ALUMNA/O:

1.- Simplifica: $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{50}-\sqrt{8}}$

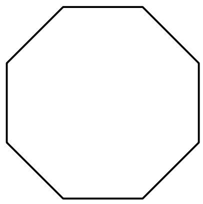
2.- Dada la sucesión $a_n = \dfrac{4n-3}{2n+1}$ calcula su límite y qué término vale $\dfrac{9}{5}$.

3.- Resuelve la ecuación $\log\sqrt{x+9} + \log\sqrt{x} = \log 6$

4.- Resuelve la inecuación $\dfrac{3x+4}{x} > 4$ expresando el conjunto de soluciones mediante intervalos.

5.- Resuelve la ecuación $5\cos x = 2\sec x - 9$

6.- Calcula el valor exacto y una aproximación hasta las centésimas de la longitud del radio de un octógono regular de lado 1u.



7.- Determina a y b sabiendo que la recta $2x + ay = 0$ pasa por el punto $(1,2)$ y es paralela a la recta $bx - 2y + 3 = 0$.

8.- Halla la ecuación de la mediatriz del segmento que determina la recta $y = -2x + 4$ al cortar a los ejes de coordenadas.

9.- Calcula el valor de a para que la función $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & si \quad x \le 1 \\ \dfrac{ax+1}{x} & si \quad x > 1 \end{cases}$ sea continua en todo R y represéntala.

10.- Calcula la derivada de la función $f(x) = \ln(x^2 - 6x + 9)$ y encuentra en qué punto crece $f(x)$ como una recta de pendiente 2.

SOLUCIONES

1.- Simplifica: $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{50}-\sqrt{8}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{2}-2\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}=1$

2.- Dada la sucesión $a_n=\dfrac{4n-3}{2n+1}$ calcula su límite y qué término vale $\dfrac{9}{5}$.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{4n-3}{2n+1}=2$$

$$\frac{4n-3}{2n+1}=\frac{9}{5}\Rightarrow 5(4n-3)=9(2n+1)\Rightarrow 20n-15=18n+9\Rightarrow 2n=24\Rightarrow n=12$$

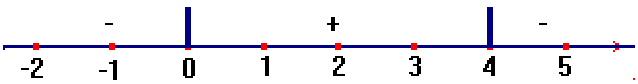
3.- Resuelve la ecuación $\log\sqrt{x+9}+\log\sqrt{x}=\log 6$

$$\log\left(\sqrt{x+9}\sqrt{x}\right)=\log 6\Rightarrow\sqrt{x^2+9x}=6\Rightarrow x^2+9x=36\Rightarrow x^2+9x-36=0$$

$$x=\frac{-9\pm\sqrt{81+144}}{2}=\begin{cases}3\\-12\end{cases}$$ $\rightarrow$ Solución x = 3 (la negativa no es posible)

4.- Resuelve la inecuación $\dfrac{3x+4}{x}>4$ expresando el conjunto de soluciones mediante intervalos.

$$\frac{3x+4}{x}-4>0\Rightarrow\frac{3x+4-4x}{x}>0\Rightarrow\frac{4-x}{x}>0$$



Solución: $(0,4)$

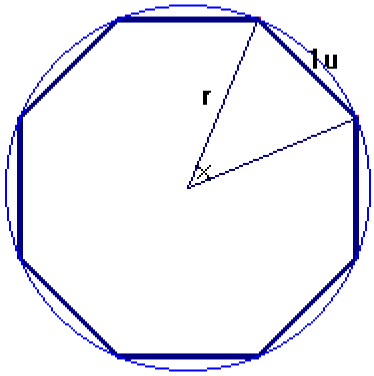
5.- Resuelve la ecuación $5\cos x=2\sec x-9$

$$5\cos x=\frac{2}{\cos x}-9\Rightarrow 5\cos^2 x=2-9\cos x\Rightarrow 5\cos^2 x+9\cos x-2=0$$

$$\cos x=\frac{-9\pm\sqrt{81+40}}{10}=\frac{-9\pm 11}{10}=\begin{cases}\frac{1}{5}\\-2\end{cases}$$ **-2 no es una solución válida**

$$x=\arccos\frac{1}{5}=\begin{cases}78^\circ 28'+360k\\281^\circ 31'+360k\end{cases}$$

6.- Calcula el valor exacto y una aproximación hasta las centésimas de la longitud del radio de un octógono regular de lado 1u.



Ángulo central: 360:8=45º

En el triángulo, aplicamos el teorema del coseno:

$$1^2=r^2+r^2-2rr\cos 45^\circ$$

$$1=2r^2-2r^2\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow 1=2r^2-r^2\sqrt{2}$$

$$r^2\left(2-\sqrt{2}\right)=1\Rightarrow r^2=\frac{1}{2-\sqrt{2}}=\frac{2+\sqrt{2}}{2}$$

$r=+\sqrt{\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}}$ valor exacto, aproximación: $1{,}31$ u

7.- Determina a y b sabiendo que la recta $2x+ay=0$ pasa por el punto $(1,2)$ y es paralela a la recta $bx-2y+3=0$.

$2x+ay=0$ pasa por $(1,2) \Rightarrow 2\cdot 1+a\cdot 2=0 \Rightarrow 2=-2a \Rightarrow a=-1$

$2x-y=0$ es paralela a $bx-2y+3=0 \Rightarrow \frac{b}{2}=\frac{-2}{-1}=2 \Rightarrow b=4$

8.- Halla la ecuación de la mediatriz del segmento que determina la recta $y=-2x+4$ al cortar a los ejes de coordenadas.

Hallamos primero los puntos de corte:

Eje OX: $-2x+4=0 \Rightarrow x=2 \rightarrow (2,0)$

Eje OY: $y=-2\cdot 0+4 \Rightarrow y=4 \rightarrow (0,4)$

La recta dada tiene pendiente $m=-2 \Rightarrow$ la mediatriz (al ser perpendicular a ésta) tiene pendiente $m'=\frac{1}{2}$ y pasa por el punto medio del segmento determinado por $(2,0)$ y $(0,4)$, que es el punto $M\left(\frac{2+0}{2},\frac{0+4}{2}\right)=(1,2)$

Ecuación punto-pendiente: $y=\frac{1}{2}(x-1)+2 \Rightarrow y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

9.- Calcula el valor de a para que la función $f(x)=\begin{cases} 1-x^2 & si \quad x\le 1 \\ \frac{ax+1}{x} & si \quad x>1 \end{cases}$ sea continua en todo R y represéntala.

El primer trozo es un trozo de parábola, continua en $(-\infty,1)$. El segundo es una función racional no continua en 0, pero ese trozo sólo está definido en $(1,+\infty)$, luego sólo habrá que "obligar" a que sea continua en x = 1

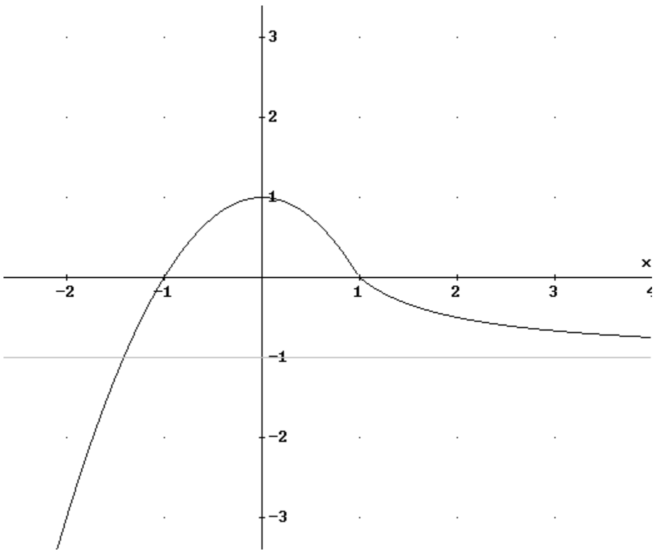
$f(1)=1-1^2=0$

$\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1}(1-x^2)=0$

$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1}\left(\frac{ax+1}{x}\right)=a+1$

$\Rightarrow a+1=0 \Rightarrow a=-1$

$f(x)=\begin{cases} 1-x^2 & si \quad x\le 1 \\ \frac{-x+1}{x} & si \quad x>1 \end{cases}$ gráficamente son un trozo de una parábola con vértice en (0,1) y un trozo de la función $\frac{-x+1}{x}$, cuyas asíntotas son el eje OY (vertical) y la recta $y=-1$ (horizontal)



10.- Calcula la derivada de la función $f(x) = \ln(x^2 - 6x + 9)$ y encuentra en qué punto crece $f(x)$ como una recta de pendiente 2.

$f(x) = \ln(x^2 - 6x + 9) \rightarrow f'(x) = \dfrac{2x - 6}{x^2 - 6x + 9} =$ pendiente de la recta tangente

$$\frac{2x-6}{x^2-6x+9} = 2 \Rightarrow 2x - 6 = 2\left(x^2 - 6x + 9\right) \Rightarrow x - 3 = x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2} = \left\langle \begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix} \right.$$

En los puntos x =4 y x =3 crece como una recta de pendiente 2