**1.** Dados $\vec{u} = (2,1)$ y $\vec{v} = (a,-3)$ , se pide:

**a)** Hallar **a** para que sean //. Justificar gráficamente la solución obtenida.

**b)** Hallar **a** para que sean $\perp$. Justificar gráficamente la solución obtenida.

**c)** Hallar **a** para que formen 45º. Justificar gráficamente la solución obtenida.

**d)** Hallar un vector $\perp$ a $\vec{u}$ de módulo 5 *(2 puntos)*

**2.** Dada la recta 3x-4y+19=0 , se pide:

**a)** Hallar la ecuación de la recta paralela a la anterior que pasa por P(5,6), en todas las formas conocidas.

**b)** Hallar la distancia entre las dos rectas anteriores.

**c)** Hallar el ángulo que dichas rectas forman con la recta 7x-y+3=0

**d)** Representar gráficamente en unos ejes cartesianos las situaciones anteriores. *(2 puntos)*

**3.** Dibujar en unos ejes cartesianos el triángulo de vértices A(2,0), B(0,1) y C(-3,-2), y hallar:

**a)** La ecuación general de la mediana correspondiente al lado AC. Dibujarla.

**b)** La ecuación general de la altura correspondiente al lado AC. Dibujarla.

**c)** La ecuación general de las mediatrices correspondientes a AB y AC. Dibujarlas.

**d)** ¿Cómo se llama el punto donde se cortan las anteriores? Obtenerlo. *(1,75 puntos)*

**4.** **a)** Operar $\dfrac{(2+3i)(1-i)-(3+4i)^2}{2i^{14}-i^{-7}}$ en forma binómica.

**b)** Calcular $\dfrac{(\sqrt{2}-\sqrt{2}\,i)^2\ (-1-i)^4}{(-1+i)^3\ i^7}$ en forma polar, y pasar el resultado a binómica. *(2 puntos)*

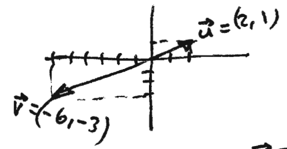
**5.** **a)** Calcular $\sqrt[4]{\dfrac{-16i}{-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}}}$, dando el resultado en binómica.

**b)** Comprobar la raíz correspondiente al 4º cuadrante.

**c)** Dibujar los afijos de las raíces. ¿Qué figura forman? *(2 puntos)*

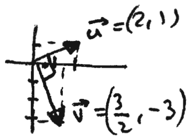
① $\vec{u}=(2,1)$ $\quad \vec{v}=(a,-3)$

a) $\vec{u} \parallel \vec{v} \Rightarrow \frac{2}{a}=\frac{1}{-3}$ ; $\boxed{-6=a}$




0.25

b) $\vec{u}\perp\vec{v} \Rightarrow \vec{u}\cdot\vec{v}=0 \Rightarrow 2a-3=0$; $\boxed{a=3/2}$




0.25

TOTAL: 2

c) $\cos 45^\circ=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}\|} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2a-3}{\sqrt{5}\sqrt{a^2+9}}$ ; $\sqrt{10}\cdot\sqrt{a^2+9}=2(2a-3)$ ; $10(a^2+9)=4(4a^2-12a+9)$

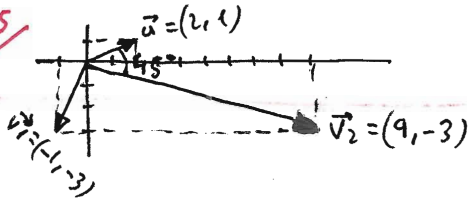
$5(a^2+9)=2(4a^2-12a+9)$

$5a^2+45=8a^2-24a+18$ 0.75

$0=3a^2-24a-27$

$a^2-8a-9=0$ → $a_1=-1$ descartado debido al dibujo: 0.5

→ $\boxed{a_2=9}$




d) $\vec{u}=(2,1)\longrightarrow\vec{n}=(-1,2)$ 0.25

$|\vec{n}|=\sqrt{5} \Rightarrow \frac{\vec{n}}{\|\vec{n}\|}=\left(-\frac{1}{\sqrt5},\frac{2}{\sqrt5}\right)$ es unitario $\Rightarrow 5\left(\frac{-1}{\sqrt5},\frac{2}{\sqrt5}\right)=\left(\frac{-5}{\sqrt5},\frac{10}{\sqrt5}\right)=\left(-\frac{5\sqrt5}{5},\frac{10\sqrt5}{5}\right)=\boxed{(-\sqrt5,2\sqrt5)}$

---

② $3x-4y+19=0 \rightarrow \vec{u_r}=(4,3) \Rightarrow m=\frac{3}{4}$

a) $\boxed{\begin{cases}x=5+4\lambda\\ y=6+3\lambda\end{cases}}$ PARAMÉTRICAS $\Rightarrow \boxed{\frac{x-5}{4}=\frac{y-6}{3}}$ CONTINUA $\Rightarrow 3x-15=4y-24 \Rightarrow \boxed{3x-4y+9=0}$ GRAL. O IMPLÍCITA ; $y-6=\frac{3}{4}(x-5)$

$\Downarrow$

$\boxed{y-6=\frac{3}{4}(x-5)}$ PTO-PDTE. $\Rightarrow \boxed{y=\frac{3}{4}x-\frac{15}{4}+6=\frac{3}{4}x+\frac{9}{4}}$ EXPLÍCITA 0,1 cada una

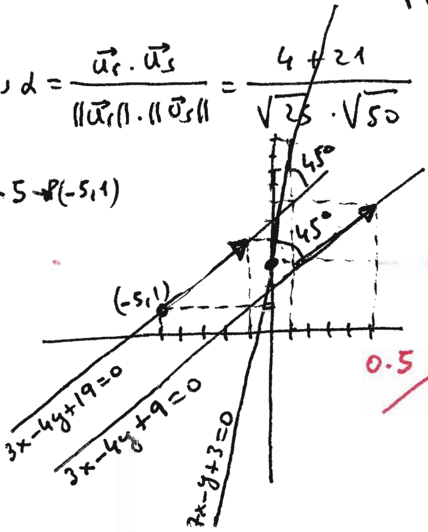
b) $r: 3x-4y+19=0$
$r': 3x-4y+9=0$
$P(5,6)\in r'$
} al ser paralelas $\Rightarrow \boxed{d(r,r')}=d(P,r)=\frac{|3\cdot5-4\cdot6+19|}{\sqrt{9+16}}=\frac{10}{5}=\boxed{2\text{ u}}$ 0.5

c) $r$ y $r'$ tienen el vector director $(4,3)$
$s: 7x-y+3=0 \rightarrow \vec{u_s}=(1,7)$
} $\cos\alpha=\frac{\vec{u_r}\cdot\vec{u_s}}{\|\vec{u_r}\|\cdot\|\vec{u_s}\|}=\frac{4+21}{\sqrt{25}\cdot\sqrt{50}}=\frac{25}{5\cdot5\sqrt2}=\frac{1}{\sqrt2}=\frac{\sqrt2}{2}\Rightarrow\boxed{\alpha=45^\circ}$ 0.5

d) ¿$3x-4y+19=0$? $y=1 \rightarrow 3x-15=0$; $x=-5 \rightarrow P(-5,1)$
$\vec{u_r}=(4,3)$

¿$3x-4y+9=0$? $P(5,6)$ ; $\vec{u_{r'}}=(4,3)$

¿$7x-y+3=0$? $x=0 \rightarrow y=3$
$x=1 \rightarrow y=10$

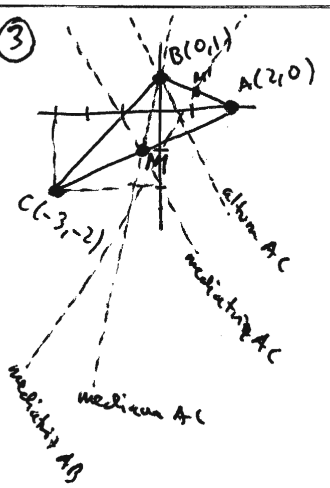



0.5

TOTAL: 2

---

③




a) $M=\frac{A+C}{2}=\frac{(2,0)+(-3,-2)}{2}=\frac{(-1,-2)}{2}=\left(-\frac{1}{2},-1\right)$
$\vec{u_r}=\vec{MB}=B-M=(0,1)-\left(-\frac{1}{2},-1\right)=\left(\frac{1}{2},2\right)\rightarrow(1,4)$
$B(0,1)$
} $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{4}\Rightarrow 4x=y-1$ ; $\boxed{4x-y+1=0}$ 0.35

b) $\vec{CA}=(5,2)\Rightarrow\vec{n}=(-2,5)$
$B(0,1)$
} $\frac{x}{-2}=\frac{y-1}{5}\Rightarrow 5x=-2y+2$ ; $\boxed{5x+2y-2=0}$ 0.35

c) mediatriz AB: $M'=\frac{A+B}{2}=\frac{(2,0)+(0,1)}{2}=\frac{(2,1)}{2}=\left(1,\frac{1}{2}\right)$
$\vec{AB}=B-A=(0,1)-(2,0)=(-2,1)\Rightarrow\vec{n}=(1,2)$
} $\frac{x-1}{1}=\frac{y-\frac{1}{2}}{2}\Rightarrow 2x-2=y-\frac{1}{2}$

$4x-4=2y-1$

$\boxed{4x-2y-3=0}$

mediatriz AC: $\left.\begin{array}{l} M\left(-\frac{1}{2},-1\right) \\ \vec{n}=(-2,5) \end{array}\right\}$ $\dfrac{x+\frac{1}{2}}{-2}=\dfrac{y+1}{5} \Rightarrow 5x+\frac{5}{2}=-2y-2;\ 10x+5=-4y-4$ $\boxed{10x+4y+9=0}$ 0.70

d) CIRCUNCENTRO: $\left.\begin{array}{l} (*)\ 4x-2y-3=0 \\ 10x+4y+9=0 \end{array}\right\} \xrightarrow{\otimes 2} \left.\begin{array}{l} 8x-4y-6=0 \\ 10x+4y+9=0 \end{array}\right\}$

TOTAL: 1,75

$18x \quad +3=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{6} \xrightarrow{(*)} -\frac{4}{6}-2y-3=0;\ -\frac{2}{3}-3=2y$ 0.35

$-\frac{11}{3}=2y;\ y=-\frac{11}{6} \Rightarrow \boxed{Q\left(-\frac{1}{6},-\frac{11}{6}\right)}$

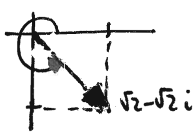
---

4 a) $14 \underline{|4}$, $-12$, $2$, $3$ $\Rightarrow i^{14}=i^{2}=-1$ ; $i^{-7}=\dfrac{1}{i^{7}}=\dfrac{1}{i^{3}}=\dfrac{1}{-i}=\dfrac{i}{-i^{2}}=i$

$$\frac{(2+3i)(1-i)-(3+4i)^{2}}{2i^{14}-i^{-7}}=\frac{2-2i+3i-3i^{2}-(9+24i+16i^{2})}{-2-i}=\frac{5+i-(-7+24i)}{-2-i}=\frac{12-23i}{-2-i}=$$

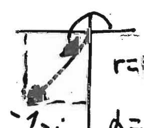
$$=\frac{(12-23i)(-2+i)}{(-2-i)(-2+i)}=\frac{-24+12i+46i-23i^{2}}{4-i^{2}}=\frac{-1+58i}{5}=\boxed{-\frac{1}{5}+\frac{58}{5}i}$$ 1

b.




$r=\sqrt{(\sqrt{2})^{2}+(-\sqrt{2})^{2}}=\sqrt{4}=2$

$\alpha=\operatorname{arctg}\dfrac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\operatorname{arctg}(-1)=315°$




$r=\sqrt{2}$

$\alpha=225°$


$r=\sqrt{2}$

$\alpha=135°$

$i^{7}=i^{3}=-i=1_{270°}$

$$\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{2}i)^{2}(-1-i)^{4}}{(-1+i)^{3}\cdot i^{7}}=\frac{(2_{315°})^{2}\cdot(\sqrt{2}_{225°})^{4}}{(\sqrt{2}_{135°})^{3}\cdot 1_{270°}}=\frac{4_{630°}\cdot 4_{900°}}{2\sqrt{2}_{405°}\cdot 1_{270°}}=\frac{16_{1530°}}{2\sqrt{2}_{675°}}=\left(\frac{8}{\sqrt{2}}\right)_{855°}=\left(\frac{8\sqrt{2}}{2}\right)_{135°}=4\sqrt{2}_{135°}$$ 0.75

$$=4\sqrt{2}\,(\cos 135°+i\,\mathrm{sen}\,135°)=4\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)=\boxed{-4+4i}$$ 0.25

$\cos(180-45)=-\cos 45°$ $\quad$ $\mathrm{sen}(180-45)=\mathrm{sen}\,45$

TOTAL: 2