

## Límites de funciones

Calcular, si existen, los siguientes límites funcionales:

1.  $f(x) = \begin{cases} 3-x & x \geq 2 \\ 0 & x < 2 \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
2.  $f(x) = \begin{cases} x^2+2 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
3.  $f(x) = \begin{cases} -x & x \leq 0 \\ -3x & x > 0 \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
4.  $f(x) = \begin{cases} 2x & x < 2 \\ 2 & x = 2 \\ -\frac{1}{2} & x > 2 \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
5.  $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & x < -1 \\ 2x+3 & x > -1 \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$
6.  $\lim_{x \rightarrow 4} E(x)$  (parte entera de  $x$ )
7.  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 5x + 6)$
8.  $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{5}} (x^2 - 7x + 4)$
9.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-1)^2}{x+2}$
10.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{7x^2 + 6x^5}$
11.  $\lim_{x \rightarrow k} \frac{ax^2 + bx + c}{x - k + 1}$
12.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{kx}{x}$
13.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$
14.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$
15.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 1}$
16.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x^2 - 8x - 12}{x^2 + 2x}$
17.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 9x^2 + 12x - 4}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$
18.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^3 + 1}$
19.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^5 - 3}{x^2 + 7}$
20.  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{(x-7)^4(x^2+1)}{(x-7)^4(2x+3)}$
21.  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{(x-9)^3(x+2)}{(x-9)^2(x+3)}$
22.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 14x^2 + 12x}{x^3 - 10x^2 + 27x - 18}$
23.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2}{x - 2}$
24.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^2 + x - 2}$
25.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}{\sqrt{x^2 - 8x + 12}}$
26.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$
27.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x^2-2x}}$
28.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$
29.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}$
30.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{1-x}}{x}$
31.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1-\sqrt{1-x}}$
32.  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$
33.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1-\sqrt{x-2}}{x^2-9}$
34.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x}$
35.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{\sqrt{x}-\sqrt{5}}$
36.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6}-3}{x-3}$
37.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3}$
38.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{\frac{x}{3}}-1}{x-3}$
39.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6}-3}{\sqrt{\frac{x}{3}}-1}$
40.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2}$
41.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 7x + 810}{(x-1)^2}$
42.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-x}{x^2-1}$
43.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-1}{(x-3)^2}$
44.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{-x}{(x-4)^3}$
45.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x}{(x+3)^2}$
46.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^3}{(x+2)^5}$
47.  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} \right)$
48.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$
49.  $\lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{x+6}{x^2-16} - \frac{x+1}{x^2-4x} \right)$
50.  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{2-x} - \frac{3}{8-x^3} \right)$
51.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^4 - 1)$
52.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 + 2x - 3)$
53.  $\lim_{x \rightarrow \infty} [(x^2 + x - 1) - (x^2 + x - 3)]$

54.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 - 7x^2 + 8x)$

55.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^4 + 8x^2 + 3)$

56.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [(x^3 + 4x + 2) - (7 - 3x^2 + x^3)]$

57.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^5 + 4x}{3 + 4x^5 - 10x^2}$

58.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4}{6x^5 + 1}$

59.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^6 - 2}{6x^4 - 1}$

60.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^5 + 2x - 1}{x^2 + 4x - 3}$

61.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^2 + 1}{6x + 6}$

62.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^5 + 4x^2 - 6x + 1}{x^3 + 3x^2 - 6x}$

63.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 - 8x^2 + 6}{2x^4 - 3x^2 + 1}$

64.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 3}{3 - 2x^5}$

65.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x + 5)(5x + 2)}{-(x - 3)^2}$

66.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2x + 1}{8x^4 + x^2 - 2}$

67.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x^2 - 1)(3x^3 + x)}{(x - 1)^3(5x + 2)^2}$

68.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( x^2 - \frac{x^4 + 1}{2x^2 - 1} \right)$

69.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$

70.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$

71.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{(x+2)(x-3)} - x)$

72.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2})$

73.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$

74.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})$

75.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$

76.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^3 - x} - \sqrt{x^3 + 2x^2})$

77.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x-1} - x}{\sqrt{x+1} - \sqrt{4x+2}}$

78.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x-2} \sqrt{x^2 + 7}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{9x-2}}$

79.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x-2} + \sqrt{x-3}}$

80.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x-2} - \sqrt{x-3})}$

81.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x-2} - x}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}$

82.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x-2} - x}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1}}$

83.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2 + 8}}$

84.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}$

85.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x-1}}$

86.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 7x - 1}{3\sqrt{x^3} + 8x - 2}$

87.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+2} - \sqrt{x})$

88.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} + \sqrt{x})$

89.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{x + \sqrt[3]{x}}$

90.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 6} - \sqrt{x^2 + 2x - 6}}{x^2 - 4x + 3}$

91.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x - \sqrt{x}})$

92.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1} - 1}{\sqrt{x+2} - 2}$

93.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x)$

94.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 6} - x)$

95.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x}(\sqrt{x-1} - \sqrt{x+2})$

**Soluciones:** **1)** No existe  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 0 \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$ ; **2)** No existe  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2 \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$ , **3)** 0; **4)** No existe

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4 \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -1/2$ , **5)** 1, **6)** no existe  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 3 \neq \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 4$ , **7)** 8, **8)** 4/25, **9)** 1/2, **10)** 6/13, **11)**

$ak^2 + bk + c$ , **12)** k, **13)** -1/2, **14)** -1/2, **15)** 0, **16)** -2, **17)** 3/4, **18)** -4/3, **19)** -3/7, **20)** 50/17, **21)** 0, **22)** -1, **23)** 4, **24)** 0, **25)** 1/2, **26)** 0, **27)**  $\sqrt{2}/2$ , **28)** 1/2, **29)**  $12\sqrt{3}$ , **30)** 1/2, **31)** 2, **32)** -1/56, **33)** -1/12, **34)** 0, **35)**  $2\sqrt{5}$ , **36)** 1/6, **37)** No existe  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ , **38)** 1/6, **39)** 1, **40)** No existe  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ , **41)**  $+\infty$ , **42)**

No existe  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ , **43)**  $-\infty$ , **44)** No existe  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = +\infty \neq \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = -\infty$ , **45)**  $-\infty$ , **46)** No existe,

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$ , **47)** 3/8, **48)** -1, **49)** 1/32, **50)** No existe  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$ , **51)**  $+\infty$ , **52)**  $+\infty$ ,

**53)** 2, **54)**  $-\infty$ , **55)**  $-\infty$ , **56)**  $+\infty$ , **57)** 3/2, **58)** 0, **59)**  $+\infty$ , **60)**  $-\infty$ , **61)**  $+\infty$ , **62)**  $-\infty$ , **63)** 0, **64)** -1, **65)** -15, **66)** 3/8, **67)** 6/25, **68)**  $+\infty$ , **69)** 0, **70)** 1/2, **71)** -1/2, **72)** 0, **73)** 0, **74)**  $+\infty$ , **75)** 0, **76)**  $-\infty$ , **77)**  $+\infty$ , **78)**  $-\infty$ , **79)** 0, **80)** 2, **81)**  $-\infty$ , **82)**  $+\infty$ , **83)** 0.

**84)** -1, **85)**  $-\infty$ , **86)**  $+\infty$ , **87)** 1, **88)**  $+\infty$ , **89)** 2, **90)** -1/3, **91)** 1, **92)** 2, **93)** 1/2, **94)** -5/2, **95)** -3/2.

Calcular, si existen, los siguientes límites funcionales:

1)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3^{2x^2 - 7x + 1}$

2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-5x)^{3x^3 + 2x - 1}$

3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x}{2^x}$

4)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x}{2^x}$

5)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x}{3^{x+4}}$

6)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + x^{-1} + x^{-2} + x^{-3}}{2 + 3x^{-1} + 4x^{-2} + 5x^{-3}}$

7)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{a^x} \quad (a > 0)$

8)  $\lim_{x \rightarrow 0} (3x + 7)^{2x^2 - 5x + 3}$

9)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{x^2 - 9}{x - 3} \right)^{\frac{x-5}{(x-3)^2}}$

10)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{x^2 - 9}{x - 3} \right)^{\frac{x+2}{(x-3)^2}}$

11)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{1}{(x-3)^4} \right)^{\frac{-1}{(x-3)^4}}$

12)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{x-3}{x^2-9} \right)^{\frac{-1}{(x-3)^4}}$

13)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-8}{2x} \right)^{5x}$

14)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x^2 - 6x + 1}{7x^2 + 2} \right)^{3x-1}$

15)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x^2 - 1}{3x^2 + 8} \right)^{-2x+8}$

16)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{\frac{x}{1+2x}} \right)^{\frac{x}{x+1}}$

17)  $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{x+7}$

18)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-4}{x} \right)^x$

19)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x-4}{x} \right)^x$

20)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+5}{2x} \right)^{\frac{3x^2-1}{x+2}}$

21)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+5}{2x} \right)^{374}$

22)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+5}{2x} \right)^{3x^2-1}$

23)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2-2}{x^2} \right)^{x^2}$

24)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{4x^3 - 6x^2}{4x^3 - 1} \right)^{\frac{x^2+1}{x}}$

25)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 - 7x + 1}{2x^2 + 2} \right)^{3x^2+5}$

26)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+1}{3x+5} \right)^{\frac{x^3-2x}{x-3}}$

27)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x^4 - 3x}{x^4 + 4x^3} \right)^{\frac{x^2+1}{2x+1}}$

28)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$

29)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1-2x-x^2)^{\frac{1}{x}}$

30)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2 - 3x + 4}{x^3 - 3x + 4} \right)^{\frac{1}{3x}}$

31)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - e^{-x})^{e^x}$

**Soluciones:** 1)  $+\infty$ , 2) 0, 3)  $+\infty$ , 4) 0, 5)  $1/81$ , 6)  $1/2$ , 7) 0, 8) 343, 9) 0, 10)  $+\infty$ , 11) 0, 12)  $+\infty$ , 13)  $+\infty$ , 14) 0, 15) 0, 16)  $\sqrt{2}/2$ , 17) 3, 18)  $e^{-4}$ , 19)  $e^{-4}$ , 20)  $e^{13/2}$ , 21) 1, 22)  $+\infty$ , 23)  $e^2$ , 24)  $e^{-3/2}$ , 25) 0, 26) 0, 27)  $e^2$ , 28)  $e$ , 29)  $e^{-2}$ , 30) 1, 31)  $1/e$