Ecuaciones, inecuaciones y sistemas

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2(x + 3) = 5(x - 1) - 7(x - 3)$

b) $\frac{2x - 3}{3} - x = \frac{3x + 4}{2}$

c) $x - \frac{x}{2} = x + \frac{x - 1}{4}$

d) $\frac{2x}{3} + \frac{3(x - 1)}{2} = \frac{2x - 1}{6}$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x - 1}{x - 3} = \frac{2x}{2x + 1}$

b) $3\left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{4(1 - 2x)}{3} = \frac{x}{4} - \frac{5(x - 1)}{2}$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3x^2 - 27 = 0$

b) $-4x^2 + 1 = 0$

c) $12x^2 - 2x = 0$

d) $5x^2 - 9x + 4 = 0$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x(x - 3) - 2(x + 1) = 8 - 2x$

b) $(x + 3)(x + 1) = 3x + 2$

c) $\frac{x^2 + 1}{3} - \frac{x(x - 1)}{2} = -\frac{1}{3}$

5. Resuelve, estas ecuaciones comprobando antes cuántas soluciones tienen.

a) $x^2 - 2x - 15 = 0$

b) $3x^2 + 2x + 1 = 0$

c) $x^2 + 10x + 25 = 0$

d) $x^2 - 2x - 1 = 0$

6. Hace 10 años la edad de Luisa era cuatro veces la de Mario y, hoy día, es solamente el doble. Halla las edades actuales de cada uno.

7. Si hubieran acudido a un espectáculo 500 personas menos de la mitad de los que asistieron, habrían estado las tres décimas partes del número real de asistentes. ¿Cuántas personas asistieron al espectáculo?

8. Halla dos números, sabiendo que su suma es 37, y que si se divide el mayor entre el menor, el cociente vale 3, y el resto, 5.

9. En la Unión Europea, en el año 2003, la esperanza de vida al nacer de la mujer era aproximadamente 1,08 veces la esperanza de vida del hombre. Si el producto del número de años de esperanza de vida del hombre y de la mujer es 6075, ¿cuál era la esperanza de vida en cada sexo?

10. Halla las dimensiones de un rectángulo cuya área mide 42 metros cuadrados, y su perímetro, 34 metros.

11. La edad que tendrá Araceli dentro de 6 años es el cuadrado de la edad que tenía hace 6. ¿Cuántos años tiene Araceli actualmente?

Se reparten 36 libros en partes iguales entre varios jóvenes. Si hubiera 3 jóvenes menos, recibiría cada uno 2 libros más. ¿Cuántos jóvenes hay realmente?

13. Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones por factorización.

a) $x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0$

b) $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = 0$

c) $x^3 - x^2 - 9x + 9 = 0$

d) $x^3 - 4x^2 - 55x - 50 = 0$

14. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas.

a) $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$

b) $9x^4 + 80x^2 - 9 = 0$

c) $x^8 - 5x^4 + 4 = 0$

15. Juan ha pensado en un número natural, lo ha elevado a la cuarta potencia, y luego ha restado el cuadrado del número inicial. El resultado final ha sido 72. ¿En qué número ha pensado?

16. La potencia octava más la potencia cuarta del peso en kilogramos de mi gato es 65 792. ¿Cuánto pesa mi gato?

17. Resuelve las siguientes inecuaciones.

a) $12 + 4(x - 5) < 7 + x$

b) $2x + 5 \geqslant 3(x - 2) + 7$

c) $4(x + 1) - x + 3 < 4x + 5$

d) $(x + 1)^2 - x^2 \leqslant 3(x + 1)$

18. Resuelve las siguientes inecuaciones y representa las soluciones en la recta real:

a) $2(3x - 1) < 5 - (2x + 1)$

b) $1 - 4(2x - 3) - 2x > 3 - 5(x - 1)$

c) $\frac{x}{4} + \frac{1}{6} \leqslant \frac{2x}{3} - \frac{x - 1}{2}$

d) $\frac{x}{2} - \frac{1}{6} \geqslant \frac{x + 1}{3} - x$

19. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $\sqrt{x+4} = 7$

b. $\sqrt[3]{3x+1} = -2$

c. $\sqrt{x+7} = 2x-1$

d. $\sqrt{x+36} = 2+\sqrt{x}$

e. $\sqrt{2x+1} - \sqrt[4]{3x+4} = 0$

f. $\sqrt{x} - \sqrt{x-4} = 2$

20. Moisés dispone de 80 euros para pagar a un fontanero que cobra 35 euros por visita más 30 euros por cada hora completa de trabajo. ¿Cuál es el tiempo máximo que puede trabajar el fontanero si Moisés no quiere rebasar su presupuesto?

21. El triple de la edad que tenía Borja hace 5 años es menor que el doble de su edad actual. ¿Es Borja mayor de edad?

22. Si Blanca me diera 6 plantas, se quedaría con menos de la mitad de las que tiene. En cambio, si yo le regalara 7 plantas, tendría más de la tercera parte de las que tiene. ¿Cuántas plantas tiene Blanca?

23. Clasifica los siguientes sistemas de ecuaciones en función de sus soluciones y resuélvelos.

a) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 5x + 5y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ -6x + 10y = -14 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 7x - y = 6 \\ 14x + 2y = 12 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ y = 4 \end{cases}$

24. Calcula a y b para que x = 2, y = -5 sea la solución del siguiente sistema:

$$\begin{cases} \frac{x}{2} - y = 3a \\ a + by = \frac{5}{2} \end{cases}$$

25. Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 11x + 6y = -48 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 10y = -15 \\ 7x - 8y = 51 \end{cases}$

26. Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ x - 3y = -18 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x + 9y = 75 \\ 2x + 3y = 27 \end{cases}$

27. Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} -4x + 5(y - 1) = 22 \\ 2(x - 1) + 3y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 14x - 7y = 5 \\ 9x - 13y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y + 1 = -x \\ 2x - y + 4 = y - 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 7x + 5y = 18{,}9 \\ -3x + 2y = -8{,}1 \end{cases}$

28. Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} \frac{5x}{6} - \frac{7y}{4} = 27 \\ \frac{5x}{8} + \frac{9y}{2} = -3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{2x}{3} - \frac{3y}{4} = -\frac{1}{60} \\ \frac{3x}{5} + \frac{y}{10} = \frac{7}{50} \end{cases}$

29. Yolanda consume diariamente 23 litros de agua. El doble de los litros de agua que gasta en ducharse menos el triple de los que utiliza en otras necesidades es igual a 1 litro. ¿Cuántos litros gasta en ducharse y cuántos usa en otras necesidades?

30. La edad de Raúl es la tercera parte de la edad de su padre, y hace 4 años era la cuarta parte de la edad de su padre. ¿Cuál es la edad de cada uno?

31. Hace 6 años la edad de Ángela era el cuádruple de la edad de Pedro, y dentro de 4 años será el doble ¿Cuál es la edad actual de cada uno?

32. Andrea tarda 4 horas en hacer un recorrido en bicicleta, pero si aumentara la velocidad en 5 kilómetros por hora, tardaría una hora menos. ¿De cuántos kilómetros consta el recorrido?

33. La base de un rectángulo es 6 centímetros mayor que su altura y su perímetro mide 24 centímetros. Plantea el sistema de ecuaciones correspondientes a este enunciado y resuélvelo gráficamente.

34. Lidia tiene 3 euros más que Juan. Entre los dos quieren hacer un regalo a Fátima, que cuesta 15 euros, pero no tienen bastante dinero para comprarlo. Para ello, Lidia pide 2 euros a sus padres y Juan, 4. Plantea el sistema correspondiente para averiguar cuánto dinero tenía al principio cada uno y resuélvelo gráficamente.

35. Mario ha vendido 1/3, 1/4 y 1/6 de una pieza de tela, y aún quedan 15 metros. ¿Cuál era la longitud de la pieza?

36. Halla las dimensiones de un campo de voleibol rectangular de área 117 metros cuadrados, sabiendo que sus lados se diferencian en 4 metros.

37. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x-1}{2} - 5 = \frac{x+2}{5} - 3(x+1)$

b) $\frac{x-3}{3} - \frac{x+1}{4} = x - 3 - \frac{3(x-1)}{2}$

38. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $4x^2 - 36 = 0$

b) $x^2 - x = 0$

c) $8x^2 + 16x = 0$

d) $x^2 - 7x - 18 = 0$

e) $2x^2 - 8x - 10 = 0$

f) $-x^2 + 4x - 7 = 0$

39. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $\sqrt[3]{2-x} = -2$

b. $x - \sqrt{25 - x^2} = 1$

c. $5 - \sqrt{x} = \sqrt{1+2x}$

d. $2 + \sqrt{x-2} = 4$

e. $4\sqrt{x} - 3 = 0$

f. $\sqrt{5-x} - 2 = 0$

40. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

b) $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$

c) $3x^4 - 12x^2 - 15 = 0$

d) $5x^4 - 5x^2 - 60 = 0$

41. El doble del cuadrado de un número lo elevo al cuadrado, a ello le sumo el triple del cuadrado del número de partida, y el resultado da 175. ¿De qué número se trata?

42. Halla las soluciones de las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{x}{2} - 3(x - 4) < 2x + 1$

b) $5(x - 2) - 3x < 2(x + 4)$

c) $\frac{x - 2}{4} < \frac{-x + 5}{2}$

43. Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 3(2 - x) - 5(y - 2) = 2(x - 1) \\ 4(1 - y) - 2(3 + x) = 4(y + 2) \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{3}{2}(x - y) + y - 2x = 3 \\ \frac{x}{2} + 3(y - 2) + x = -3y \end{cases}$

44. En una clase de 28 alumnos todos prefieren como primer deporte el fútbol, el baloncesto o el tenis. El número de estudiantes que prefieren el fútbol es el doble que el de los aficionados al baloncesto, y el número de estos es el doble que el de los aficionados al tenis. ¿Cuántos alumnos prefieren en primer lugar cada uno de esos tres deportes?

45. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $2 - 9x \leqslant -8 + x$

b) $7 - 2(2x - 1) < 6x + 1$

c) $5 - \frac{4}{3}x \geqslant \frac{1}{3} + x$

46. Si al cuadrado de la edad de Javier se le suma 191, resulta el cubo de la edad que tendrá el año próximo. ¿Qué edad tiene Javier?

47. Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x(y + 1) - y(x - 1) + 3(x - 1) = 1 \\ (x + 1)^2 + (y + 2)^2 - x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$$

48. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $\sqrt{x} = 5\sqrt{3}$

b. $\sqrt{3x+2} - \sqrt{2x+7} = 0$

c. $\sqrt{x} - \sqrt{x-1} = 1$

d. $\sqrt{x-3} + 5 = x$

e. $\sqrt{x+5} + 4 = x + 3$

f. $\sqrt[3]{3x^2 - 2} = 2x - 1$

49. Adela tiene 6 años menos que David, y este tiene 6 años menos que Elisa. El producto de las edades de las dos chicas es 288. ¿Cuántos años tiene David?

50. En una granja, cada vaca come el doble que cada caballo. Con 3000 kilogramos de comida se puede alimentar en un día a 8 vacas y 8 caballos, o a 14 caballos y 5 vacas. ¿Cuánto come cada animal al día?