PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2019

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 4: FUNCIONES

- Junio, Ejercicio 2, Opción A
- Junio, Ejercicio 2, Opción B

Se considera la función $f(x)=x^3-9x+2$

a) Obtenga las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de la función que sean paralelas a la recta $y=3x-3$

b) Estudie la monotonía y la curvatura de la función f

c) Calcule $\int f(x)\,dx$

SOCIALES II. 2019 JUNIO EJERCICIO 2. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Como tiene que ser paralela a la recta $y=3x-3$, la pendiente vale 3, luego: $f'(x)=3$

$$f'(x)=3\Rightarrow 3x\quad -9=3\Rightarrow 3x^2=12\Rightarrow x=\pm 2$$

La ecuación de la tangente en $x=2$ es: $y-f(2)=f'(2)\cdot(x-2)$

$f(2)=2^3-9\cdot 2+2=-8$ $\qquad$ $f'(2)=3$

Sustituyendo, tenemos que: $y-f(2)=f'(2)\cdot(x-2)\Rightarrow y+8=3\cdot(x-2)\Rightarrow y=3x-14$

La ecuación de la tangente en $x=-2$ es: $y-f(-2)=f'(-2)\cdot(x+2)$

$f(-2)=(-2)^3-9\cdot(-2)+2=12$ $\qquad$ $f'(-2)=3$

Sustituyendo, tenemos que: $y-f(-2)=f'(-2)\cdot(x+2)\Rightarrow y-12=3\cdot(x+2)\Rightarrow y=3x+18$

b) Calculamos la primera derivada y la igualamos a cero: $f'(x)=3x^2-9=0\Rightarrow x=\pm\sqrt{3}$

	$\left(-\infty,-\sqrt{3}\right)$	$\left(-\sqrt{3},+\sqrt{3}\right)$	$\left(+\sqrt{3},+\infty\right)$
Signo $f'(x)$	+	−	+
Función	C	D	C

Creciente: $\left(-\infty,-\sqrt{3}\right)\cup\left(+\sqrt{3},+\infty\right)$; Decreciente: $\left(-\sqrt{3},+\sqrt{3}\right)$

Tiene un máximo relativo en el punto $\left(-\sqrt{3}\,,6\sqrt{3}+2\right)$ y un mínimo relativo en $\left(\sqrt{3}\,,-6\sqrt{3}+2\right)$.

Calculamos la segunda derivada y la igualamos a cero: $f''(x)=6x=0\Rightarrow x=0$

	$(-\infty,0)$	$(0,+\infty)$
Signo $f''(x)$	−	+
Función	Cn	Cx

Cóncava: $(-\infty,0)$; Convexa: $(0,+\infty)$; Tiene un punto de inflexión en $(0,2)$.

c) Calculamos la integral que nos piden:

$$\int(x^3-9x+2)\,dx=\int x\quad dx-9\int x\,dx+2\int\ dx=\frac{x^4}{4}-\frac{9}{\quad}+2x+C$$

Sea la función $f(x =\begin{cases} \dfrac{1}{x-1} & si \quad x<0 \\ x^2 \quad a & si \quad x \geq 0 \end{cases}$

a) Determine el valor del parámetro *a* para que *f* sea continua en todo su dominio. Para ese valor de *a*, estudie la derivabilidad de *f*.

b) Para $a=-2$**, estudie la monotonía y curvatura de la función *f*. ¿Tiene algún punto de inflexión?.**

SOCIALES II. 2019. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) La función $\dfrac{1}{x-1}$ es continua y derivable en $\mathbb{R}-\{1\}$. La función polinómica x^2+a es continua en $x \geq 0$. Por lo tanto, solo tenemos que estudiar la continuidad en $x=0$.

Calculamos *a* para que sea continua en $x=0$: $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 0^-} \left(\dfrac{1}{x-1}\right)=-1 \\ \lim\limits_{x \to 0^+} (x^2+a)=a \end{array}\right\} \Rightarrow a=-1$

La función que tenemos es: $f(x =\begin{cases} \dfrac{1}{x-1} & si \quad x<0 \\ x^2 \quad 1 & si \quad x \geq \end{cases}$

Calculamos la función derivada: $f'(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{(x-1)^2} & si \quad x<0 \\ 2x & si \quad x> \end{cases}$

Estudiamos la derivabilidad en $x=0$:

$$\left.\begin{array}{l} f'(0^-)=-1 \\ f'(0^+)= \quad 0 \end{array}\right\} \Rightarrow f'(0^-) \neq \quad '(0 \quad) \Rightarrow \text{No es derivable en } x=0$$

Luego, la función es continua en $\mathbb{R}$ y derivable en $\mathbb{R}-\{0\}$

b) La función que tenemos es: $f(x =\begin{cases} \dfrac{1}{x-1} & si \quad x<0 \\ x^2 \quad 2 & si \quad x \geq \end{cases}$

Calculamos la derivada e igualamos a cero: $f'(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{(x-1)^2} & si \quad x<0 \\ 2x & si \quad x> \end{cases}$

Igualamos la derivada a cero: $2x=0 \Rightarrow x=0$

	$(-\infty,0)$	$(0,+\infty)$
Signo $f'(x)$	$-$	$+$
Función	D	C

La función es creciente en $(0,+\infty)$ y decreciente en $(-\infty,0)$

Calculamos la segunda derivada e igualamos a cero: $f''(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{(x-1)^{3}} & si \quad x<0\\ 2 & si \quad x>\end{cases}$

No hay ningún valor de x que anule la 2ª derivada, luego:

	$(-\infty,0)$	$(0,+\infty)$
Signo $f''(x)$	$-$	$+$
Función	Cn	Cx

La función es convexa en $(0,+\infty)$ y cóncava en $(-\infty,0)$. No tiene punto de inflexión