**Halla la perpendicular común a las rectas:** $\equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = \alpha \end{cases}$ **y** $s \equiv \begin{cases} x = \beta \\ y = \beta - 1 \\ z = -1 \end{cases}$

**MATEMÁTICAS II. 2004. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4. OPCIÓN B.**

R E S O L U C I Ó N

Cualquier punto de la recta *r* tendrá de coordenadas $A = (1, 1, \alpha)$ y cualquier punto de la recta *s* tendrá de coordenadas $B = (\beta, \beta - 1, -1)$.

El vector $\vec{AB}$ tendrá de coordenadas: $\vec{AB} = (\beta - 1, \beta - 2, -1 - \alpha)$

Como el vector $\vec{AB}$ tiene que ser perpendicular a la recta *r* y *s* se debe cumplir que:

$$\vec{AB} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow -1 - \alpha = 0$$
$$\vec{AB} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow \beta - 1 + \beta - 2 = 0$$

Resolviendo las dos ecuaciones, obtenemos que $\alpha = -1$ y $\beta = \frac{3}{2}$.

Luego, la recta que nos piden pasa por el punto $A = (1, 1, -1)$ y su vector director es el $\vec{AB} = \left( \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 0 \right) = (1, -1, 0)$

La perpendicular común tiene de ecuación: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} \quad \frac{z+1}{0}$

**Se considera la recta *r* definida por** $r \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = \lambda - 2 \end{cases}$ **y la recta s definida por** $s \equiv \begin{cases} x = \mu \\ y = \mu - 1 \\ z = -1 \end{cases}$**. Halla la ecuación de la recta perpendicular común a *r* y *s*.**
**MATEMÁTICAS II. 2009. JUNIO. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.**

R E S O L U C I Ó N

Cualquier punto de la recta *r* tendrá de coordenadas $A = (1,1,\lambda-2)$ y cualquier punto de la recta *s* tendrá de coordenadas $B = (\mu, \mu-1, -1)$.

El vector $\vec{AB}$ tendrá de coordenadas: $\vec{AB} = (\mu-1, \mu-2, -\lambda+1)$

Como el vector $\vec{AB}$ tiene que ser perpendicular a la recta *r* y *s* se debe cumplir que:

$$\vec{AB} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow -\lambda + 1 = 0$$
$$\vec{AB} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow \mu - 1 + \mu - 2 = 0$$

Resolviendo las dos ecuaciones, obtenemos que $\lambda = 1$ y $\mu = \dfrac{3}{2}$.

Luego, la recta que nos piden pasa por el punto $A = (1,1,-1)$ y su vector director es el $\vec{AB} = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 0\right) = (1,-1,0)$

La perpendicular común tiene de ecuación: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{-1} \quad \dfrac{z+1}{0}$

*Otra forma:* $r \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = \lambda - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A \quad (1,1,-2) \\ \vec{u} = (0,0,1) \end{cases}$ $\qquad s \equiv \begin{cases} x = \mu \\ y = \mu - 1 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = (0,-1,-1) \\ \vec{v} = (1,1,0) \end{cases}$

Calculamos el vector $\vec{u} \wedge v = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (-1,1,0)$

Calculamos el plano determinado por $(A, \vec{u}, \vec{u} \wedge \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & 1 & 0 & -1 \\ y-1 & 0 & & 1 \\ z+2 & 1 & & 0 \end{vmatrix} = x + y - 2 = 0$

Calculamos el plano determinado por $(B, \vec{v}, \vec{u} \wedge \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & 1 & - \\ y+1 & 1 & 1 \\ z+1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = z + 1 = 0$

Luego, la perpendicular común es: $\left.\begin{matrix} x + y - 2 = 0 \\ z + 1 = 0 \end{matrix}\right\}$