1. Calcula y simplifica lo máximo posible: (1 punto)

$$a)\ \frac{2^3\cdot(-2)^4\cdot(16)^2\cdot 6}{(-2)^{16}} \qquad\qquad b)\ \frac{20\cdot\frac{3}{5}-12\cdot\frac{3}{5}}{2\cdot\frac{9}{25}}=$$

2. Opera y simplifica. (1 punto)

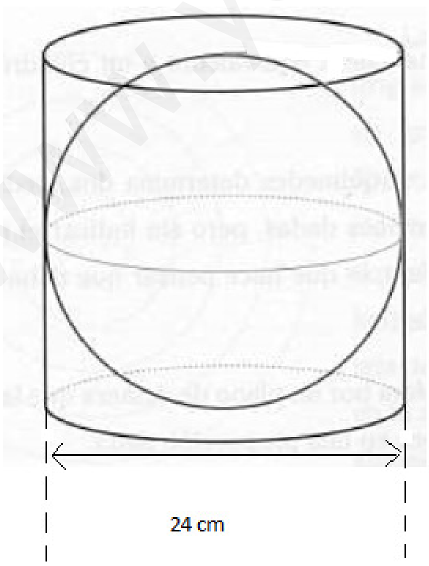
$$a)\ 5x-2\cdot(3x+1)\cdot\left(x^2+3x^3\right)-2x\cdot(x-3)^2$$

$$b)\ (2x-5)^2-(2x-1)^2-4$$

3. Si un campo de fútbol mide 30 m más de largo que de ancho y su área es de 7000 m^2, halla sus dimensiones. (1,5 puntos)
4. Resuelve: (1,5 puntos)

$$\frac{2x}{15}-\frac{3x-5}{20}=\frac{x}{5}-3$$

5. Plantea y resuelve: para pagar un artículo que costaba 3 euros, he utilizado nueve monedas, unas de 20 céntimos y otras de 50 céntimos. ¿Cuántas monedas de cada clase he utilizado? (2 puntos)
6. Representa la función $y=x^2-3x-4$, calculando el vértice y los puntos de corte con los ejes. (1 punto)
7. Halla el volumen del balón de baloncesto y el área total del cilindro que lo contiene. (Ten en cuenta que el balón es tangente a las dos bases del cilindro). (2 puntos)



1

a) $$\frac{2^3\cdot(-2)^4\cdot(16)^2\cdot 6}{(-2)^{16}} = \frac{2^3\cdot 2^4\cdot (2^4)^2\cdot 2\cdot 3}{2^{16}} =$$

$$= \frac{2^3\cdot 2^4\cdot 2^8\cdot 2\cdot 3}{2^{16}} = \frac{2^{16}\cdot 3}{2^{16}} = 3$$

b) $$\frac{20\cdot\frac{3}{5} - 12\cdot\frac{3}{5}}{2\cdot\frac{9}{25}} = \frac{\frac{60}{5}-\frac{36}{5}}{\frac{18}{25}} =$$

$$= \frac{\frac{24}{5}}{\frac{18}{25}} = \frac{24\cdot 25}{5\cdot 18} = \frac{20}{3}$$

2

a) $5x - 2(3x+1)\cdot(x^2+3x^3) - 2x\cdot(x-3)^2 =$

$= 5x - (6x+2)\cdot(x^2+3x^3) - 2x(x^2-6x+9) =$

$= 5x - 6x^3 - 18x^4 - 2x^2 - 6x^3 - 2x^3 + 12x^2 - 18x =$

$= -18x^4 - 6x^3 - 6x^3 - 2x^3 - 2x^2 + 10x^2 + 5x - 18x =$

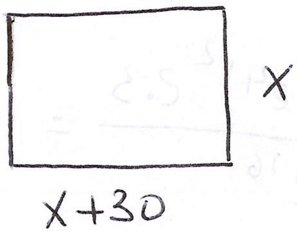
$= -18x^4 - 14x^3 + 8x^2 - 13x$

b) $(2x-5)^2 - (2x-1)^2 - 4 = (4x^2-20x+25) - (4x^2-4x+1) - 4 =$

$= \cancel{4x^2} - 20x + 25 - \cancel{4x^2} + 4x - 1 - 4 = -20x + 4x + 25 - 1 - 4 =$

$= -16x + 20$

3



$$A = 7000\ m^2$$

$$A = b \cdot h = x(x+30)$$

Igualando:

$$x(x+30) = 7000$$

Operando:

$$x^2 + 30x = 7000$$

$$x^2 + 30x - 7000 = 0$$

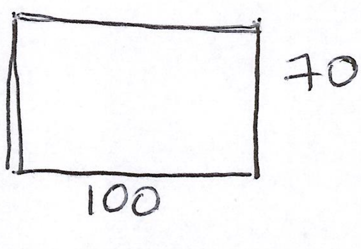
$$x = \frac{-30 \pm \sqrt{30^2 + 4 \cdot 7000}}{2 \cdot 1} = \frac{-30 \pm \sqrt{900 + 28000}}{2}$$

$$x = \frac{-30 \pm \sqrt{28900}}{2} = \frac{-30 \pm 170}{2} = \begin{cases} \frac{-30+170}{2} = 70 \\ \frac{-30-170}{2} = -100 \end{cases}$$

$x = 70$

$\cancel{x = -100}$ ⟶ Esta solución no vale para el problema ya que una longitud no es negativa. Nos quedamos sólo con la otra: $x = 70$

Las dimensiones son: $\underline{\underline{70 \times 100}}$



4

$$\frac{2x}{15} - \frac{3x-5}{20} = \frac{x}{5} - 3$$

Pasamos a común denominador:

$$mcm(15,20,5) = 60$$

$$\frac{4\cdot 2x}{60} - \frac{3(3x-5)}{60} = \frac{12\cdot x}{60} - \frac{60\cdot 3}{60}$$

Como toda la ecuación está dividida entre 60, si multiplico todo por 60 el denominador desaparece:

$$\frac{8x - 9x + 15}{\cancel{60}} = \frac{12x - 180}{\cancel{60}}$$

Queda:

$$8x - 9x + 15 = 12x - 180$$

Operando y despejando:

$$8x - 9x - 12x = -180 - 15$$

$$-13x = -195$$

$$x = \frac{-195}{-13}$$

$$\boxed{x = 15}$$

5 nº monedas 0,20 ⟶ x

nº monedas 0,50 ⟶ y

Total de monedas 9 : $x+y=9$ ①

Como he pagado 3€ con ellas tiene que ser:

$$x \cdot 0{,}20 + y \cdot 0{,}50 = 3 \quad ②$$

Ya tenemos un sistema de 2 ecuaciones lineales con 2 incógnitas:

$$\left.\begin{array}{l} x+y=9 \\ 0{,}20x+0{,}50y=3 \end{array}\right\}$$ Resolvemos por el método que queramos.

Si aplicamos el método de sustitución:

$y = 9-x$ ⟵ despejo y

Sustituyo en la otra ecuación:

$$0{,}20 \cdot x + 0{,}50 \cdot (9-x) = 3$$

Operando:

$$0{,}20x + 4{,}5 - 0{,}50x = 3$$

$$0{,}20x - 0{,}50x = 3 - 4{,}5$$

$$-0{,}30x = -1{,}5$$

$$x = \frac{-1{,}5}{-0{,}3} \quad \boxed{x=5} \qquad y = 9-x = 9-5 \; \boxed{y=4}$$

He utilizado 5 monedas de 0,20€ y 4 monedas de 0,50€.

6)

$y = x^2 - 3x - 4$

Ecuación de 2º grado $\rightarrow$ es una parábola.

Vértice:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{2}$$

$$y_v = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 3\cdot\left(\frac{3}{2}\right) - 4 = -\frac{25}{4}$$

$$\boxed{V\left(\frac{3}{2}, -\frac{25}{4}\right)}$$

Eje de simetría:

Coincide con la x del vértice $x = \frac{3}{2}$

Cortes con el eje X:

condición de corte con el eje x es $\underline{y=0}$.

$$0 = x^2 - 3x - 4$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 + 4\cdot 4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{3+5}{2} = 4 \rightarrow \underline{y=0} \\ \frac{3-5}{2} = -1 \rightarrow \underline{y=0} \end{cases}$$

Puntos de corte: $\boxed{(4,0) \text{ y } (-1,0)}$

Corte con el eje y:

Condición de corte con el eje y es $\underline{\underline{x=0}}$:

$$y = 0^2 - 3\cdot 0 - 4 \longrightarrow y = 4 \longrightarrow x = 0$$

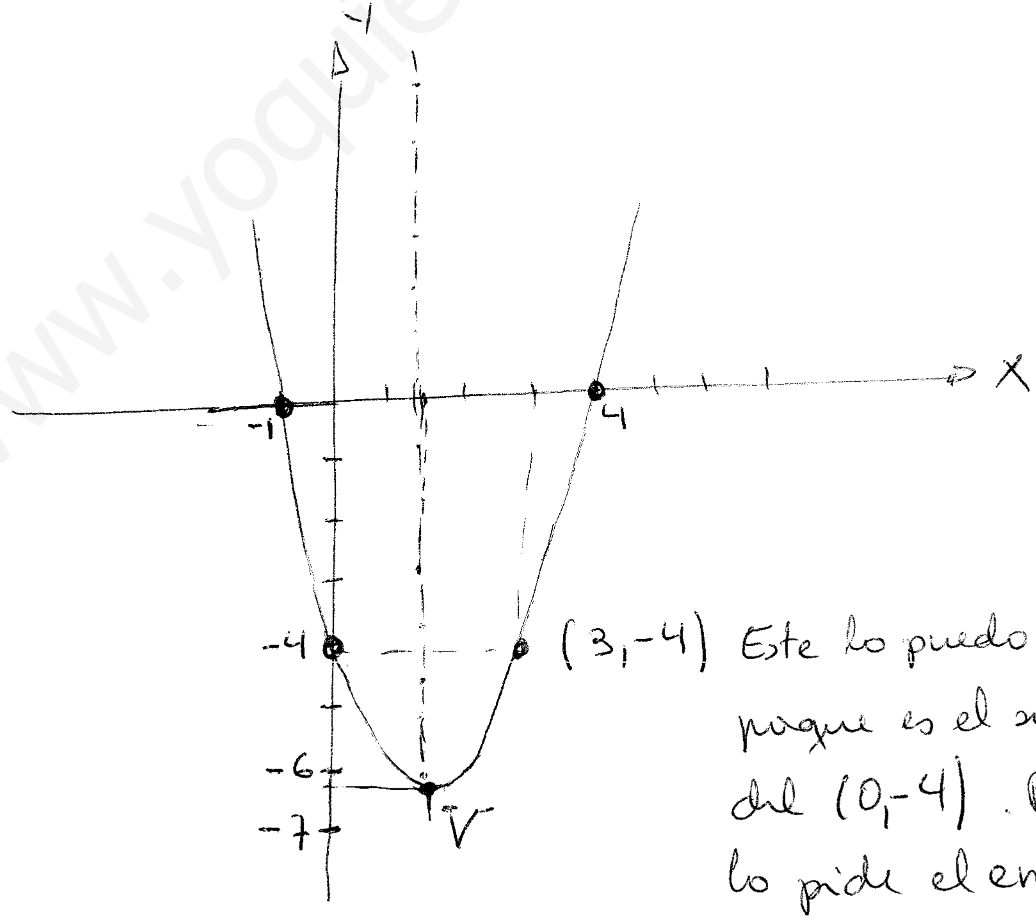
punto de corte: $\boxed{(0,-4)}$

Dibujo la curva con los puntos que he calculado.

$V\left(\frac{3}{2}, -\frac{25}{4}\right)$

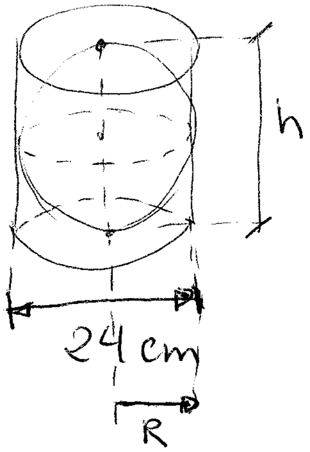
Corte X: $(4,0)$ y $(-1,0)$

Corte Y: $(0,-4)$



Este lo puedo dibujar porque es el simétrico del $(0,-4)$. Pero no lo pide el enunciado

8



Balón → esfera de radio $R = 12$

Cilindro:

Base circular de radio $R = 12$

Altura $H = 2R = 24$

Ya tenemos los dimensiones de los 2 elementos y ahora podemos calcular:

→ Volumen del balón (esfera):

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\, 3{,}14 \cdot 12^3$$

$$\boxed{V = 7234{,}56 \text{ cm}^3}$$

→ Superficie del cilindro:

$$S = 2\pi R(R+H) = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 12\,(12+24)$$

$$\boxed{S = 2712{,}96 \text{ cm}^2}$$