PROBLEMAS RESUELTOS

SELECTIVIDAD ANDALUCÍA

2019

MATEMÁTICAS II

TEMA 5: INTEGRALES

- Junio, Ejercicio 2, Opción A
- Junio, Ejercicio 2, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 2, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 2, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 2, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 2, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 2, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 2, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 2, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 2, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 2, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 2, Opción B

Sea la función $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por: $f(x)=\dfrac{1+e^x}{1-e^x}$. Halla la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(1,1)$. (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $t=e^x$)
MATEMÁTICAS II. 2019. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

$e^x=t\Rightarrow e^x dx=dt\Rightarrow dx=\dfrac{dt}{t}$

$$\int\frac{1+e^x}{1-e^x}\,dx=\int\frac{1+t}{(1-t)\cdot t}\,dt$$

Descomponemos en fracciones simples:

$$\frac{1+t}{(1-t)\cdot t}=\frac{A}{1-t}+\frac{B}{t}=\frac{A\cdot t+B(1-t)}{(1-t)\cdot t}$$

Como los denominadores son iguales, los numeradores también tienen que serlo. Para calcular *A* y *B* sustituimos los valores de las raíces en los dos numeradores.

$t=0\Rightarrow 1=B\Rightarrow B=1$

$t=1\Rightarrow 2=A\Rightarrow A=2$

Con lo cual:

$$\int\frac{1+t}{(1-t)\cdot t}\,dt=\int\frac{2}{1-t}\,dt+\int\frac{1}{t}\,dt=-2\ln|1-t|+\ln|t|+C=-2\ln\left|1-e^x\right|+\ln\left|e^x\right|+C=-2\ln\left|1-e^x\right|+x+C$$

Calculamos una primitiva que pase por el punto (1,1).

$$1=-2\ln\left|1-e^1\right|+1+C\Rightarrow C=2\ln|1-e|$$

Luego, la primitiva que nos piden es: $F(x)=-2\ln\left|1-e^x\right|+x+2\ln|1-e|$

Considera las funciones $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, definida por $f(x)=\ln(x+2)$ (ln denota la función logaritmo neperiano) y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, definida por $g(x)=\frac{1}{2}(x-3)$.

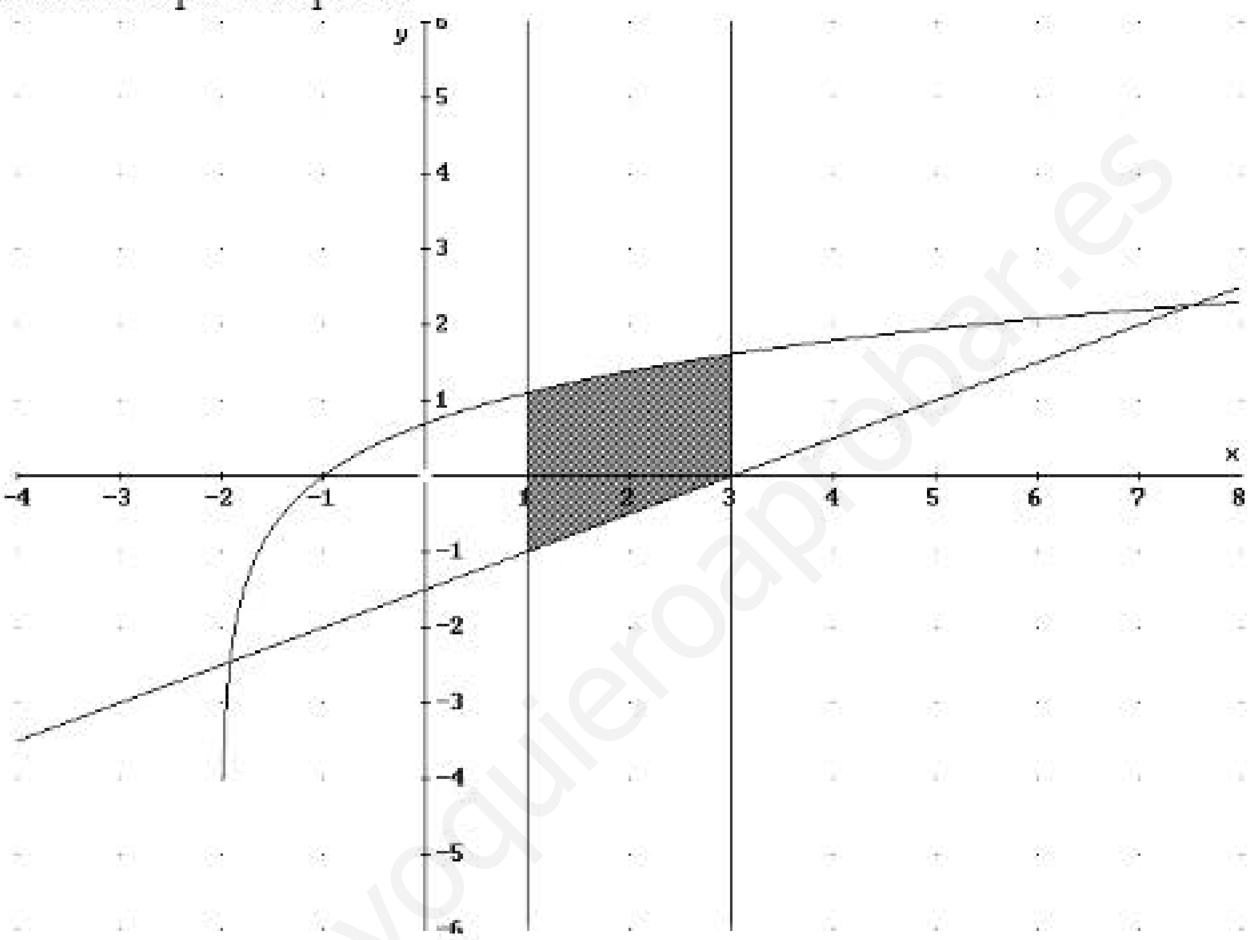
a) Esboza el recinto que determinan la gráfica de *f*, la gráfica de *g*, la recta $x=1$ y la recta $x=3$. (No es necesario calcular los puntos de corte entre las dos gráficas).

b) Determina el área del recinto anterior.

MATEMÁTICAS II. 2019. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN B.

R E S O L U C I Ó N

a) Dibujamos el recinto que nos piden



b) Calculamos

$$\int \ln(x+2)\ dx = x\ln(x+2) - \int \frac{x}{x+2}\,dx = x\ln(x+2) - \int\left(1-\frac{2}{x+2}\right)dx = x\ln(x+2) - x + 2Ln(x+2) + C$$

$$\boxed{\begin{array}{l} u=\ln(x+2);\ du=\dfrac{1}{x+2}\ dx \\ dv=dx\,;\ v=x \end{array}}$$

El área que nos piden es:

$$A=\int_1^3\left[\ln(x+2)-\frac{1}{2}(x-3)\right]dx=\left[x\ln|x+2|-x+2\ln|x+2|-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x\right]_1^3=$$

$$=\left(3\ln|5|-3+2\ln|5|-\frac{9}{4}+\frac{9}{2}\right)-\left(\ln|3|-1+2\ln|3|-\frac{1}{4}+\frac{3}{2}\right)=3'75\ u^2$$

Calcula $\int \ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right) dx$ (ln denota la función logaritmo neperiano).

MATEMÁTICAS II. 2019. RESERVA 1. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Calculamos la integral, por partes:

$$\int Ln(1+x^2)\ dx = x \cdot Ln(1+x^2) - \int \frac{2x^2}{1+x^2} dx$$

$$u = \ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right);\ du = \frac{\frac{2x \cdot x - 1 \cdot (x^2+1)}{x^2}}{\frac{x^2+1}{x}} dx = \frac{x^2-1}{x \cdot (x^2+1)} dx$$

$$dv = dx;\ v = x$$

$$\int \ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right) dx = x \cdot \ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right) - \int x \cdot \frac{x^2-1}{x \cdot (x^2+1)} dx = x \cdot \ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right) - \int \frac{x^2-1}{(x^2+1)} dx$$

La integral que nos queda es una integral racional, hacemos la división y nos queda:

$$\int \ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right) dx = x \cdot \ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right) - \int \frac{x^2-1}{(x^2+1)} dx = x \cdot \ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right) - \int 1 - \frac{2}{(x^2+1)} dx =$$

$$= x \cdot \ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right) - x + 2\, arc\ tg\ x + C$$

Sean las funciones $f, g : [0,\pi] \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = sen\,x$ y $g(x) = sen\,2x$

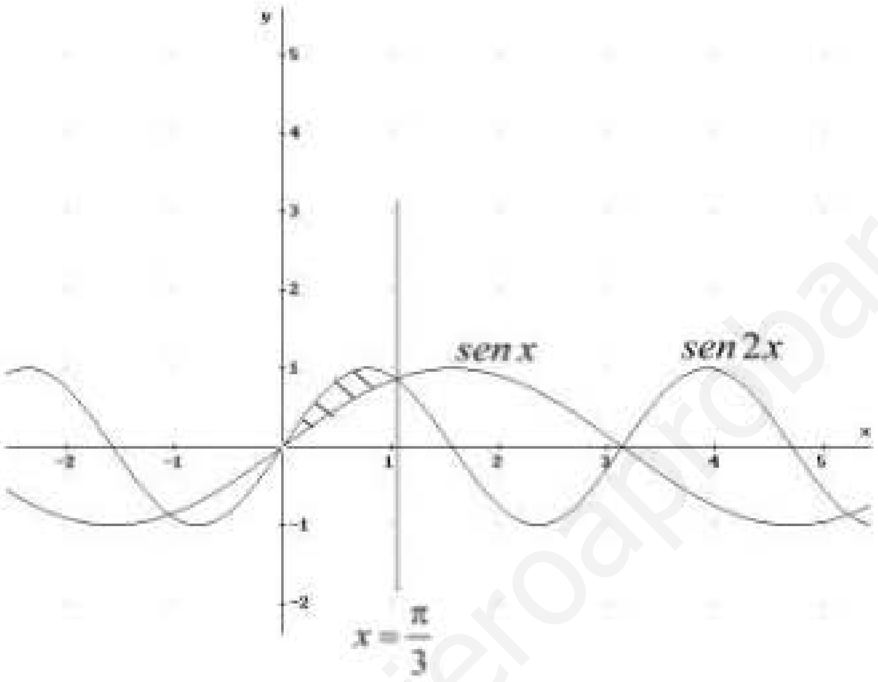
a) Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.

b) Calcula el área del recinto limitado por ambas gráficas y las rectas $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{3}$.

MATEMÁTICAS II. 2019. RESERVA 1. EJERCICIO 2. OPCIÓN B.

R E S O L U C I Ó N

a)



Calculamos los puntos de corte en $[0,\pi]$

$$sen\,x = sen\;2x \Rightarrow sen\,x = 2\,sen\,x \cdot \cos x \Rightarrow sen\,x(1-2\cos x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} sen\,x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ 1-2\cos x = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

b) Calculamos el área que nos piden:

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (sen\,2x - sen\,x)\,dx = \left[-\frac{1}{2}\cos 2x + \cos x\right]_0^{\frac{\pi}{3}} = \left(-\frac{1}{2}\cos\frac{2\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{3}\right) - \left(-\frac{1}{2}\cos 0 + \cos 0\right) =$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\right) - \left(-\frac{1}{2}\cdot 1 + 1\right) = \frac{1}{4}\,u^2$$

Sea *f* la función definida por $f(x)=\dfrac{x^4}{x^2-1}$ para $x\neq 1,-1$.

a) Halla todas las funciones primitivas de *f*.

b) Calcula la primitiva que pasa por (2,0).

MATEMÁTICAS II. 2019. RESERVA 2. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Dividimos los dos polinomios, con lo cual la integral se descompone en:

$$\int \frac{x^4}{x^2-1}\,dx=\int (x^2+1)\,dx+\int \frac{1}{x^2-1}\,dx=\frac{x^3}{3}+x+\int \frac{1}{x^2-1}\,dx$$

Calculamos las raíces del denominador: $x^2-1=0\Rightarrow x=1\ ;\ x=-1$

Descomponemos en fracciones simples:

$$\frac{1}{x^2-1}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+1}=\frac{A(x+1)+B(x-1)}{(x-1)\cdot(x+1)}$$

Como los denominadores son iguales, los numeradores también tienen que serlo. Para calcular A y B sustituimos los valores de las raíces en los dos numeradores.

$$x=1\Rightarrow 1=2A\Rightarrow A=\frac{1}{2}$$

$$x=1\Rightarrow 1=-2B\Rightarrow B=-\frac{1}{2}$$

Con lo cual:

$$\int \frac{x^4}{x^2-1}\,dx=\frac{x^3}{3}+x+\int \frac{1}{x^2-1}\,dx=\frac{x^3}{3}+x+\int \frac{\frac{1}{2}}{x-1}\,dx+\int \frac{-\frac{1}{2}}{x+1}\,dx=\frac{x^3}{3}+x+\frac{1}{2}\ln|x-1|-\frac{1}{2}\ln|x+1|+C$$

b) Calculamos la primitiva que pasa por $(2,0)$

$$F(2)=0\Rightarrow \frac{2^3}{3}+2+\frac{1}{2}\ln|2-1|-\frac{1}{2}\ln|2+1|+C=0\Rightarrow \frac{8}{3}+2-\frac{1}{2}\ln 3+C=0\Rightarrow C=-\frac{14}{3}+\frac{1}{2}\ln 3$$

Luego, la primitiva que nos piden es: $F(x)=\dfrac{x^3}{3}+x+\dfrac{1}{2}\ln|x-1|-\dfrac{1}{2}\ln|x+1|-\dfrac{14}{3}+\dfrac{1}{2}\ln 3$

Considera las funciones $f, g : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = \cos(x)$ y $g(x) = sen(x)$.

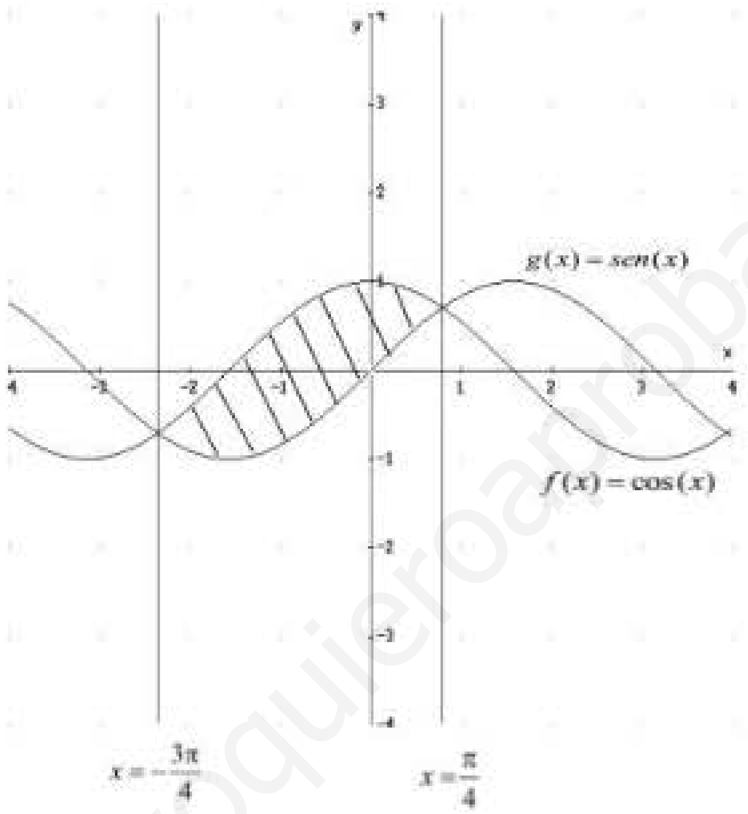
a) Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.

b) Calcula el área del recinto delimitado por las gráficas de *f* y de *g* en el intervalo $\left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$.

MATEMÁTICAS II. 2019. RESERVA 2. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Representamos gráficamente las dos funciones:



Calculamos los puntos de corte. Resolvemos la ecuación:

$$\cos(x) = sen(x) \Rightarrow \frac{\cos(x)}{\cos(x)} = \frac{sen(x)}{\cos(x)} \Rightarrow 1 = tg(x) \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

Las soluciones que nos interesan son las que están en el intervalo $[-\pi, \pi]$, luego son: $x = -\frac{3\pi}{4}$ y $x = \frac{\pi}{4}$

b) Calculamos el área que nos piden

$$Área = \int_{\frac{-3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - sen\, x)\, dx = \left[sen\, x + \cos x\right]_{\frac{-3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = \left[sen\frac{\pi}{4} + \cos\frac{\pi}{4}\right] - \left[sen\frac{-3\pi}{4} + \cos\frac{-3\pi}{4}\right] =$$

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}\ u^2$$

Dado un número real $a > 0$, considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por $f(x) = x^2 - ax$, y la recta $y = 2ax$. Determina a sabiendo que el área del recinto limitado por la gráfica de f y la recta anterior es 36.

MATEMÁTICAS II. 2019. RESERVA 3. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Calculamos los puntos de corte de las dos funciones.

$$\left.\begin{array}{l} y = 2ax \\ y = x^2 - ax \end{array}\right\} \Rightarrow x^2 - ax = 2ax \Rightarrow x^2 - 3ax = 0 \Rightarrow x = 0 \ ; \ x = 3a .$$

Vemos que función va por encima y cual por debajo.

$$x = a \Rightarrow \begin{cases} y = 2ax = 2a^2 \\ y = x^2 - ax = a^2 - a^2 = 0 \end{cases}$$

Va por encima la recta y por debajo la parábola.

Luego:

$$36 = \int_0^{3a} (2ax - x^2 + ax)\, dx = \int_0^{3a} (3ax - x^2)\, dx = \left[\frac{3ax^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^{3a} = \left[\frac{27a^3}{2} - \frac{27a^3}{3} \right] = \frac{27a^3}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 27a^3 = 216 \Rightarrow a^3 = 8 \Rightarrow a = 2$$

Sea $f:\left[0,\frac{\pi}{6}\right]\to\mathbb{R}$ una función continua y sea F la primitiva de f que cumple $F(0)=\frac{\pi}{3}$ y $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\pi$. Calcula:

a) $\int_0^{\frac{\pi}{6}}\left(3f(x)-\cos(x)\right)\,dx$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} sen\left(F(x)\right)f(x)\,dx$

MATEMÁTICAS II. 2019. RESERVA 3. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}}\left(3f(x)-\cos(x)\right)dx=\int_0^{\frac{\pi}{6}}3f(x)\,dx-\int_0^{\frac{\pi}{6}}\cos(x)\,dx=3\left[F(x)\right]_0^{\frac{\pi}{6}}-\left[sen(x)\right]_0^{\frac{\pi}{6}}=$$

$$=3\left[F\left(\frac{\pi}{6}\right)-F(0)\right]-\left[sen\left(\frac{\pi}{6}\right)-sen(0)\right]=3\left[\pi-\frac{\pi}{3}\right]-\left[\frac{1}{2}-0\right]=2\pi-\frac{1}{2}$$

b)

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} sen\left(F(x)\right)f(x)\,dx=\left[-\cos\left(F(x)\right)\right]_0^{\frac{\pi}{6}}=\left[-\cos\left(F\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)-\left(-\cos\left(F(0)\right)\right)\right]=\left[-\cos(\pi)-\left(-\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)\right]=$$

$$=-(-1)-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{2}$$

Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ **la función dada por** $f(x)=\begin{cases}-x^2+6x-8 & si \quad x\le 4\\ x^2-6x+8 & si \quad x>4\end{cases}$

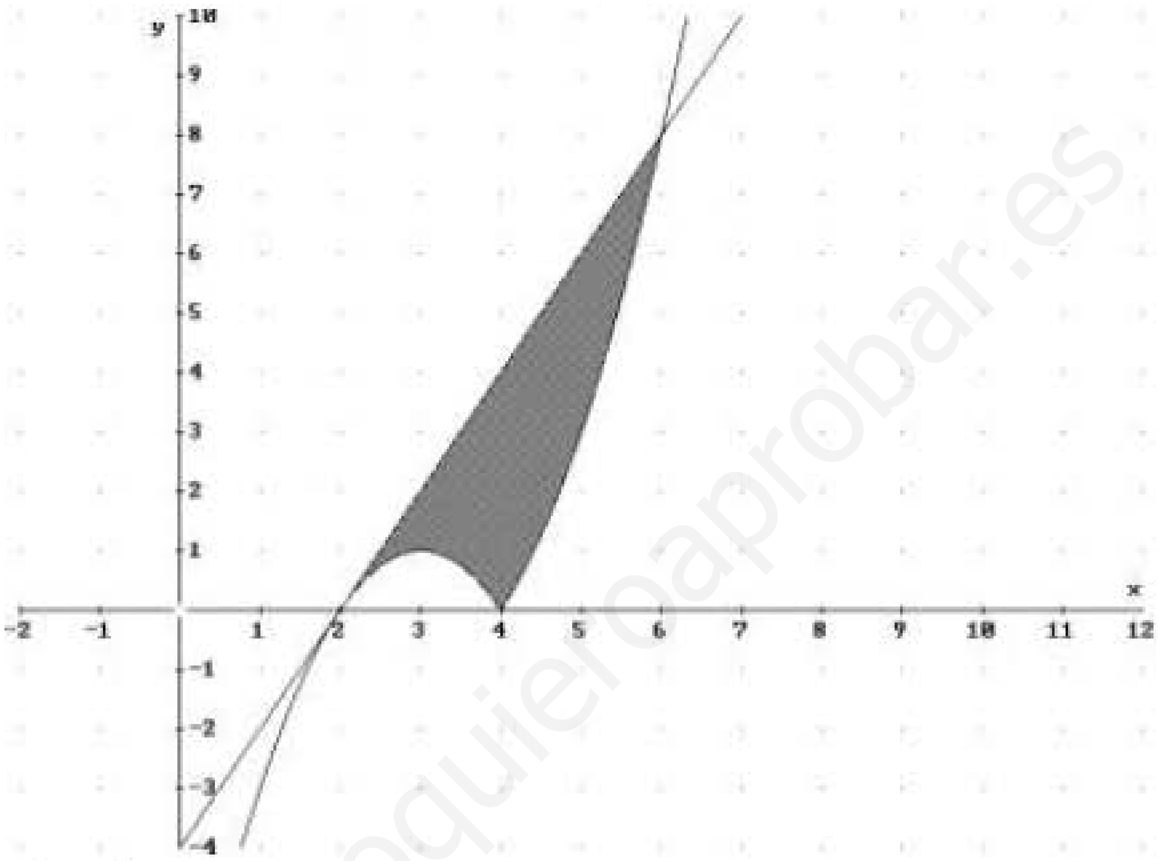
a) Calcula los puntos de corte entre la gráfica de *f* y la recta $y=2x-4$. Esboza el recinto que delimitan la gráfica de *f* y la recta.

b) Calcula el área del recinto anterior.

MATEMÁTICAS II. 2019. RESERVA 4. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)



Calculamos los puntos de corte.

$$\left.\begin{array}{l} y=2x-4\\ y=-x^2+6x-8\end{array}\right\}\Rightarrow 2x-4=-x^2+6x-8\Rightarrow x^2-4x+4=0\Rightarrow x=2\Rightarrow(2,0)$$

$$\left.\begin{array}{l} y=2x-4\\ y=x^2-6x+8\end{array}\right\}\Rightarrow 2x-4=x^2-6x+8\Rightarrow x^2-8x+12=0\Rightarrow x=2\ ;\ x=6\Rightarrow(6,8)$$

El valor $x=2$ no sirve ya que está fuera de su dominio. Luego los puntos de corte son: $(2,0)$ y $(6,8)$

b) Calculamos el área que nos piden.

$$Área=\int_2^4\left[(2x-4)-(-x^2+6x-8)\right]dx+\int_4^6\left[(2x-4)-(x^2-6x+8)\right]dx=$$

$$=\int_2^4\left(x^2-4x+4\right)dx+\int_4^6\left(-x^2+8x-12\right)dx=\left[\frac{x^3}{3}-2x^2+4x\right]_2^4+\left[-\frac{x^3}{3}+4x^2-12x\right]_4^6=$$

$$=\left[\left(\frac{64}{3}-32+16\right)-\left(\frac{8}{3}-8+8\right)\right]+\left[\left(-\frac{216}{3}+144-72\right)-\left(-\frac{64}{3}+64-48\right)\right]=8\ u^2$$

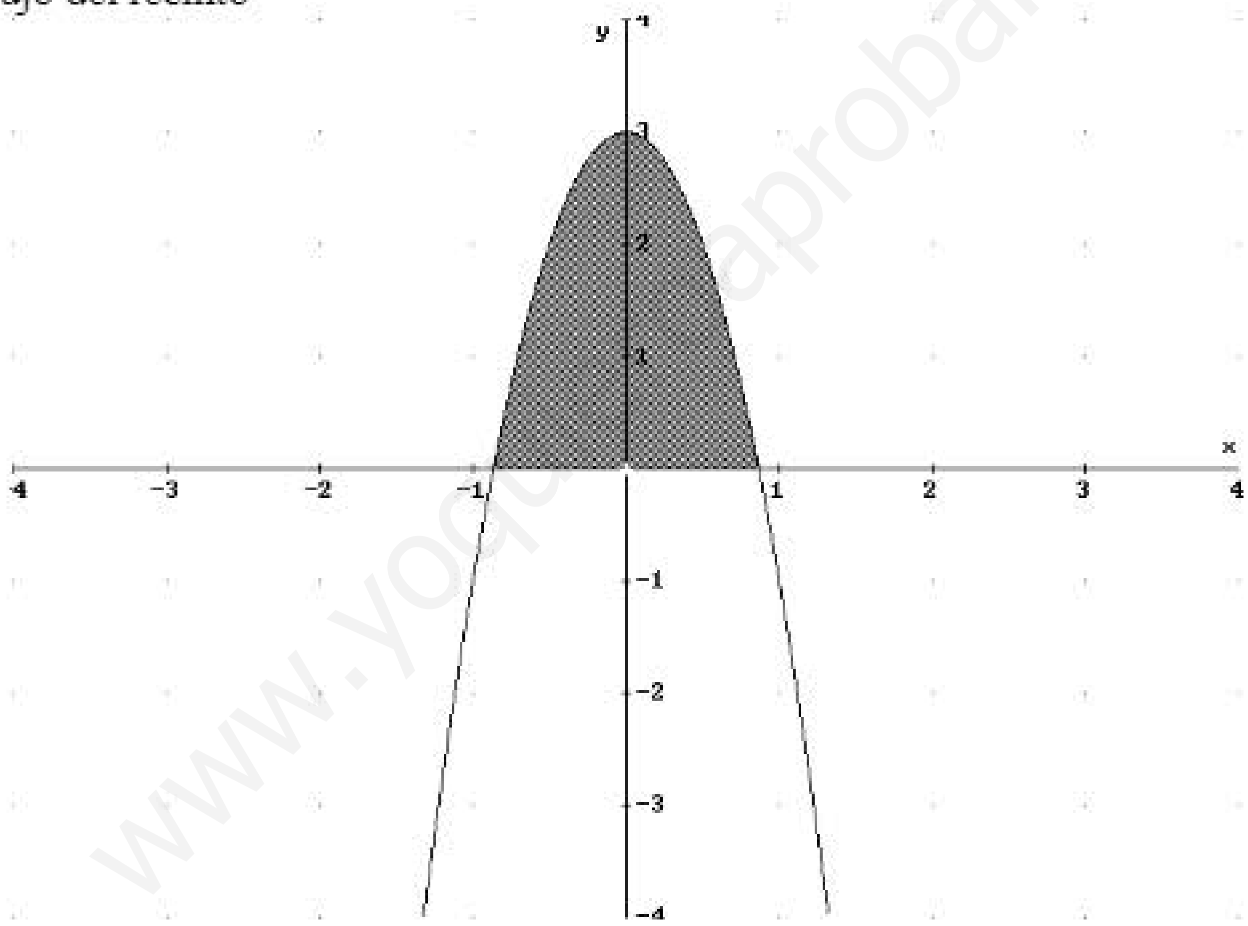
Considera la función $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ dada por $f(x)=-4x^2+a$, siendo $a>0$ un número real. Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta $y=0$. Calcula a sabiendo que el área del recinto es 18.
MATEMÁTICAS II. 2019. RESERVA 4. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Calculamos los puntos de corte de las dos funciones.

$$\left.\begin{array}{l} y=-4x^2+a \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow -4x^2+a=0 \Rightarrow 4x^2=a \Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{a}}{2}$$

Hacemos el dibujo del recinto



Calculamos el área que nos piden

$$A=\int_{-\frac{\sqrt{a}}{2}}^{\frac{\sqrt{a}}{2}}(-4x^2+a)\,dx=2\cdot\int_0^{\frac{\sqrt{a}}{2}}(-4x^2+a)\,dx=2\left[-\frac{4x^3}{3}+ax\right]_0^{\frac{\sqrt{a}}{2}}=2\cdot\left[-\frac{4\left(\frac{\sqrt{a}}{2}\right)^3}{3}+a\cdot\left(\frac{\sqrt{a}}{2}\right)\right]=18\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2\,\frac{4\cdot\frac{\sqrt{a^3}}{8}}{3}+2\,\frac{\sqrt{a^3}}{2}=18\Rightarrow-\frac{\sqrt{a^3}}{3}+\sqrt{a^3}=18\Rightarrow\frac{2\sqrt{a^3}}{3}=18\Rightarrow\sqrt{a^3}=27\Rightarrow a=9$$

Determina la función $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ sabiendo que es derivable, que su función derivada cumple

$$f'(x)=\frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$$

(ln denota la función logaritmo neperiano) y que la gráfica de *f* pasa por el punto $(1,0)$.
MATEMÁTICAS II. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

Calculamos la integral $f(x)=\int\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\,dx$, que es una integral por partes.

$$u=\ln x;\; du=\frac{1}{x}\,dx$$
$$dv=\frac{dx}{\sqrt{x}}=x^{-\frac{1}{2}}\,dx;\; v=2\sqrt{x}$$

$$f(x)=\int\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\,dx=2\cdot\sqrt{x}\ln x-\int\frac{2\cdot\sqrt{x}}{x}\,dx=2\cdot\sqrt{x}\ln x-\int 2\cdot x^{-\frac{1}{2}}\,dx=2\cdot\sqrt{x}\ln x-4\cdot\sqrt{x}+C$$

Calculamos la constante:

$$0=2\cdot 1\cdot ln(1)-4+C\Rightarrow C=4$$

Por lo tanto, la función que nos piden es:

$$f(x)=2\cdot\sqrt{x}\ln x-4\cdot\sqrt{x}+4$$

Sea la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por: $f(x)=x\cdot e^{-x^2}$.

a) Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes coordenados y los extremos relativos de f (abscisas en los que se obtienen y los valores que se alcanzan).

b) Determina $a>0$ de manera que sea $\frac{1}{4}$ el área del recinto determinado por la gráfica de f en el intervalo $[0,a]$ y el eje de abscisas.

MATEMÁTICAS II. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN B.

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos los puntos de corte

Corte con el eje X: $y=0\Rightarrow x\cdot e^{-x^2}=0\Rightarrow x=0$
Corte con el eje Y: $x=0\Rightarrow y=0$

Luego, la función corta en el punto $(0,0)$

Calculamos la primera derivada y la igualamos a cero:

$$f'(x)=1\cdot e^{-x^2}-2x\cdot e^{-x^2}\cdot x=e^{-x^2}(1-2x^2)=0\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$

	$\left(-\infty,-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)$	$\left(-\sqrt{\frac{1}{2}},\sqrt{\frac{1}{2}}\right)$	$\left(\sqrt{\frac{1}{2}},+\infty\right)$
Signo y'	$-$	$+$	$-$
Función	D	C	D

La función es creciente en $\left(-\sqrt{\frac{1}{2}},\sqrt{\frac{1}{2}}\right)$ y decreciente en $\left(-\infty,-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)\cup\left(\sqrt{\frac{1}{2}},+\infty\right)$

Tiene un mínimo en $\left(-\sqrt{\frac{1}{2}},-\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot e^{-\frac{1}{2}}\right)$ y un máximo en $\left(\sqrt{\frac{1}{2}},\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot e^{-\frac{1}{2}}\right)$

b) Calculamos el área

$$A=\frac{1}{4}=\int_0^a x\cdot e^{-x^2}\,dx=-\frac{1}{2}\int_0^a -2x\cdot e^{-x^2}dx=-\frac{1}{2}\left[e^{-x^2}\right]_0^a\Rightarrow\frac{1}{4}=-\frac{1}{2}\left[e^{-a^2}-1\right]\Rightarrow\frac{1}{4}=-\frac{1}{2}e^{-a^2}+\frac{1}{2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}e^{-a^2}\Rightarrow-\frac{1}{4}=-\frac{1}{2}e^{-a^2}\Rightarrow e^{-a^2}=\frac{1}{2}\Rightarrow\ln e^{-a^2}=\ln\frac{1}{2}\Rightarrow-a^2=\ln\frac{1}{2}\Rightarrow-a^2=\ln 1-\ln 2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow-a^2=-\ln 2\Rightarrow a=\sqrt{\ln 2}=0'8325$$

Se sabe que la función $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, dada por

$$f(x)=\begin{cases} sen(x)+ax+b & si \quad x\le 0 \\ \dfrac{\ln(x+1)}{x} & si \quad x>0 \end{cases}$$

(ln denota la función logaritmo neperiano) es derivable. Calcula *a* y *b*

MATEMÁTICAS II. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B.

R E S O L U C I Ó N

Si la función es derivable en $x=0$, primero tiene que ser continua en dicho punto, luego:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0^-}(sen\,x+ax+b)=b \\ \lim\limits_{x\to 0^+}\left(\dfrac{\ln(x+1)}{x}\right)=\dfrac{0}{0}=L'Hôpital=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\dfrac{\frac{1}{x+1}}{1}\right)=1 \end{array}\right\}\Rightarrow b=1$$

Calculamos la función derivada: $f'(x)=\begin{cases} \cos x+a & si \quad x\le 0 \\ \dfrac{\frac{x}{x+1}-\ln(x+1)}{x^2} & si \quad x>0 \end{cases}$

Como es derivable en $x=0$, se cumple que:

$$\left.\begin{array}{l} f'(0^-)=1+a \\ f'(0^+)=\dfrac{0}{0}=L'Hôpital=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\frac{x+1-x}{(x+1)^2}-\frac{1}{x+1}}{2x}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{-1}{2(x+1)^2}=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right\}\Rightarrow 1+a=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow a=-\dfrac{3}{2}$$

Luego, los valores son: $a=-\dfrac{3}{2}$ y $b=1$