

CONCEPTOS GENERALES SOBRE FUNCIONES

1. DOMINIO DE DEFINICIÓN: Valores de x donde existe la función

Tipo de función		f(x)	Dom (f)
Polinómicas		P(x)	R
Racional		P(x)/Q(x)	{ x ∈ R / Q(x) ≠ 0 }
Con radicales	índice par	$\sqrt[2n]{g(x)}$	{ x ∈ R / g(x) ≥ 0 }
	índice impar	$\sqrt[2n+1]{g(x)}$	R
Exponencial		a ^x (a > 0 y a ≠ 1)	R
Logarítmica		log [g(x)]	{ x ∈ R / g(x) > 0 }
Trigonométricas	sen x		R
	cos x		R
	tan x		{ x ∈ R / x ≠ $\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ }

*Función definida a trozos: puede no estar definida en todos los puntos.

Ejemplo: $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x > 3 \\ 2x - 1, & x < 3 \end{cases}$ No está definida en $x = 3 \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{3\}$

2. ESTUDIO DE LA CONTINUIDAD

- Funciones elementales (polinómicas, racionales, con radicales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas). Son continuas en todos los puntos de su dominio.
- Funciones definidas a trozos. Son continuas en:
 - Los intervalos donde son continuas las funciones elementales correspondientes a cada intervalo.
 - En los puntos de división de los intervalos sólo si existe f(x) en dichos puntos y su valor coincide con los límites laterales.

TIPOS DE DISCONTINUIDAD

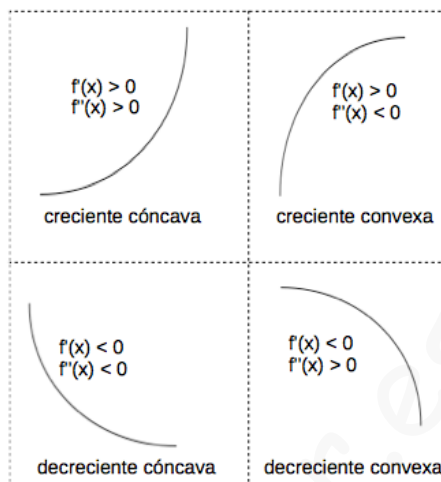
- x_0 es un punto de discontinuidad evitable en los casos:
 - f(x) no está definida en x_0
 - $\exists f(x_0)$ pero $f(x_0) \neq \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$
- x_0 es un punto de discontinuidad inevitable o de primera especie:
 - De salto finito: La diferencia entre los límites laterales en x_0 es un número finito.
 - De salto infinito: La diferencia entre los límites laterales x_0 es infinito.
- x_0 es un punto de discontinuidad esencial o de segunda especie si no existe alguno de los límites laterales en x_0 .

3. CRECIMIENTO / DECRECIMIENTO

- $f(x)$ creciente: $f'(x) > 0$
- $f(x)$ decreciente: $f'(x) < 0$

4. CONCAVIDAD / CONVEXIDAD

- $f(x)$ cóncava: $f''(x) > 0$
- $f(x)$ convexa: $f''(x) < 0$



5. EXTREMOS: MÁXIMOS Y MÍNIMOS

- $f(x)$ tiene un máximo en $P_0(x_0, y_0)$ si es creciente a la izquierda de P_0 y decreciente a la derecha de P_0 .
- $f(x)$ tiene un mínimo en $P_0(x_0, y_0)$ si es decreciente a la izquierda de P_0 y creciente a la derecha de P_0 .

Funciones elementales: En un punto extremo la primera derivada es 0: $f'(x_0) = 0$

Funciones definidas a trozos: En un punto extremo puede ocurrir que $f'(x_0) = 0$ o que no exista $f'(x_0)$

6. PUNTOS DE INFLEXIÓN

- $f(x)$ tiene un punto de inflexión en $P_0(x_0, y_0)$ si cambia su concavidad en P_0 .

Funciones elementales: En un punto de inflexión la segunda derivada es 0: $f''(x_0) = 0$

Funciones definidas a trozos: En un punto de inflexión puede ocurrir que $f''(x_0) = 0$ o que no exista $f''(x_0)$

7. PUNTOS ANGULOSOS

- Una función $f(x)$ definida a trozos tiene un punto angular en $P_0(x_0, y_0)$ si no existe $f'(x_0)$.

Nota: Una función elemental no tiene puntos angulosos.