1.- Halla, sin hacer uso de la calculadora, el valor de los siguientes logaritmos, sabiendo que $\ln k = 0,45$:

- $\ln\left(\sqrt[3]{k}\right)$
- $\ln\left(\dfrac{e^2}{k}\right)$ (1 punto)

2.- Racionaliza y opera:

$$\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-3}$$ (1 punto)

3.- En una progresión geométrica a_n sabemos que su primer término tiene como valor $\dfrac{5}{8}$ y que la suma de sus infinitos términos vale $\dfrac{5}{3}$.

a) Halla el término general de la sucesión.
b) Calcula la suma de los doce primeros términos.
c) Calcula la suma de los términos 13 en adelante. (1,5 puntos)

4.- Resuelve las ecuaciones: (4 puntos)

a) $\sqrt{x+5} - \sqrt{x} = 1$
b) $7^{1+2x} - 50 \cdot 7^x + 7 = 0$
c) $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = 0$
d) $\log(x-3) + \log(x+1) = \log 3 + \log(x-1)$

5.- Clasifica y resuelve, si es posible, el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} 2x - y - z = 2 \\ 3x - 2y - 2z = 2 \\ -5x + 3y + 3z = -4 \end{array}\right\}$$ (1 punto)

6.- Halla la solución, si existe, del siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} x^2 - 2x - 15 \le 0 \\ 2(-x+10) \le -2 \end{array}\right\}$$ (1,5 puntos)

SOLUCIONES

1.- $\ln k = 0{,}45$:

- $\ln\left(\sqrt[3]{k}\right) = \ln k^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}\ln k = \frac{1}{3}\cdot 0{,}45 = 0{,}15$
- $\ln\left(\frac{e^2}{k}\right) = \ln e^2 - \ln k = 2\ln e - \ln k = 2 - 0{,}45 = 1{,}55$

2.- Racionaliza y opera:

$$\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-3} = \frac{3\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)} - \frac{2\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)} +$$

$$\frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+3\right)}{\left(\sqrt{2}-3\right)\left(\sqrt{2}+3\right)} = \frac{3\sqrt{3}+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{3-2} + \frac{2+3\sqrt{2}}{2-9} = \sqrt{3}+5\sqrt{2} - \frac{2+3\sqrt{2}}{7} =$$

$$= \frac{7\sqrt{3}+35\sqrt{2}-2-3\sqrt{2}}{7} = \frac{10\sqrt{3}+32\sqrt{2}-2}{7}$$

3.- $a_1 = \frac{5}{8}$ y S= $\frac{5}{3}$

a) Halla el término general de la sucesión: $S = \frac{a_1}{1-r} \to \frac{5}{3} = \frac{\frac{5}{8}}{1-r} \to \frac{5}{3}(1-r) = \frac{5}{8}$

$$1 - r = \frac{3}{8} \to r = \frac{5}{8} \Rightarrow a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = \frac{5}{8}\cdot\left(\frac{5}{8}\right)^{n-1} = \left(\frac{5}{8}\right)^n$$

b) Calcula la suma de los doce primeros términos: $S_{12} = \frac{a_{12}r - a_1}{r-1}$

$$S_{12} = \frac{\left(\frac{5}{8}\right)^{12}\cdot\frac{5}{8} - \frac{5}{8}}{\frac{5}{8}-1} = 1{,}6607$$

c) Calcula la suma de los términos 13 en adelante

$$S - S_{12} = \frac{5}{3} - 1{,}6607 = 0{,}0059\widehat{6}$$

4.- Resuelve las ecuaciones:

a) $\sqrt{x+5} - \sqrt{x} = 1 \to \sqrt{x+5} = 1 + \sqrt{x} \to \left(\sqrt{x+5}\right)^2 = \left(1+\sqrt{x}\right)^2$

$x + 5 = 1 + x + 2\sqrt{x} \to 4 = 2\sqrt{x} \to 16 = 4x \to x = 4$

Comprobación: $\sqrt{4+5} - \sqrt{4} = 1 \to 3 - 2 = 1$

b) $7^{1+2x} - 50\cdot 7^x + 7 = 0 \to 7\cdot 7^{2x} - 50\cdot 7^x + 7 = 0$

hacemos el cambio $z = 7^x \to 7z^2 - 50z + 7 = 0 \to z = \frac{50 \pm \sqrt{2304}}{14} = \left\langle \begin{array}{l} 7 \\ \frac{1}{7} \end{array} \right.$

$z = 7^x = 7 \rightarrow x = 1$

$z = 7^x = \dfrac{1}{7} \rightarrow x = -1$

c) $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = 0$

	1	-5	5	5	-6
1		1	-4	1	6
	1	-4	1	6	0
-1		-1	5	-6	
	1	-5	6	0	

$x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \dfrac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \left\langle \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \right.$

Soluciones: $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 2, x_4 = 3$

d) $\log(x-3) + \log(x+1) = \log 3 + \log(x-1) \rightarrow \log[(x-3)(x+1)] = \log(3x-3)$

$x^2 - 3x + x - 3 = 3x - 3 \rightarrow x^2 - 5x = 0 \rightarrow x(x-5) = 0 \rightarrow \left\langle \begin{matrix} x = 0 \\ x = 5 \end{matrix} \right.$

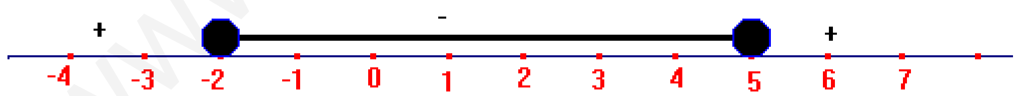
Solo es válida la solución $x = 5$ (para $x = 0$, salen $\log(-3)$ y $\log(-1)$, que no existen)

5.- $\left.\begin{matrix} 2x - y - z = 2 \\ 3x - 2y - 2z = 2 \\ -5x + 3y + 3z = -4 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{2E_2 - 3E_1} \left.\begin{matrix} 2x - y - z = 2 \\ 0x - y - z = -2 \\ -5x + 3y + 3z = -4 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{2E_3 + 5E_1} \left.\begin{matrix} 2x - y - z = 2 \\ 0x - y - z = -2 \\ 0x + y + z = 2 \end{matrix}\right\}$

$\xrightarrow{E_3 + E_2} \left.\begin{matrix} 2x - y - z = 2 \\ 0x - y - z = -2 \\ 0 = 0 \end{matrix}\right\}$ SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO

6.- Halla la solución, si existe, del siguiente sistema de inecuaciones:

$\left.\begin{matrix} x^2 - 2x - 15 \le 0 \\ 2(-x + 10) \le -2 \end{matrix}\right\}$ $\quad x^2 - 2x - 15 = 0 \rightarrow x = \dfrac{2 \pm \sqrt{64}}{2} = \left\langle \begin{matrix} 5 \\ -2 \end{matrix} \right.$



$-2x + 20 \le -2 \rightarrow -2x \le -22 \rightarrow x \ge 11$

$Sol: [-2,5] \cap [11, +\infty) = \phi$

Solución del sistema: ϕ ,no tiene, ya que no hay puntos comunes.