1. Dados los vectores $\vec{u}(-1,0)\ \ y\ \ \vec{v}(1,2)$, calcula:
    a) Calcula el ángulo que forman. (0,5 puntos)

    b) Da las coordenadas del vector $\vec{w}\ (4,6)$ en la base B($\vec{u}\ y\ \vec{v}$.) (1 punto)

2. a) Halla la ecuación general de la recta que pasa por el punto (0, 4) y (2,0). (0,5 puntos)

    b)Escribe la ecuación en cualquier forma de una recta paralela a la del apartado a que no sea coincidente con ella. (0,25)

    c)Escribe la ecuación en cualquier forma de una recta perpendicular a la del apartado a). (0,25)

3. En la función:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - b & si\ x < 2 \\ 5 & si\ x = 2 \\ -2x + 9 & si\ x > 2 \end{cases}$$

    a) Calcula el dominio de f(x). (0,5 puntos)

    b) Calcula el valor del parámetro b para que la función sea continua. (1 punto)

4. Hallar la función derivada de los siguientes casos y simplifica: (0,75-0,75-0,75)

    a) $f(x) = ln\frac{2x+3}{x^2}$

    b) $f(x) = e^{\pi} + arc\ sen3x$

    c) $f(x) = e^{cosx} \cdot (\sqrt{x} + 5x)$

5. Hallar la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $y = tgx\ en\ x = \frac{3\pi}{4}$. (1,5)

6. Calcular los siguientes límites por el método más adecuado. (0,75-0,75-0,75)
    a) $\lim_{x\to-\propto}\frac{5x}{\sqrt{4x^2+1}} =$

    b) $\lim_{x\to\propto}\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^{x} =$

    c) $\lim_{x\to 0}\frac{senx}{x+tgx} =$

① $\vec{u}=(-1,0)$
$\vec{v}=(1,2)$

a) $\vec{u}\cdot\vec{v} = |\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\cos\alpha$

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|}}$$

$\vec{u}\cdot\vec{v} = (-1,0)(1,2) = -1$

$|\vec{u}| = \sqrt{(-1)^2} = 1$

$|\vec{v}| = \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}$

$\cos\alpha = \dfrac{-1}{\sqrt{5}} \rightarrow \boxed{\alpha = 116'56°}$

b) $(4,6) = a(-1,0) + b(1,2)$

$4 = -a+b \rightarrow a = 3-4 = -1$

$6 = 2b \rightarrow b = 3$

$(-1,3)$ son las coordenadas de $\vec{u}$ en $B(\vec{u}\ y\ \vec{v})$

② a) $A(0,4)$ y $B(2,0)$

$\vec{AB} = (2,-4)$ $\quad r \equiv \begin{cases} A \\ \vec{AB} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\lambda \\ y = 4-4\lambda \end{cases},\ \lambda\in\mathbb{R}$

$\dfrac{x}{2} = \dfrac{y-4}{-4}$; $\quad -4x = 2y-8$; $\quad -4x-2y+8=0$

$\boxed{r \equiv 2x + y + 4 = 0}$ Ecuación general de la recta

b) Como $\vec{AB} = (2,-4)$ es una dirección de $r \Rightarrow$ Para una paralela basta coger una recta con la misma dirección pero que pase por un punto C que no esté en r. Por ejemplo $C(1,1)$

1.

$$s \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 1 - 4\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \rightarrow \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-4};$$

$-4x + 4 = 2y - 2$; $-4x - 2y + 6 = 0$; $-2x - y + 3 = 0$

$$\boxed{s \equiv 2x + y - 3 = 0}$$

c) Como $\vec{AB} = (2, -4)$ es una dirección de r entonces $\vec{d}_t = (4, 2)$ es una dirección de la recta $\perp$ a r.

Si cogemos un punto de r, por ejemplo $(0, 4)$

$$t \equiv \left.\begin{matrix} (0,4) \\ d_t = (4,2) \end{matrix}\right\} \Rightarrow t \equiv \begin{cases} x = 4\lambda \\ y = 4 + 2\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$$

$$\frac{x}{4} = \frac{y-4}{2}; \quad 2x = 4y - 16; \quad 2x - 4y + 16 = 0$$

$$\boxed{t \equiv x - 2y + 8 = 0}$$

3) a) $\mathrm{Dom}\, f(x) = \mathbb{R}$

b) 1) $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 3 \cdot 2 - b = 6 - b$

$\lim_{x \to 2^+} f(x) = -2 \cdot 2 + 9 = 5$

$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^+} f(x) \Rightarrow 6 - b = 5$; $\boxed{b = 1}$

Si $\boxed{b = 1} \Rightarrow \boxed{\lim_{x \to 2} f(x) = 5}$

2) $f(2) = 5$

3) $\lim_{x \to 2} f(x) = f(2) = 5 \Rightarrow$ Si $b = 1$ es $f(x)$ CONTINUA en $\mathbb{R}$.

④ a) $f(x) = \ln \frac{2x+3}{\cancel{2x+2}}$

$$f'(x) = \frac{1}{\frac{2x+3}{x^2}} \cdot \left(\frac{2 \cdot x^2 - (2x+3) \cdot 2x}{x^4} \right) =$$

$$= \frac{x^2}{2x+3} \cdot \left(\frac{x(2x-4x-6)}{x^4} \right) = \frac{\cancel{x^3}(-2x-6)}{\cancel{x^4}(2x+3)}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{-2x-6}{2x^2+3x}}$$

b) $f(x) = e^x + \text{arcsen}\, 3x$

$$\boxed{f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-(3x)^2}} \cdot 3 = \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}}$$

c) $f(x) = e^{\cos x}(\sqrt{x} + 5x)$

$$f'(x) = e^{\cos x} \cdot (-\text{sen}\, x) \cdot (\sqrt{x} + 5x) + e^{\cos x}\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + 5\right)$$

$$\boxed{f'(x) = e^{\cos x}\left(-\text{sen}\, x(\sqrt{x}+5x) + \frac{1}{2\sqrt{x}} + 5\right)}$$

⑤ $y = \text{tg}\, x$ en $x = \frac{3\pi}{4}$

$f(x) = \text{tg}\, x$

$f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \text{tg}\, \frac{3\pi}{4} = -1$

$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$

$f'\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{1}{\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 2$

$y - (-1) = 2\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$

$y + 1 = 2x - \frac{6\pi}{4}$

$\cancel{y = 2x - \frac{6\pi}{4}}$

$\boxed{y = 2x - \frac{3\pi}{2} - 1}$ TANGENTE

$y + 1 = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$; $\boxed{y = -\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{8} - 1}$

NORMAL

6) a) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{5x}{\sqrt{4x^2+1}} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-5x}{\sqrt{4x^2+1}} = \dfrac{-5}{\sqrt{4}} = -\dfrac{5}{2}$

b) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)^x = 1^\infty$? Se resuelve por el nº e.

$\lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{x+1}{x-2}-1\right)^x = \lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{x+1-x+2}{x-2}\right)^x =$

$= \lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{3}{x-2}\right)^x = \underbrace{\lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{1}{\frac{x-2}{3}}\right)^{\frac{x-2}{3}}}_{e}{}^{\frac{3}{x-2}\cdot x}$

$= e^{\lim\limits_{x\to\infty} \frac{3x}{x-2}} = e^3$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen} x}{x+\operatorname{tg} x} = \dfrac{0}{0}$? Por L'Hôpital

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos x}{1+\frac{1}{\cos^2 x}} = \dfrac{1}{1+\frac{1}{1}} = \dfrac{1}{2}$