

1. Dado el triángulo de vértices  $A(-2,2)$ ,  $B(5,3)$  y  $C(2,15)$ , se pide: **a)** Dibujarlo **b)** Hallar, mediante vectores, el ángulo  $\hat{A}$  **c)** Hallar, mediante vectores, las longitudes de los lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{AC}$  **d)** Con los datos anteriores, hallar su área. (1,75 puntos)
2. Dados  $\vec{u} = (2,1)$  y  $\vec{v} = (a,-3)$ , se pide:  
**a)** Hallar  $a$  para que sean  $\parallel$ . Explicar gráficamente la solución obtenida.  
**b)** Hallar  $a$  para que sean  $\perp$ . Explicar gráficamente la solución obtenida.  
**c)** Hallar  $a$  para que formen  $45^\circ$ . Justificar gráficamente la solución obtenida. (2 puntos)
3. **a)** Hallar, en forma paramétrica, continua, general o implícita, punto-pendiente y explícita, la ecuación de la recta que tiene la misma dirección que la recta  $2x+4y-5=0$  y pasa por el punto  $(1,-3)$ .  
**b)** Dibujar la recta obtenida.  
**c)** ¿Qué ángulo forman ambas rectas con  $Ox^+$ ? (2 puntos)
4. Dada  $r: 2x+4y-5=0$  y  $P(1,-3)$  **a)** Razonar que  $P \notin r$   
**b)** Hallar la ecuación general o implícita de la recta  $\perp$  a  $r$  que pasa por  $P$   
**c)** Hallar el pie de la perpendicular trazada de  $P$  a  $r$  (2 puntos)

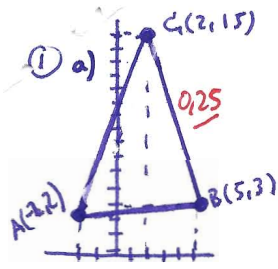
5. **TEORÍA:**

- a)** Dado el vector  $\vec{u} = (3,-4)$ , hallar dos vectores  $\perp$  a él y unitarios.  
**b)** Dado el vector anterior, hallar un vector  $\parallel$  de módulo 7  
**c)** Dados  $\vec{a} = (-1,2)$ ,  $\vec{b} = (2,-3)$  y  $\vec{c} = \left(\frac{1}{2}, 4\right)$ , hallar  $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$  y  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$   
**d)** ¿Son ortonormales los vectores  $\vec{a} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  y  $\vec{b} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ ? ¿Y ortogonales?  
**e)** A simple vista, **sin necesidad de transformarlas**, ¿podemos concluir que

$$r: \left. \begin{array}{l} x = 2 + \lambda \\ y = 1 + 2\lambda \end{array} \right\} \text{ y } s: y - 1 = 2(x - 2)$$

son la misma recta? Razonar la respuesta.

(2 puntos)



b)  $\vec{AB} = B - A = (7, 1)$   
 $\vec{AC} = C - A = (4, 13)$  }  $\cos \hat{A} = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{28 + 13}{\sqrt{50} \cdot \sqrt{185}} = \frac{41}{\sqrt{9250}} \approx 0.4263 \Rightarrow \hat{A} = \arccos 0.4263 \approx 64^\circ 46' 2''$  0.75/

c)  $|\vec{AB}| = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} \text{ u}$  0.25/  
 $|\vec{AC}| = \sqrt{16+169} = \sqrt{185} \text{ u}$

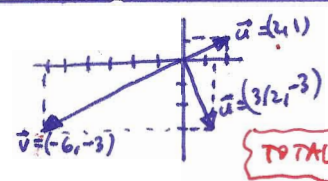
d)  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cdot \sin \hat{A} = 43.5 \text{ u}^2$  0.5

**TOTAL: 1.75**

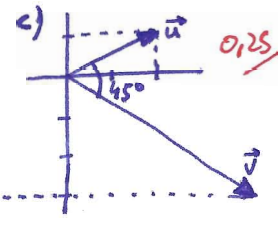
②  $\vec{u} = (2, 1)$   
 $\vec{v} = (a, -3)$

a)  $\vec{u} \parallel \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \propto \vec{v} \Rightarrow \frac{2}{a} = \frac{1}{-3} ; |-6 = a|$  0.375/

b)  $\vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow 2a - 3 = 0 ; a = 3/2$  0.375/



**TOTAL: 2**



c)  $\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{2a-3}{\sqrt{5} \sqrt{a^2+9}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 2(2a-3) = \sqrt{10} \sqrt{a^2+9}$  0.25/

$4(2a-3)^2 = 10(a^2+9) ; 2(4a^2 - 12a + 9) = 5(a^2+9) ; 8a^2 - 24a + 18 = 5a^2 + 45$

$3a^2 - 24a - 27 = 0 ; a^2 - 8a - 9 = 0 \Rightarrow a_1 = 9$  0.75/

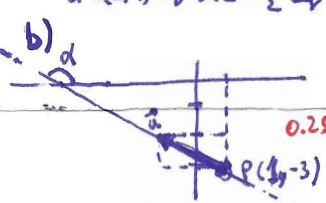
$a_2 = -1$  desechado, debido al dibujo

③ a) Al tener la recta pedida la misma direcci3n que la dada, compartir3n ambas el mismo vector director:

$2x + 4y - 5 = 0 \Rightarrow \vec{u} = (-4, 2) \rightarrow \vec{u} = (-2, 1)$   
 $P(1, -3)$  }  $\begin{cases} x = 1 - 2\lambda \\ y = -3 + \lambda \end{cases}$  param3tricas 0.2/

$\vec{u} = (-2, 1) \Rightarrow m = -\frac{1}{2} \Rightarrow y + 3 = -\frac{1}{2}(x - 1)$  0.2/

$2y = -x - 5 ; y = -\frac{x}{2} - \frac{5}{2}$  0.2/



c)  $m = \tan \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \arctan(-\frac{1}{2}) \approx 153^\circ 26' 6''$  0.75/

**TOTAL: 2**

④ a)  $r: 2x + 4y - 5 = 0$   
 $P(1, -3)$

$2 \cdot 1 - 12 - 5 \neq 0 \Rightarrow P \notin r$  0.25/

b)  $\vec{u}_r = (-4, 2) \rightarrow (-2, 1) \rightarrow \vec{u} = (4, 2)$   
 $P(1, -3)$  }  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} ; 2x-2 = y+3$   
 $2x - y - 5 = 0$  0.875/

**TOTAL: 2**

c) el pto. P' pedida ser3 la intersecci3n de ambas rectas:  
 $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 2x + 4y = 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{R2} - \text{R1}} \begin{cases} 2x - y = 5 \\ -2x + y = -5 \end{cases}$   
 $5y = 0 ; y = 0$   
 $2x = 5 ; x = 5/2$   
 Soluci3n:  $P(5/2, 0)$  0.875/

⑤ a)  $\vec{u} = (3, -4) \rightarrow \vec{u} = (4, 3) ; |\vec{u}| = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 \Rightarrow$  soluci3n:  $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$  y  $(-\frac{4}{5}, -\frac{3}{5})$  0.4/

b)  $\vec{u} = (3, -4) ; |\vec{u}| = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5 \Rightarrow \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} = (\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$  es unitario  $\Rightarrow$  el ~~3~~ x-tuplo de el tendr3 m3dulo 7  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  soluci3n:  $(\frac{21}{5}, -\frac{28}{5})$  0.4/

c)  $\vec{a} = (-4, 2)$   
 $\vec{b} = (2, -3)$   
 $\vec{c} = (4, 2, 4)$  }  $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c} = [(-10) \cdot (2, -3)] (4, 2, 4) = -8 \cdot (\frac{1}{2}, 1, 4) = (-4, -8, -32)$  0.2/

$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = (1, -1) \cdot (-3, 5) = -8$  0.2/

ORTOGONALIDAD Y SIGNOS ..... 0.05  
 ORDEN ..... 0.05  
 LIMPIEZA Y CALIGRAFIA ..... 0.10  
 CORRECCI3N LENGUAJE MATEM3TICO ..... 0.05

d) No son ortogonales p7.  $|\vec{b}| = \sqrt{\frac{3}{9} + \frac{3}{9}} \neq 1 ;$  son ortogonales i.e.  $\perp$  p7.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}) \cdot (-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}) = -\frac{\sqrt{6}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{6} = 0$  0.4/

e)  $r: \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 1 + 2\lambda \end{cases} \rightarrow \vec{u}_r = (4, 2) \rightarrow m_r = 2$   
 $P(2, 1)$

$s: y - 1 = 2(x - 2) \rightarrow m_s = 2$   
 $P(2, 1)$

ambas tienen la misma pendiente y pasan por un mismo punto  $\Rightarrow$  son la misma recta

**TOTAL: 2**

0.4/