1.- Dada la función f(x):

$$d)\ f(x)=\begin{cases} 2x+9 & si\ x\le -4 \\ \dfrac{-2}{x+3} & si\ -4<x\le 0 \\ -x^2+2x & si\ 0<x\le 2 \\ \log_2(x-2) & si\ x>2 \end{cases}$$

función de proporcionalidad inversa

f. polinómica de 2º grado (cuadrática)

Se pide: Representación;

$\lim\limits_{x\to -4} f(x)$; i) $\lim\limits_{x\to -} f(x)$; j) $f(-3)$ k) $\lim\limits_{x\to -3} f(x)$

(4 puntos)

2.- Cómo se llaman cada una de las siguientes funciones. Calcular su dominio.

a) $f(x)=3x^4+3x^2+7x-3$; b) $f(x)=\dfrac{-2}{-x+3}$ c) $f(x)=\dfrac{x^5-3x^3+2x}{2x^2-x-6}$

d) $f(x)=2^{-x}$ e) $f(x)=\log_2(x+4)$ f) $f(x)=\sqrt{x-3}$

(1 puntos)

3.- Calcular los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x^2+1}{x}-\dfrac{3-x^2}{x+2}\right)$ b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2-\sqrt{x+4}}{x}$

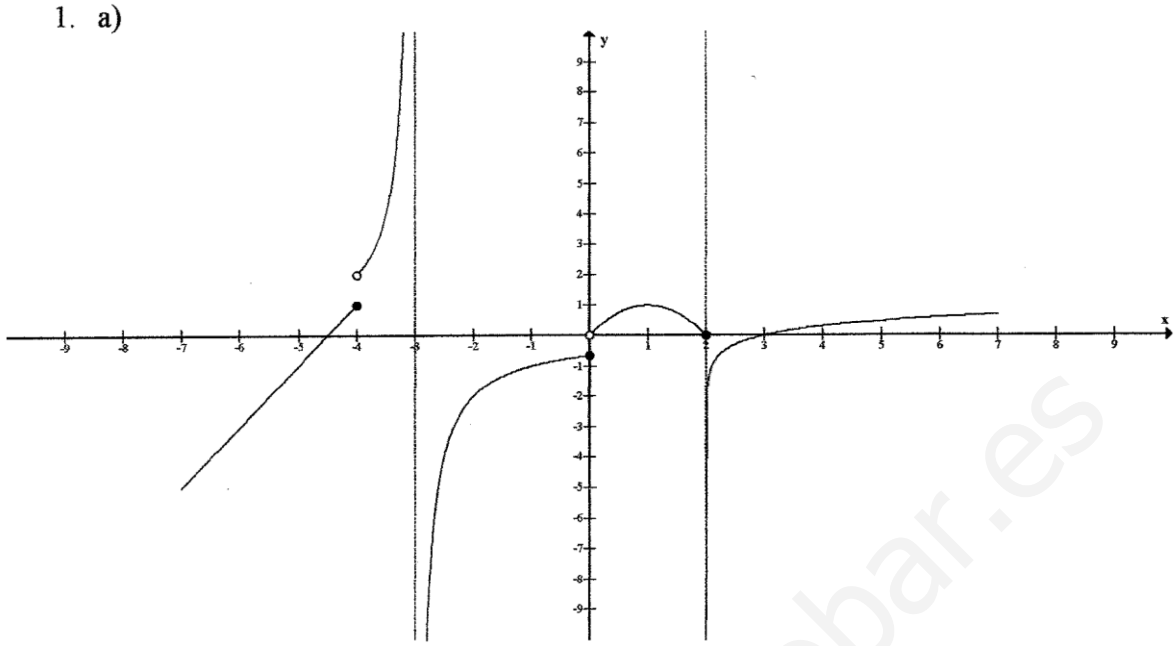
c) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-11x+14}{4x^2-16x+16}$ d) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{4x^2+2x}-\sqrt{4x^2-3}\right)$

e) $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{x+3}{2x+1}\right)^{\frac{3}{x-2}}$

(Cada límite 1 punto)

SOLUCIONES

1. **a)**



b) Dom f(x) = $\Re - \{-3\}$

c) Im f(x) = $\Re$

d) Crece $(-\infty, -4) \cup (-4, -3) \cup (-3, 0) \cup (0, 1) \cup (2, +\infty)$; Decrece $(1, 2)$

e) $f(x) > 0$ en $(-4'5, -4) \cup (-4, -3) \cup (0, 2) \cup (3, +\infty)$

f) $f(-4) = 1$

g) $\lim\limits_{x \to -4^-} f(x) = 1$

h) $\lim\limits_{x \to -4^+} f(x) = 2$

i) $\lim\limits_{x \to -4} f(x) =$ no existe

j) $f(-3)$ = no existe

k) $\lim\limits_{x \to -3} f(x) = \pm\infty$

2. a) Polinómica, Dom f(x) = $\Re$
   b) Racional de proporcionalidad inversa, Dom f(x) = $\Re - \{3\}$
   c) Racional polinómica, Dom f(x) = $\Re - \{2, -3/2\}$
   d) Exponencial, Dom f(x) = $\Re$
   e) Logarítmica, Dom f(x) = $\{x \in \Re \,/\, x > -4\}$
   f) Radical, Dom f(x) = $\{x \in \Re / \, x \geq 3\}$

3. a) $-\infty$; b) $-1/4$; c) $\pm\infty$; d) ½ ; e) $e^{-3/7}$

ver los límites desarrollados a continuación:

1)a) $y = 2x+9$

x	-5	-4
y	-1	1

$y = \frac{-2}{x+3}$

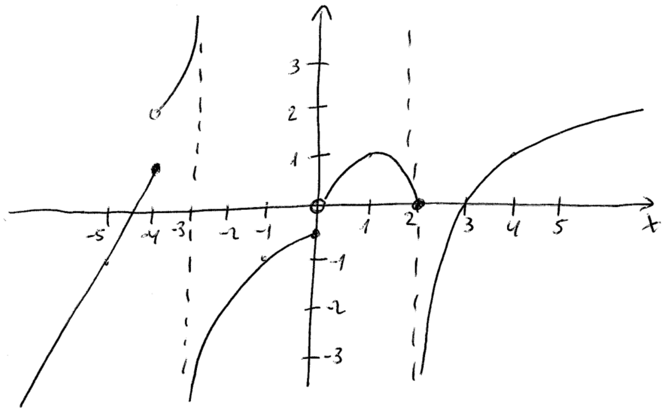
x	-4	-3	-1	0
y	2	∞	-1	$-\frac{2}{3}$

$y = -x^2+2x$

x	0	1	2
y	0	1	0

$y = \log_2 (x-2)$

x	2	3	4
y	$-\infty$	0	1



b) $\text{Dom} f(x) = \mathbb{R} - \{-3\}$

c) $\text{Im} f(x) = \mathbb{R}$

d) Crece $(-\infty,-4) \cup (-4,-3) \cup (-3,0) \cup (0,1) \cup (2,\infty)$

Decrece $(1,2)$

e) $f(x) > 0$ en $(-\frac{9}{2},-4) \cup (-4,-3) \cup (0,2) \cup (3,\infty)$

f) $f(-4) = 1$ g) $\lim\limits_{x \to -4^-} f = 1$ h) $\lim\limits_{x \to -4^+} f = 2$

i) $\lim\limits_{x \to -4} f = \nexists$ j) $f(-3) = \nexists$ k) $\lim\limits_{x \to -3} f = \pm\infty$

2)

a) Polinómica, $\text{Dom} f = \mathbb{R}$

b) Racional, de proporcionalidad inversa.

$\text{Dom} f = \mathbb{R} - \{3\}$

c) Racional polinómica, $\text{Dom} f = \mathbb{R} - \{2, -\frac{3}{2}\}$

$2x^2 - x - 6 = 0 \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{4} = \frac{1 \pm 7}{4} < \begin{matrix} 2 \\ -\frac{3}{2} \end{matrix}$

d) Exponencial, $\text{Dom} f = \mathbb{R}$

e) Logarítmica, $\text{Dom} f = \{x \in \mathbb{R} / x > -4\}$

$x+4 > 0 \to x > -4$

f) Radical, $\text{Dom} f = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 3\}$

$x - 3 \geq 0 \quad x \geq 3$

3) a) $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{5x^2+1}{x}+\frac{3-x^2}{x+2}\right)=(\infty-\infty)=$

$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{5x^3+10x^2+x+2+3x-x^3}{x^2+2x}\right)=$

$\lim_{x\to-\infty}\frac{4x^3+10x^2+4x+2}{x^2+2x}=-\infty$

b) $\lim_{x\to0}\frac{2-\sqrt{x+4}}{x}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to0}\frac{(2-\sqrt{x+4})(2+\sqrt{x+4})}{x(2+\sqrt{x+4})}=$

$=\lim_{x\to0}\frac{4-(x+4)}{x(2+\sqrt{x+4})}=\lim_{x\to0}\frac{-x}{x(2+\sqrt{x+4})}=$

$=\lim_{x\to0}\frac{-1}{2+\sqrt{x+4}}=\frac{-1}{4}$

c) $\lim_{x\to2}\frac{2x^2-11x+14}{4x^2-16x+16}=\left(\frac{0}{0}\right)=$

$\lim_{x\to2}\frac{2(x-7/2)\cancel{(x-2)}}{4(x-2)^{\cancel{2}}}=\lim_{x\to2}\frac{2(x-7/2)}{4(x-2)}=$

$=\frac{-3}{0}=\pm\infty$

$\lim_{x\to2^-}\frac{(2x-7)}{4(x-2)}=+\infty$

$\lim_{x\to2^+}\frac{(2x-7)}{4(x-2)}=-\infty$

3) d) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{4x^2+2x}-\sqrt{4x^2-3}\right)=(\infty-\infty)=$

$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{4x^2+2x}-\sqrt{4x^2-3}\right)\frac{(\sqrt{4x^2+2x}+\sqrt{4x^2-3})}{(\sqrt{4x^2+2x}+\sqrt{4x^2-3})}=$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{(4x^2+2x)-(4x^2-3)}{\sqrt{4x^2+2x}+\sqrt{4x^2-3}}=$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{2x+3}{\sqrt{4x^2+2x}+\sqrt{4x^2-3}}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{2+3/x}{\sqrt{\frac{4x^2+2x}{x^2}}+\sqrt{\frac{4x^2-3}{x^2}}}=\frac{2+0}{\sqrt4+\sqrt4}=\frac{2}{2+2}=\frac{1}{2}$

e) $\lim_{x\to2}\left(\frac{x+3}{2x+1}\right)^{\frac{3}{x-2}}=[1^\infty]=$

$\lim_{x\to2}\left(1+\frac{x+3}{2x+1}-1\right)^{\frac{3}{x-2}}=\lim_{x\to2}\left(1+\frac{-x+2}{2x+1}\right)^{\frac{3}{x-2}}=$

$=\lim_{x\to2}\left(1+\frac{1}{\frac{2x+1}{-x+2}}\right)^{\frac{3}{x-2}}=\lim_{x\to2}\left[\left(1+\frac{1}{\frac{2x+1}{-x+2}}\right)^{\frac{2x+1}{-x+2}}\right]^{\frac{-x+2}{2x+1}\cdot\frac{3}{x-2}}$

$=e^{\lim_{x\to2}\frac{(-x+2)\,3}{(2x+1)(x-2)}}=e^{\lim_{x\to2}\frac{-3\cancel{(x-2)}}{(2x+1)\cancel{(x-2)}}}=$

$=e^{\lim_{x\to2}\frac{-3}{2x+1}}=e^{\frac{-3}{7}}$