Cifras significativas

No es extraño que cuando un estudiante resuelve ejercicios numéricos haga la pregunta:

“¿Y con cuántos decimales dejo el resultado?”

No es extraño, tampoco, que alguien, sin justificación, le dé como respuesta:

“Con dos (o tres, o las que sean) cifras decimales”.

Con una respuesta como ésta, encontraremos al mismo estudiante, en otros cursos, con la misma pregunta y, con frecuencia, recibiendo respuestas similares. No es extraño, entonces, que este estudiante termine pensando que la forma de escribir los resultados es cuestión de gusto.

Para conocer cómo debemos escribir los resultados consideremos lo siguiente.

Los datos que acompañan a los problemas numéricos corresponden a variables físicas, y las variables físicas **se miden**. El resultado de la medición es un conjunto de dígitos obtenidos por comparación con un patrón y sólo será confiable en la medida en que el o los instrumentos de medición y el factor humano lo sean.

Supongamos que medimos la longitud de un cilindro de latón con una regla graduada, cuya mínima división de la escala es de 1 cm. Establecemos en una primera lectura que la longitud es de 12 cm.

Es probable que si observamos la escala más cuidadosamente al medir, podríamos darnos cuenta que la medición es mayor a 12cm. Digamos que haciendo una estimación, establecemos que la longitud del cilindro es aproximadamente de 12.5cm. En este caso el 5 es un dígito que es incierto (dudoso) en lo que a la medida se refiere. Si queremos estimar un dígito más, no podremos hacerlo si la mínima división de la escala es de 1 cm. En este caso el valor de la longitud del cilindro sólo podrá incluir tres dígitos, con el último dígito (décima de centímetro) indicando el orden de la incertidumbre de la medida.

Si ahora medimos el mismo cilindro, pero con una regla cuya mínima división de la escala es de 1 milímetro, el resultado nos da 12.45cm. El 5 es el dígito que es incierto. Nuestra medida contendrá, a lo más, CUATRO dígitos, no más, siendo el último (centésima de centímetro) incierto.

A los dígitos escritos para representar el valor de una medida se le denomina cifras significativas, suponiendo que escribimos todo lo que sabemos de la medida. Son los dígitos requeridos para expresar un valor con la misma exactitud que la medida representa.

Así, en 12.5cm tenemos 3 cifras significativas: 1, 2 y 5, en tanto que en 12.45cm hay 4 cifras significativas:1, 2, 4 y 5. Si el número anterior lo escribimos como 0.01245m o como 0.0001245km, seguimos teniendo las mismas cuatro cifras significativas; Los ceros que anteceden al 1 sólo nos indican la posición del punto decimal. Lo que no debemos hacer es escribir 12.450cm en vez de 12.45cm, pues se estaría diciendo que el valor está entre 12.449cm y 12.451cm, en vez de, como es en realidad, entre 12.44cm y 12.46cm.

Se establecen una serie de reglas para conocer el número de cifras significativas, las cuales se dan a continuación.

1. Cualquier dígito diferente de cero es significativo. 1234.56 tiene seis cifras significativas
2. Cero entre dígitos diferentes de cero son significativos: 1002.3 tiene 5 cifras significativas
3. Ceros a la izquierda del primer dígito distinto de cero no son significativos: 0.00123 tiene 3 cifras significativas; 0.0056 tiene dos cifras significativas
4. Si el número es mayor que 1, todos los ceros a la derecha del punto decimal son significativos: 123.45, tiene 5 cifras significativas; 400.0 tiene 4 cifras significativas
5. Si el número es menor que 1, entonces únicamente los ceros que están al final del número y entre los dígitos distintos de cero son significativos: 0.01020 tiene 4 cifras significativas
6. Cuando un número entero termina en uno o más ceros, por ejemplo 48100kg, esos ceros pueden ser o no ser significativos. Es posible que el instrumento de medición indique 48.1ton; posteriormente el valor lo pasamos a kg. En ese caso solo el 4, el 8 y el 1 son significativos. Se evitan confusiones empleando notación científica, por ejemplo, 48.1 X 10^3kg.
7. Los números exactos (por ejemplo, los que provienen de contar un número de elementos), o los de constantes universales, tomados de la literatura, se consideran con un número infinito de cifras significativas, de tal forma que estos no determinan el número de cifras del resultado.

Cuando utilizamos los valores de las medidas para realizar operaciones aritméticas con ellas, el resultado debe escribirse de acuerdo con las cifras significativas que contienen los valores de origen. Veamos algunos ejemplos.

Multiplicación. Para ejemplificar, consideremos la multiplicación de 10.3***4*** por 1.2***3***. En negrita y subrayado se indican los dígitos que son inciertos. Cuando estas cifras participan en la operación aritmética, "*contaminan con incertidumbre*" en mayor o menor medida a los números que resultan.

		1	0.	3	***4***
			1.	2	***3***
		3	***1***	***0***	***2***
	2	0	***6***	***8***	
1	0	3	***4***		
1	2.	***7***	***1***	***8***	***2***

En la multiplicación anterior se subrayan los números que resultan afectados de incertidumbre por efecto de la multiplicación de las cifras inciertas. Hay que mencionar que entre más a la izquierda esté la “contaminación”, menos importante es.

El resultado de la operación es 12.***7182***, sin embargo, si el 7 es incierto, no tiene sentido escribir los números a su derecha y dejamos sólo una cifra incierta. Después de redondear, nuestro resultado es12.***7***, el cual tiene tres cifras significativas. El efecto de “contaminación de incertidumbre” por parte de la cifra incierta hace que en la multiplicación el resultado debe contener el mismo número de cifras significativas que las que tenga el multiplicando con el menor número de cifras.

Suma. Consideremos la suma siguiente:

$$42\underline{\mathbf{5}}. + 61.1\underline{\mathbf{7}} + 0.00\underline{\mathbf{4}} + 38.\underline{\mathbf{2}}$$

Observamos que en el 42***5*** no se sabe nada más allá del punto decimal, el 5 ya es incierto, por lo que añadirle más dígitos a la derecha del punto decimal no tiene sentido.

4	2	***5***.			
	6	1.	1	***7***	
		0.	0	0	***4***
	3	3.	***2***		
5	1	***6.***			

El resultado es 516.

Reglas generales para cálculos con datos.

1. En suma y resta, no escriba su resultado más allá de la posición en que está la primera cifra incierta en alguno de los datos.
2. En multiplicación y división, escriba su resultado con el mismo número de cifras significativas que las que contiene el dato con el menor número de cifras significativas.
3. Al dejar fuera las cifras que no son significativas, debe considerar que si la primera de éstas es igual o mayor a 5, la última cifra significativa se incrementa en 1.

Entonces, la respuesta a la pregunta de con cuántos decimales va el resultado, es que depende las cifras significativas de los datos y de la operaciones realizadas con ellos.

Ejercicios.

1. ¿Qué puede determinarse con exactitud y qué debe medirse con cierta incertidumbre?
   a) la cantidad de alumnos en un salón de clase
   b) la cantidad de personas en un país
   c) la estatura de una persona

2. Determine el número de cifras significativas en las mediciones siguientes:
   a) 478 cm
   b) 6.01 g
   c) 0.825 m
   d) 0.043 kg
   e) 1.310×10^{22} átomos
   f) 7000 mL

3. ¿Cuántas cifras significativas tiene 0.06030 m?
   a) 6 b) 5 c) 4 d) 3 e) 2

4. ¿Cuál es el número de cifras significativas en cada una de las mediciones siguientes?
   a) 4 867 mi
   b) 56 mL
   c) 60 104 ton
   d) 2 900 g
   e) 40.2 g/cm^3
   f) 0.0000003 cm
   g) 0.7 min
   h) 4.6×10^{19} átomos

5. Realice las operaciones aritméticas siguientes con el número correcto de cifras significativas:
   a) 11254.1 g + 0.1983 g
   b) 66.59 L – 3.113 L
   c) 8.16 m x 5.1355
   d) 0.0154 kg ÷88.3 mL
   e) 2.64×10^3 cm + 3.27×10^2 cm

6. ¿Qué de lo siguiente se puede determinar exactamente, y qué se debe medir con cierta incertidumbre?
   a) El peso de una persona
   b) la cantidad de dedos de su mano izquierda
   c) la cantidad de vellos en su brazo izquierdo.

7. ¿Cuántas cifras significativas incluye cada uno de los siguientes:
   a) 0.006 L
   b) 0.0605 dm
   c) 60.5 mg
   d) 605.5 cm^2
   e) 960×10^{-3} g
   f) 6 kg
   g) g) 60 m

8. Realice las operaciones siguientes como si fueran cálculos de resultados experimentales y exprese cada respuesta en las unidades correctas y con el número apropiado de cifras significativas:
   a) 5.6792 m + 0.6 m + 4.333 m
   b) 3.70 g – 2.9133 g
   c) 4.51 cm x 3.6666 cm
   d) $(3 \times 10^4 \text{ g} + 6.827 \text{ g})/(0.043 \text{ cm}^3 - 0.021 \text{ cm}^3)$

9. Realice las operaciones siguientes como si fueran cálculos de resultados experimentales y exprese cada respuesta con las unidades apropiadas y el número correcto de cifras significativas:
   a) 7.310 km ÷ 5.70 km
   b) $(3.26 \times 10^{-3}$ mg) – $(7.88 \times 10^{-5}$ mg)
   c) $(4.02 \times 10^{6}$ dm) + $(7.74 \times 10^{7}$ dm)
   d) (7.28 m – 0.34 m)/(1.15 s + 0.82 s)

10. Escriba 32 1000 de tal manera que se indiquen
   a) 2 cifras significativas
   b) 4 cifras significativas
   c) 6 cifras significativas

11. Escriba 670 000 de tal manera que se indiquen
   a) 2 cifras significativas
   b) 4 cifras significativas
   c) 6 cifras significativas

12. Redondee los siguientes números a dos cifras significativas:
   a) 43.481
   b) 536.5
   c) 6.7426
   d) 3.48×10^{-8}
   e) 88.98

13. ¿Cuántas cifras significativas hay en cada medición?
   a) 5 269 m
   b) 4.07 m
   c) 42.300 m
   d) 0.00656 m
   e) 320 m
   f) 4.8×10^{-9} m

14. En los libros de texto antiguos se dice que 1 pulg = 2.540005 cm. Los textos recientes definen una pulgada como exactamente igual a 2.54 cm. En la nueva definición, ¿hay más, menos o igual cantidad de cifras significativas? Explique por qué.

15. ¿Cuántas cifras significativas hay en el resultado de los cálculos siguientes?
   a) (23.9684 g) – (23.9680 g)
   b) (2.7 cm) + (6.84 cm) + (69.4 cm)
   c) (54.3286 g)/(25.4 ml)
   d) (2.7 cm)(26.8 cm)(79.4 cm)

16. La suma de 3.71×10^{8} y 4.62×10^{7} es
   a) 4.991×10^{7} b) 8.33×10^{15} c) 4.172×10^{8} d) 4.99×10^{7} e) 4.17×10^{8}