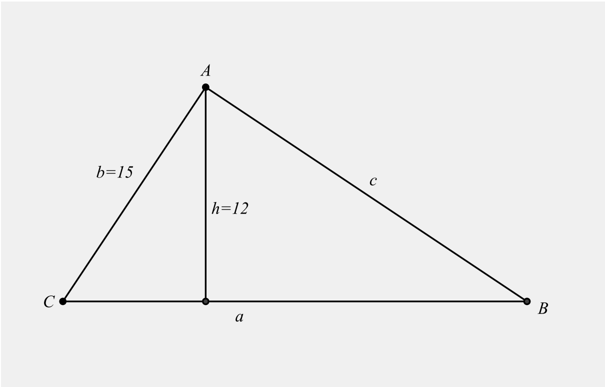
Ejercicio 1. *Calcula los lados y los ángulos del triángulo ABC rectángulo en A del que conocemos el cateto $b = 15$ cm y la altura relativa a la hipotenusa $h = 12$ cm.*

Solución:



De la figura se deduce:

$$\operatorname{sen} C = \frac{12}{15} \quad \Longrightarrow \quad C = 53^{\text{o}}7'48'' \qquad \text{y} \qquad B = 90^{\text{o}} - C = 36^{\text{o}}52'12''$$

Conocidos los ángulos calculamos los lados:

$$c = b \operatorname{tg} C = 15 \operatorname{tg} 53^{\text{o}}7'48'' = 20{,}00 \text{ cm}$$

$$a = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{15}{\operatorname{sen} 36^{\text{o}}52'12''} = 25{,}00 \text{ cm}$$

Ejercicio 2. *Una antena de radio está sujeta al suelo con dos cables que forman con la antena ángulos de 36^o y 48^o. Los puntos de sujección de los cables están alineados con el pie de la antena y distan entre sí 98 m. Calcula la altura de la antena.*

Solución:

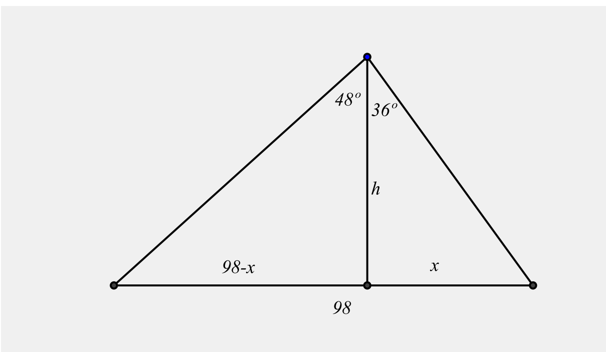
En los triángulos rectángulos de la figura se cumple que:

$$\begin{aligned} x &= h \operatorname{tg} 36^{\text{o}} \\ 98 - x &= h \operatorname{tg} 48^{\text{o}} \end{aligned}$$

y de aquí:

$$98 - h \operatorname{tg} 36^{\text{o}} = h \operatorname{tg} 48^{\text{o}} \quad \Longrightarrow \quad 98 = h \operatorname{tg} 48 + h \operatorname{tg} 36^{\text{o}} = h(\operatorname{tg} 48^{\text{o}} + \operatorname{tg} 36^{\text{o}})$$

$$h = \frac{98}{\operatorname{tg} 48^{\text{o}} + \operatorname{tg} 36^{\text{o}}} = 53{,}34 \text{ m}$$



Ejercicio 3. *Halla el seno y la tangente de α sabiendo que $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ y α es un ángulo del cuarto cuadrante.*

Solución:

Por estar el ángulo en el cuarto cuadrante su seno es negativo de forma que:

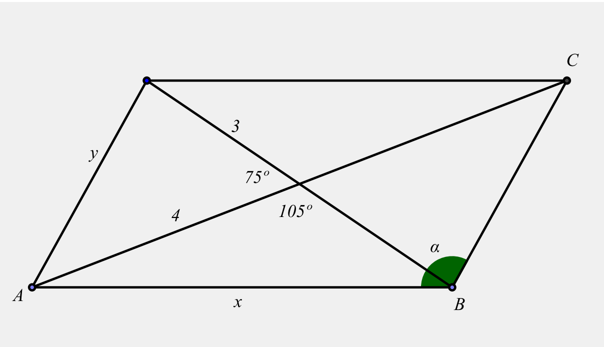
$$\operatorname{sen}\alpha = -\sqrt{1-\cos^2\alpha} = -\sqrt{1-\frac{5}{9}} = -\sqrt{\frac{4}{9}} = -\frac{2}{3}$$

y la tangente:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

Ejercicio 4. *Las diagonales de un paralelogramo miden 6 cm y 8 cm y forman un ángulo de 75^o. Hallar los lados y los ángulos del paralelogramo.*

Solución:



Los lados se pueden calcular por el teorema del coseno:

$$\begin{aligned} x^2 &= 3^2+4^2-2\cdot 3\cdot 4\cos 105^\text{o} & \Longrightarrow \quad x &= 5{,}59 \text{ cm} \\ y^2 &= 3^2+4^2-2\cdot 3\cdot 4\cos 75^\text{o} & \Longrightarrow \quad y &= 4{,}33 \text{ cm} \end{aligned}$$

Los ángulos pueden calcularse también por el teorema del coseno. En el triángulo ABC:

$$\cos\alpha = \frac{5{,}59^2+4{,}33^2-8^2}{2\cdot 5{,}59\cdot 4{,}33} \quad \Longrightarrow \quad \alpha = 106^\text{o}45'54''$$

El otro ángulo del paralelogramo es suplementario del anterior:

$$180^\text{o} - \alpha = 180^\text{o} - 106^\text{o}45'54'' = 73^\text{o}14'6''$$

Ejercicio 5. *Resuelve un triángulo del que se conocen sus lados $a = 57$ cm, $b = 42$ cm y $c = 68$ cm.*

Solución:

Los ángulos se obtienen por el teorema del coseno:

$$\begin{aligned} \cos A &= \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{42^2+68^2-57^2}{2\cdot 42\cdot 68} & \Longrightarrow \quad A &= 56^\text{o}39'51'' \\ \cos B &= \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac} = \frac{57^2+68^2-42^2}{2\cdot 57\cdot 68} & \Longrightarrow \quad B &= 37^\text{o}59'45'' \\ \cos C &= \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{57^2+42^2-68^2}{2\cdot 57\cdot 42} & \Longrightarrow \quad C &= 85^\text{o}20'24'' \end{aligned}$$

Ejercicio 6. *Obtén con la calculadora:*

1. *Un ángulo del tercer cuadrante cuya tangente vale* 2.
2. *Un ángulo del tercer cuadrante cuyo seno vale* $-0{,}32$.

Solución:

Buscamos con la calculadora:

$$\operatorname{artg} 2 = 63^{\circ}26'6''$$

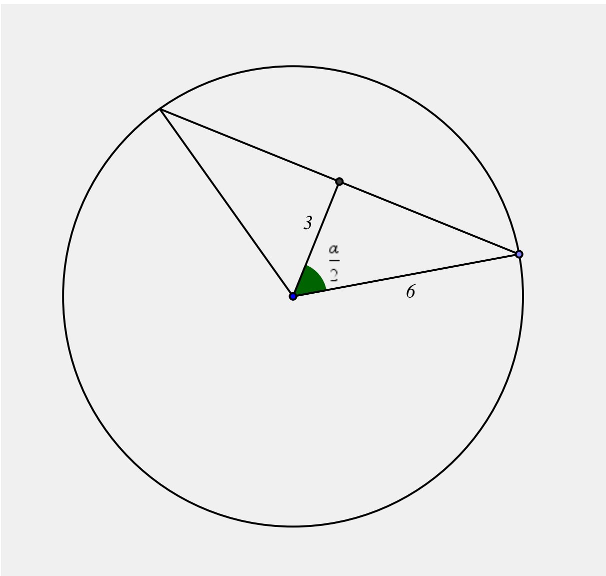
El ángulo del tercer cuadrante que tiene este valor de la tangente es $180^{\circ} + 63^{\circ}26'6'' = 243^{\circ}26'6''$.

Para calcular un ángulo del tercer cuadrante cuyo seno valga $-0{,}32$ procedemos de modo similar. Calculamos

$$\operatorname{arsen} 0{,}32 = 18^{\circ}39'47''$$

El ángulo buscado es el del tercer cuadrante que tiene el mismo seno que este salvo el signo, es decir $180^{\circ} + 18^{\circ}39'47'' = 198^{\circ}39'47''$.

Ejercicio 7. *En una circunferencia de radio* 6 *cm se traza una cuerda* AB *a* 3 *cm del centro. Calcular el ángulo que forman los radios trazados por* A *y* B.



Solución:

De la figura se deduce:

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{3}{6} \quad\Longrightarrow\quad \frac{\alpha}{2} = 60^{\circ} \quad\Longrightarrow\quad \alpha = 120^{\circ}$$

Ejercicio 8. *Demuestra el teorema del coseno.*
