta queda dividida en tres intervalos:

Esos intervalos son (de izquierda a derecha): $(-\infty,-3)$, $(-3,2)$ y $(2,+\infty)$

3. En cada uno de los intervalos se estudia el signo del polinomio x^2+x-6.

	$(-\infty,-3)$	**$(-3,2)$**	**$(2,+\infty)$**
x^2+x-6	$(-4)^2+(-4)-6=6>0$	$0^2+0-6=-6<0$	$3^2+3-6=6>0$

4. Se escribe la solución de la inecuación.

Como la inecuación que hay que resolver es $x^2+x-6\le 0$, se escogen los intervalos en los que al sustituir resultaban valores negativos (menores que 0). En este caso los del intervalo central.

Los extremos del intervalo son los valores de x donde se anula el polinomio. Como la desigualdad que hay que resolver es del tipo ≤ 0, también son solución de la inecuación.

Solución: $[-3,2]$

3º) $x^2+9\le 0$

1. Se hallan las raíces del polinomio x^2+9, resolviendo la ecuación $x^2+9=0$

www.yoquieroaprobar.es

$$X^2 = -9 \quad \Rightarrow \quad x = \sqrt{-9}\,.$$

No tiene solución real. Por tanto, el polinomio $x^2 + 9$ no tiene raíces reales.

2. Al no tener raíces, la recta real no se divide en intervalos. Se estudia entonces el signo del polinomio en $\Re$, tomando un valor real cualquiera y hallando el valor numérico del polinomio en él.

El más sencillo para operar es 0. Se obtiene: $0^2 + 9 = 9 > 0$

Por tanto, para cualquier valor real el polinomio $x^2 + 9$ es positivo.

3. Se halla la solución.

Teniendo que cuenta la inecuación a resolver, $x^2 + 9 \le 0$ y el resultado obtenido en el paso anterior, se puede concluir que la inecuación **no tiene solución** porque no existe ningún valor real que haga que $x^2 + 9$ sea negativo o cero.

<u>MÉTODO 2</u>

Siendo r y s las raíces del polinomio con r < s, se puede descomponer el polinomio $ax^2 + bx + c$ de la siguiente forma: $ax^2 + bx + c = a\cdot(x - r)\cdot(x - s)$.

De modo que la suma se ha convertido en el producto de números.

Según la inecuación, ese producto ha de ser positivo o negativo. Teniendo en cuenta la regla de los signos de la multiplicación, se descompone la inecuación de segundo grado en dos sistemas de inecuaciones de primer grado.

EJERCICIOS RESUELTOS

1º) $2x^2 - x - 1 \ge 0$

1. Se hallan las raíces del polinomio $2x^2 - x - 1$, resolviendo la ecuación $2x^2 - x - 1 = 0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4\cdot 2\cdot(-1)}}{2\cdot 2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{4} = \frac{1 \pm 3}{4} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{1+3}{4} = \dfrac{4}{4} = 1 \\ x_2 = \dfrac{1-3}{4} = \dfrac{-2}{4} = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Las raíces son $-\frac{1}{2}$ y 1.

2. Se descompone el polinomio en producto de factores:

$$2x^2 - x - 1 = 2\cdot\left(x + \frac{1}{2}\right)\cdot(x - 1) = (2x + 1)\cdot(x - 1)$$

3. Se escribe de nuevo la inecuación sustituyendo el polinomio por su descomposición factorial.

$$2x^2 - x - 1 \ge 0 \qquad \Rightarrow \qquad (2x + 1)\cdot(x - 1) \ge 0$$

Se obtiene así que el producto de dos números, (2x+1) y (x–1), ha de ser positivo o cero.

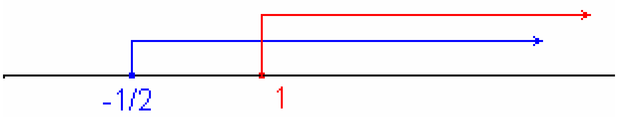
4. Planteamos dos sistemas de inecuaciones de primer grado a partir del resultado anterior.

Para que el producto de esos dos números sea mayor o igual que cero, los dos han de ser positivos o negativos a la vez. Con este planteamiento se obtiene

www.yoquieroaprobar.es

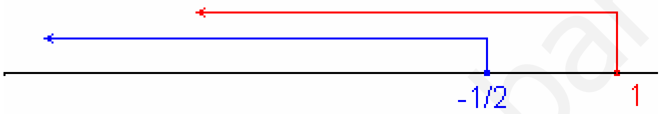
$$(2x+1)\cdot(x-1)\geq 0 \Rightarrow \begin{cases} \left.\begin{matrix} 2x+1\geq 0 \\ x-1\geq 0 \end{matrix}\right\} \\ \left.\begin{matrix} 2x+1\leq 0 \\ x-1\leq 0 \end{matrix}\right\} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left.\begin{matrix} x\geq \dfrac{-1}{2} \\ x\geq 1 \end{matrix}\right\} \\ \left.\begin{matrix} x\leq \dfrac{-1}{2} \\ x\leq 1 \end{matrix}\right\} \end{cases}$$

Representando gráficamente los resultados del primer sistema se observa la solución de este:



Por tanto su solución es: $[1,+\infty)$

Representando gráficamente los resultados del segundo sistema se ve su solución:



La solución de este sistema es: $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]$

5. La **solución** de la inecuación es la unión de las solución de los sistemas

$$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]\cup[1,+\infty)$$

2º) $3x^2-8x+4<0$

1. Se hallan las raíces del polinomio $3x^2-8x+4$, resolviendo la ecuación $3x^2-8x+4=0$

$$x=\frac{8\pm\sqrt{8^2-4\cdot 3\cdot 4}}{2\cdot 3}=\frac{8\pm\sqrt{16}}{6}=\frac{8\pm 4}{6}=\begin{cases} x_1=\dfrac{8+4}{6}=\dfrac{12}{6}=2 \\ x_2=\dfrac{8-4}{6}=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3} \end{cases}$$

Las raíces son $\frac{2}{3}$ y 2.

2. Se descompone el polinomio en producto de factores:

$$3x^2-8x+4=3\cdot\left(x-\frac{2}{3}\right)\cdot(x-2)=(3x-2)\cdot(x-2)$$

3. Se escribe de nuevo la inecuación sustituyendo el polinomio por su descomposición factorial.

$$3x^2-8x+4<0 \qquad \Rightarrow \qquad (3x-2)\cdot(x-2)<0$$

Se obtiene así que el producto de dos números, (3x+2) y (x–2), ha de ser negativo.

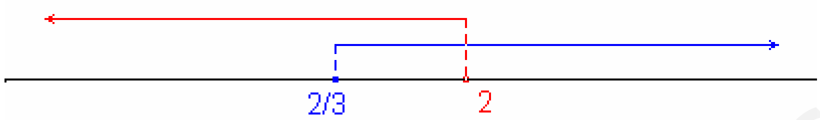
4. Planteamos dos sistemas de inecuaciones de primer grado a partir del resultado anterior.

Para que el producto de esos dos números sea menor que cero, uno de ellos ha de ser positivo y el otro negativo. Con este planteamiento se obtiene

www.yoquieroaprobar.es

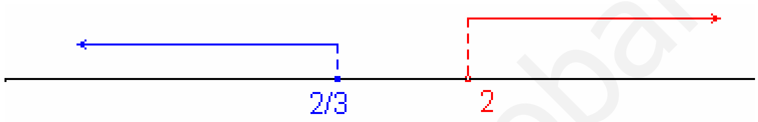
$$(3x-2)(x-2)<0 \Rightarrow \begin{cases} \left.\begin{matrix} 3x-2>0 \\ x-2>0 \end{matrix}\right\} \\ \left.\begin{matrix} 3x-2<0 \\ x-2>0 \end{matrix}\right\} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left.\begin{matrix} x>\frac{2}{3} \\ x<2 \end{matrix}\right\} \\ \left.\begin{matrix} x>\frac{2}{3} \\ x>2 \end{matrix}\right\} \end{cases}$$

Representando gráficamente los resultados del primer sistema se observa la solución de este:



Por tanto su solución es: $\left(\frac{2}{3},2\right)$

Representando gráficamente los resultados del segundo sistema se ve su solución:



Este sistema no tiene solución

5. La **solución** de la inecuación es: $\left(\mathbf{\frac{2}{3},2}\right)$

3º) $x^2-4x+4>0$

1. Se hallan las raíces del polinomio x^2-4x+4, resolviendo la ecuación $x^2-4x+4=0$

$$x=\frac{4\pm\sqrt{4^2-4\cdot1\cdot4}}{2\cdot1}=\frac{4\pm\sqrt{0}}{2}=\frac{4\pm0}{2}=\frac{4}{2}=2$$

El polinomio tiene una raíz, 2, que es doble.

2. Se descompone el polinomio en producto de factores:

$$x^2-4x+4=(x-2)\cdot(x-2)=(x-2)^2$$

3. Se escribe de nuevo la inecuación sustituyendo el polinomio por su descomposición factorial.

$$x^2-4x+4>0 \qquad \Rightarrow \qquad (x-2)^2>0$$

4. En lugar de plantear los sistemas de inecuaciones a los que da lugar, se puede estudiar la inecuación obtenida mediante un razonamiento lógico:

En el miembro de la izquierda aparece el cuadrado de un número, $(x-2)^2$, que siempre es positivo sea cual sea el valor de la incógnita x.

Y eso es precisamente lo que se plantea en la inecuación, $(x-2)^2>0$. Por tanto, en principio la solución son todos los números reales. Pero como la desigualdad es estrictamente mayor que cero, no son solución los valores que x que anulan $(x-2)^2$, esto es, las raíces del polinomio, que en este caso ha sido solo una, 2.

5. **Solución**: $\Re-\{\mathbf{2}\}$

NOTA: *Una inecuación de segundo grado no se puede empezar a resolver utilizando los métodos anteriores si antes no está expresada en la forma general.*

www.yoquieroaprobar.es

Por eso, si la inecuación tiene paréntesis o denominadores, primero se hay que quitarlos y después pasar todos los términos a un miembro.

EJERCICIO

Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado por el método que prefieras:

1. $x^2-10x+21\geq 0$
2. $x^2-5x+4\geq 0$
3. $2x^2-12x+16>0$
4. $x^2-3x-4<0$
5. $x^2+7>0$
6. $x^2+6x+5\leq 0$
7. $x^2-12\geq x$
8. $6x^2<5x+6$
9. $x^2-x<0$
10. $3x^2+1\leq 0$
11. $x^2-x-6>0$
12. $x^2+3x-4\leq 0$
13. $2x^2-7x+3\leq 0$
14. $x^2-6x+6\geq 0$
15. $x^2-10x+25<0$
16. $x^2-18\leq 0$
17. $x(x+5)>2x^2$
18. $x^2<\frac{4}{5}x$
19. $x(1-x)+2\geq 3x$
20. $3x(2-x)+1\geq (1-x)^2$
21. $3x(x-1)+2x<12-x$
22. $-x^2+3x-2\geq 0$
23. $x^2-4x-5\leq 0$
24. $2x\ \ +9x-5>0$
25. $-x^2+4x<0$
26. $x^2-2x+3>x+1$
27. $-x^2+3x-6<-x-2$
28. $-x^2+x-5\geq -2x-3$
29. $(x-1)(x+3)>0$
30. $x(x-4)<0$
31. $(x-5)(x+2)\leq 0$
32. $(x+1)(3-x)\leq 0$
33. $\frac{x^2-9}{4}-\frac{(x+2)(x-2)}{15}<\frac{1-2x}{3}$
34. $\frac{x-1}{2}-\frac{1}{3}>x+\frac{3x-x^2}{3}$
35. $-x^2+4x>2x-3$
36. $x^2+5x<0$
37. $9x^2-4>0$
38. $x^2+6x+8\geq 0$
39. $x^2-2x-15\leq 0$
40. $x^2-12\geq x$
41. $6x^2<5x+6$
42. $x^2-9\leq 0$
43. $x^2<4$
44. $3x^2+1\leq 0$
45. $x^2-2x+2\geq 0$
46. $x(x-2)<0$
47. $(x-1)^2>0$
48. $(x+2)(x-5)>0$
49. $4x^2+48x\leq 0$
50. $(2x-1)^2-16>0$
51. $x(x+1)<-3$
52. $x^2-7x+10\geq 0$
53. $(x-5)(x+5)\geq 600$
54. $3\cdot\frac{x^2-11}{5}-2\cdot\frac{x^2-60}{7}\leq 36$

www.yoquieroaprobar.es

SISTEMAS DE DOS INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

Son los formados por dos inecuaciones de primer grado con una incógnita. Por ejemplo:

$$\left.\begin{array}{l} 4x-2>3(2x+5) \\ \dfrac{x}{4}-\dfrac{3x-1}{2}\geq 6-x \end{array}\right\}$$

La **solución** del sistema es el conjunto de números reales que es a la vez solución de las dos inecuaciones que lo forman. Es decir, la intersección de las soluciones de las inecuaciones.

Para hallar la solución de un sistema, como el del ejemplo:

1. Se resuelve cada inecuación de forma independiente.

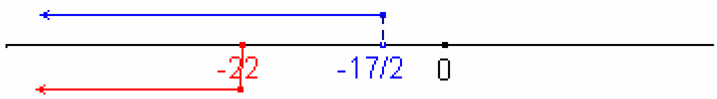
Primera inecuación: $4x-2>3(2x+5)$

$$4x-2>6x+15$$
$$4x-6x>15+2$$
$$-2x>17$$
$$2x<-17$$
$$x<\frac{-17}{2} \quad \Rightarrow \quad \text{Solución: } \left(-\infty,\frac{-17}{2}\right)$$

Segunda inecuación: $\dfrac{x}{4}-\dfrac{3x-1}{2}\geq 6-x$

$$\frac{x}{4}-\frac{6x-2}{4}\geq\frac{24-4x}{4}$$
$$4\cdot\left[\frac{x}{4}-\frac{6x-2}{4}\geq\frac{24-4x}{4}\right]$$
$$x-(6x-2)\geq 24-4x$$
$$x-6x+2\geq 24-4x$$
$$x-6x+4x\geq 24-2$$
$$-x\geq 22$$
$$x\leq -22 \quad \Rightarrow \quad \text{Solución: } (-\infty,-22]$$

2. Se halla la intersección de las soluciones obtenidas para cada inecuación. Representando las soluciones en la recta real, se puede ver donde coinciden:



NOTA: Observa que se ha dibujado con línea discontinua el segmento que une el punto $\dfrac{-17}{2}$ con el vector. Con ello se quiere indicar que ese punto no pertenece a la solución de la ecuación. En adelante se seguirá utilizando.

Las soluciones coinciden en el intervalo: $(-\infty,-22]$.

Por tanto **la solución del sistema** es: $\boldsymbol{(-\infty,-22]}$

www.yoquieroaprobar.es

CASO PARTICULAR:

Algunas inecuaciones con fracciones algebraicas dan lugar a sistemas de inecuaciones del tipo anterior. En general, si P(x) y Q(x) son polinomios, se puede escribir en la forma: $\frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0$, $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$, $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$ y $\frac{P(x)}{Q(x)} < 0$.

Para resolverlos, se tiene en cuenta la regla de los signos de la división y que el denominador de una fracción no puede ser igual a 0. Se obtienen las siguientes situaciones:

<u>CASO 1</u>

$\frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0$ y $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$. Para que el cociente sea positivo, P(x) y Q(x) deben tener el mismo signo, es decir:

$$\left.\begin{matrix} P(x) \geq 0 \\ Q(x) > 0 \end{matrix}\right\} \text{ o } \left.\begin{matrix} P(x) \leq 0 \\ Q(x) < 0 \end{matrix}\right\} \text{ cuando la inecuación es } \frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0$$

$$\left.\begin{matrix} P(x) > 0 \\ Q(x) > 0 \end{matrix}\right\} \text{ o } \left.\begin{matrix} P(x) < 0 \\ Q(x) < 0 \end{matrix}\right\} \text{ cuando la inecuación es } \frac{P(x)}{Q(x)} > 0$$

<u>CASO 2</u>

$\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$ y $\frac{P(x)}{Q(x)} < 0$. Para que el cociente sea negativo, P(x) y Q(x) deben tener distinto signo, es decir:

$$\left.\begin{matrix} P(x) \geq 0 \\ Q(x) < 0 \end{matrix}\right\} \text{ o } \left.\begin{matrix} P(x) \leq 0 \\ Q(x) > 0 \end{matrix}\right\} \text{ cuando la inecuación es } \frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$$

$$\left.\begin{matrix} P(x) > 0 \\ Q(x) > 0 \end{matrix}\right\} \text{ o } \left.\begin{matrix} P(x) < 0 \\ Q(x) < 0 \end{matrix}\right\} \text{ cuando la inecuación es } \frac{P(x)}{Q(x)} < 0$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1º) Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $$\left.\begin{matrix} \frac{4}{3} - (9 - 5x) < \frac{2x + 7}{6} \\ 2(3x - 4) - 9x \geq 10 - 4x \end{matrix}\right\}$$

Primera inecuación: $\frac{4}{3} - (1 - x) < \frac{2x + 7}{6}$

$$\frac{4}{3} - 1 + x < \frac{2x + 7}{6}$$

$$\frac{8}{6} - \frac{6}{6} + \frac{6x}{6} < \frac{2x + 7}{6}$$

$$8 - 6 + 6x < 2x + 7$$

$$6x - 2x < 7 - 8 + 6$$

www.yoquieroaprobar.es

$$4x < 5$$

$$x < \frac{5}{4} \qquad \Rightarrow \qquad \text{Solución: } \left(-\infty, \frac{5}{4}\right)$$

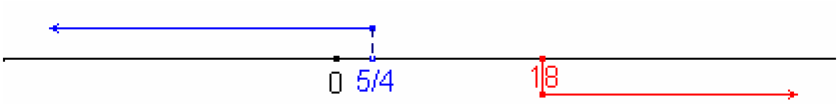
Segunda inecuación: $2(3x-4)-9x \geq 10-4x$

$$6x-8-9x \geq 10-4x$$

$$6x-9x+4x \geq 10+8$$

$$x \geq 18 \qquad \Rightarrow \qquad \text{Solución: } [18, +\infty)$$

Representando las soluciones en la recta real:



Se observa que las soluciones no tienen elementos comunes.

Por tanto, el sistema **no tiene solución**.

b) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x+2}{5}-\dfrac{3}{4} \leq x-\dfrac{3-2x}{10} \\ 2-(4-9x) < 6+5x \end{array}\right\}$

Primera inecuación: $\dfrac{x+2}{5}-\dfrac{3}{4} \leq x-\dfrac{3-2x}{10}$

$$\frac{4x+8}{20}-\frac{15}{20} \leq \frac{20x}{20}-\frac{6-4x}{20}$$

$$4x+8-15 \leq 20x-(6-4x)$$

$$4x+8-15 \leq 20x-6+4x$$

$$4x-20x-4x \leq -6-8+15$$

$$-20x \leq 1$$

$$20x \geq -1$$

$$x \geq \frac{-1}{20} \qquad \Rightarrow \qquad \text{Solución: } \left[\frac{-1}{20}, +\infty\right)$$

Segunda inecuación: $2-(4-9x) < 6+5x$

$$2-4+9x < 6+5x$$

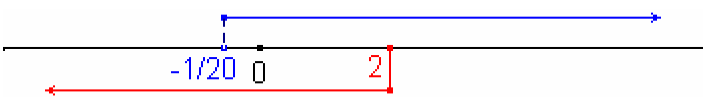
$$9x-5x < 6-2+4$$

$$4x < 8$$

$$x < \frac{8}{4}$$

$$x < 2 \qquad \Rightarrow \qquad \text{Solución: } (-\infty, 2)$$

Representando las soluciones en la recta real:



www.yoquieroaprobar.es

La intersección de las soluciones es el intervalo: $\left(\frac{-1}{20}, 2\right]$

Por tanto, la **solución del sistema** es: $\left(\mathbf{\frac{-1}{20}, 2}\right]$

c) $\left.\begin{array}{r} 3(1-2x) \geq 7-5x \\ 2x+14 \geq 2-x \end{array}\right\}$

Primera inecuación: $3(1-2x) \geq 7-5x$

$3-6x \geq 7-5x$

$-6x+5x \geq 7-3$

$-x \geq 4$

$x \leq -4 \qquad \Rightarrow \qquad$ Solución: $(-\infty, -4]$

Segunda inecuación: $2x+14 \geq 2-x$

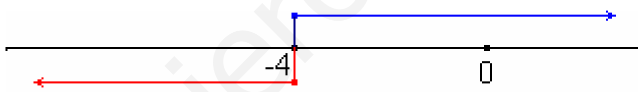
$2x+x \geq 2-14$

$3x \geq -12$

$x \geq \frac{-12}{3}$

$x \geq -4 \qquad \Rightarrow \qquad$ Solución: $[-4, +\infty)$

Representando las soluciones en la recta real:



La intersección de las soluciones es el punto –4.

Por tanto, la **solución del sistema** es: **–4**.

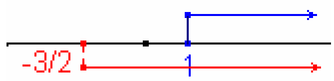
d) $\frac{x-1}{2x+3} \geq 0$

Como la fracción ha se ser positiva o cero, el numerador y el denominador han de tener el mismo signo. Además, el denominador no puede ser igual a 0. Se obtiene que:

$\left.\begin{array}{r} x-1 \geq 0 \\ 2x+3 > 0 \end{array}\right\}$ o $\left.\begin{array}{r} x-1 \leq 0 \\ 2x+3 < 0 \end{array}\right\}$.

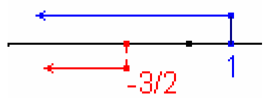
Dos sistemas de inecuaciones que se resuelven:

$\left.\begin{array}{r} x-1 \geq 0 \\ 2x+3 > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x \geq 1 \\ x > \frac{-3}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow$ Solución:



$[1, +\infty)$

$\left.\begin{array}{r} x-1 \leq 0 \\ 2x+3 < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x \leq 1 \\ x < \frac{-3}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow$ Solución:



$\left(-\infty, \frac{-3}{2}\right)$

La solución de la inecuación inicial es la unión de las soluciones obtenidas de cada sistema: $\left(-\infty, \mathbf{\frac{-3}{2}}\right) \cup [\mathbf{1}, +\infty)$

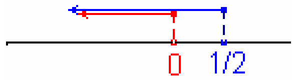
www.yoquieroaprobar.es

e) $\dfrac{3-6x}{x}<0$

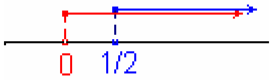
Como la fracción ha se ser negativa, el numerador y el denominador han de tener distinto signo. Se obtiene que:

$$\left.\begin{array}{r}3-6x>0\\ x<0\end{array}\right\}\text{ o }\left.\begin{array}{r}3-6x<0\\ x>0\end{array}\right\}.$$

Dos sistemas de inecuaciones que se resuelven:

$$\left.\begin{array}{r}3-6x>0\\ x<0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{r}x<\frac{1}{2}\\ x<0\end{array}\right\}\Rightarrow$$ Su solución es: 

$(-\infty,0)$

$$\left.\begin{array}{r}3-6x<0\\ x>0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{r}x>\frac{1}{2}\\ x>0\end{array}\right\}\Rightarrow$$ Su solución es: 

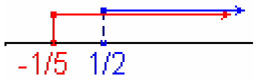
$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$

La solución de la inecuación planteada es: $\mathbf{(-\infty,0)\cup\left(\frac{1}{2},+\infty\right)}$

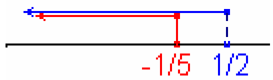
f) $\dfrac{4+x}{1-2x}\leq 2$

En este caso, hay que conseguir primero que uno de los dos miembros de la inecuación sean cero: $\dfrac{4+x}{1-2x}-2\leq 0$. Y después, que el otro miembro esté formado por una única fracción: $\dfrac{4+x}{1-2x}-\dfrac{2(1-2x)}{1-2x}\leq 0\ \Rightarrow\ \dfrac{4+x-2+4x}{1-2x}\leq 0\ \Rightarrow\ \dfrac{5x+2}{1-2x}\leq 0$.

Esta última inecuación se resuelve como las dos anteriores:

$$\left.\begin{array}{r}5x+1\geq 0\\ 1-2x<0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{r}x\geq-\frac{1}{5}\\ x>\frac{1}{2}\end{array}\right\}\Rightarrow$$ Su solución es: 

$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$

$$\left.\begin{array}{r}5x+1\leq 0\\ 1-2x>0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{r}x\leq-\frac{1}{5}\\ x<\frac{1}{2}\end{array}\right\}\Rightarrow$$ Su solución es: 

$\left(-\infty,-\frac{1}{5}\right]$

La solución de la inecuación inicial es la unión de los dos intervalos: $\mathbf{\left(-\infty,-\frac{1}{5}\right]\cup\left(\frac{1}{2},+\infty\right)}$

EJERCICIO

Resuelve los siguientes sistemas de dos inecuaciones lineales con una incógnita:

1. $\left.\begin{array}{r}3x+2\leq 10\\ x-5>1\end{array}\right\}$

2. $\left.\begin{array}{r}2x-5\geq 6\\ 3x+1\leq 15\end{array}\right\}$

www.yoquieroaprobar.es

3. $\left.\begin{array}{r} 4x-3<1 \\ x+6>2 \end{array}\right\}$

4. $\left.\begin{array}{r} 3x-2>-7 \\ 5-x<1 \end{array}\right\}$

5. $\left.\begin{array}{r} 5-x<-12 \\ 10-2x<3x-3 \end{array}\right\}$

6. $\left.\begin{array}{r} 2x-3>0 \\ 5x+1<0 \end{array}\right\}$

7. $\left.\begin{array}{c} 2x-4<1+5x-3 \\ 4+x\leq -x \end{array}\right\}$

8. $\left.\begin{array}{c} 4(x+1)-(2-x)>1+3x-6 \\ 10- \end{array}\right\}$

9. $\left.\begin{array}{r} 2(x+1)-7<9x \\ 3+5x>4(x-2)+3x \end{array}\right\}$

10. $\left.\begin{array}{r} 2-5x+4(1-x)\geq 6-2x \\ 7x+2-(1+x)>3x+9 \end{array}\right\}$

11. $\dfrac{2}{x-3}>0$

12. $\dfrac{x-3}{x+2}<0$

13. $\dfrac{x}{x+1}\leq 0$

14. $\dfrac{x-1}{x+2}\geq 0$

15. $\dfrac{2x-1}{x+2}\geq 1$

16. $\dfrac{2-x}{x+3}<2$

17. $\dfrac{2-x}{x+1}\geq 3$

18. $\dfrac{1-2x}{2-x}>-5$

19. $\dfrac{4+6x}{1-x}-2<1$

20. $\dfrac{3+x}{2-6x}\leq 0$

21. $\dfrac{2-4x}{x}<1$

22. $4+\dfrac{x}{x-2}>0$

www.yoquieroaprobar.es

23. $\dfrac{2x+4}{3x-1}-6>0$

24. $\dfrac{1+5x}{x-2}\le -4$

25. $\dfrac{3x+1}{3x-1}\ge 2$

26. $\dfrac{2-x}{1+4x}\ge 1$

27. $\dfrac{x^2}{x+4}<0$

28. $\dfrac{3x+5}{x^2+1}\ge 0$

29. $\left.\begin{array}{r}\dfrac{3x+2}{5}-\dfrac{x-1}{2}\ge 1-x\\ x+2-3(1-2x)>6(x+1)-2x\end{array}\right\}$

30. $\left.\begin{array}{r}x+3-(2-4x)+1\ge 0\\ 2(x-5)\ge x+6\end{array}\right\}$

31. $\left.\begin{array}{r}2(x-1)+3(x-4)<0\\ 1-(6-x)>x+2\end{array}\right\}$

32. $\left.\begin{array}{r}3x+1-2(x+5)\ge 4\\ \dfrac{2x+1}{5}-\dfrac{3-x}{10}>2\end{array}\right\}$

33. $\left.\begin{array}{r}4(x+1)+2(x+2)\le 6\\ 2x+5-\dfrac{x}{4}+1\le 3+x\end{array}\right\}$

34. $\left.\begin{array}{r}\dfrac{2x-1}{3}-\dfrac{5x+2}{4}<1\\ 3(x-2)+4(x+3)>0\end{array}\right\}$

35. $\left.\begin{array}{r}\dfrac{x}{5}-\dfrac{2x}{4}<1-\dfrac{x}{2}\\ \dfrac{2x-3}{6}\le 3-x\end{array}\right\}$

36. $\left.\begin{array}{r}x+9-(2-x)\le 3-\dfrac{x}{2}\\ 4+\dfrac{x-1}{2}<0\end{array}\right\}$

37. $\left.\begin{array}{r}4+x-1\le 3-(1+2x)\\ 5-2(1-4x)>6-5(2x+1)\end{array}\right\}$

38. $\left.\begin{array}{r}\dfrac{x+6}{3}-\dfrac{x-1}{9}<2-x\\ \dfrac{6+2x}{4}<\dfrac{3x+1}{8}\end{array}\right\}$

www.yoquieroaprobar.es

39. $$\left.\begin{array}{r}\dfrac{8x+9}{6}-\dfrac{3x}{2}\le 1-x\\ 2\cdot(1-5x)+9x-6<0\end{array}\right\}$$

40. $$\left.\begin{array}{l}2x+\dfrac{7-x}{5}>1-\dfrac{3x-2}{3}\\ 9-(x-2)<\dfrac{1+x}{4}-\dfrac{x}{2}\end{array}\right\}$$

41. $$\left.\begin{array}{l}\dfrac{2x+1}{8}-\dfrac{x-2}{4}\ge 0\\ \dfrac{3+x}{10}-\dfrac{1}{5}\ge\dfrac{x-2}{2}\end{array}\right\}$$

42. $$\left.\begin{array}{r}6(1-x)+2(x-5)\le 9+x-(1+3x)\\ 2-(x+4)\ge 5(2-x)+6x+4\end{array}\right\}$$

43. $$\left.\begin{array}{l}\dfrac{x}{3}-\dfrac{1}{2}>\dfrac{x+4}{6}\\ \dfrac{5-3x}{2}<1-\dfrac{x-7}{8}\end{array}\right\}$$

44. $$\left.\begin{array}{l}7-\dfrac{x+1}{4}\le-\dfrac{1+2x}{6}\\ 3(10-2x)<7x-5(3x-3)\end{array}\right\}$$

45. $$\left.\begin{array}{l}\dfrac{3x-2}{9}-\dfrac{5x+1}{3}\ge 0\\ \dfrac{6-2(3-x)}{8}<1+x-\dfrac{x+1}{2}\end{array}\right\}$$

46. $$\left.\begin{array}{r}5x-\dfrac{1-x}{3}\le\dfrac{x+4}{6}-(2-x)\\ \dfrac{1}{2}(x-6)+\dfrac{1}{3}(2+x)>3+\dfrac{4x-2}{6}\end{array}\right\}$$

47. $$\left.\begin{array}{r}2(3x-5)-x+9\ge x-\dfrac{x-2}{2}\\ 2+4x-6>5x-4(3+x)\end{array}\right\}$$

48. $$\left.\begin{array}{l}\dfrac{7-x}{2}-\dfrac{3+2x}{4}<\dfrac{5}{6}-\dfrac{x-3}{8}\\ \dfrac{2x-3(5+x)}{30}<\dfrac{8+6x}{15}\end{array}\right\}$$

49. $$\left.\begin{array}{r}\dfrac{3}{4}(1-x)+\dfrac{2}{5}(x+3)>\dfrac{3x}{10}-\dfrac{x+1}{2}\\ \dfrac{2}{7}x-\dfrac{3}{2}(x+4)>\dfrac{5-x}{14}+\dfrac{x}{7}\end{array}\right\}$$

www.yoquieroaprobar.es