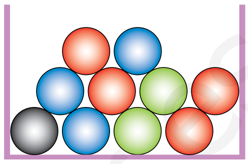
2 Sucesos aleatorios

Página 197

1. En una urna hay 10 bolas de cuatro colores.

Sacamos una bola y anotamos su color.



a) ¿Es una experiencia aleatoria?

b) Escribe el espacio muestral.

c) Inventa cinco sucesos.

a) Sí, porque depende del azar.

b) E = {NEGRO, ROJO, AZUL, VERDE}

c) Respuesta libre.

2. Tenemos caramelos de fresa, naranja, limón y piña.

Cogemos uno sin mirar y comprobamos su sabor.

a) ¿Es una experiencia aleatoria?

b) Escribe el espacio muestral.

c) Inventa dos sucesos que tengan más de un caso.

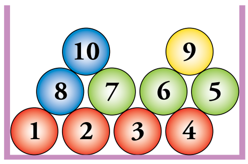
a) Sí, porque depende del azar.

b) E = {FRESA, NARANJA, LIMÓN, PIÑA}

c) Respuesta libre.

3. En una urna hay 10 bolas numeradas.

Sacamos una bola y anotamos el número.



a) ¿Es una experiencia aleatoria?

b) Escribe el espacio muestral.

c) Inventa cinco sucesos.

a) Sí, porque depende del azar.

b) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

c) Respuesta libre.

4. Daniel le ha regalado a su hermana María una caja de bombones de chocolate.

Saca un bombón y ve si es de chocolate.

¿Es una experiencia aleatoria?

¿Por qué?

No. No depende del azar, todos los bombones son de chocolate.

3 Probabilidad de un suceso

Página 199

1. En una bolsa hay 90 bolas idénticas, numeradas del 1 al 90.

a) ¿Cuál es la probabilidad de extraer la bola con el número 17?

b) Si solo hubiera diez bolas numeradas del 11 al 20, ¿cuál sería la probabilidad de obtener el 17?

a) $P[17] = \frac{1}{90}$

b) $P[17] = \frac{1}{10}$

2. En una caja hay dos tipos de galletas: las de chocolate, *CH*, y las normales, *N*. Sacamos una al azar, la miramos y la devolvemos a la caja.

Si hemos extraído 27 galletas de chocolate y 13 galletas normales, ¿qué valores asignarías a P [*CH*] y a P [*N*]?

27 + 13 = 40, por tanto:

$P[CH] = \frac{27}{40}$ y $P[N] = \frac{13}{40}$

4 Ley de Laplace para experiencias regulares

Página 200

1. Extraemos una carta de una baraja española con 40 naipes. Halla la probabilidad de obtener:

a) El as de espadas. **b) El rey de bastos.**

c) Una figura (sota, caballo o rey). **d) Una copa.**

a) $P[\text{AS ESPADAS}] = \frac{1}{40}$ b) $P[\text{REY BASTOS}] = \frac{1}{40}$

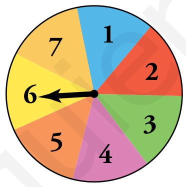
c) $P[\text{FIGURA}] = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$ d) $P[\text{COPAS}] = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

2. En un campamento hay 32 jóvenes europeos, 13 americanos, 15 africanos y 23 asiáticos. Se elige al azar a su portavoz. ¿Qué probabilidad hay de que sea europeo?

$32 + 13 + 15 + 23 = 83$ jóvenes en total:

$P[\text{EUROPEO}] = \frac{32}{83}$

3. Al hacer girar la aguja, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número par?



Hay 7 números en total. Hay 3 números pares.

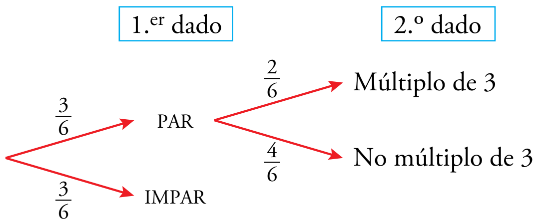
$P[\text{PAR}] = \frac{3}{7}$

5 Experiencias compuestas. Diagramas en árbol

Página 203

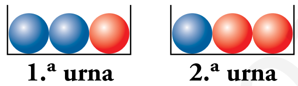
1. Lanzamos dos dados. Halla la probabilidad de obtener par en el primero y múltiplo de 3 en el segundo.

Se trata de experiencias independientes.



$$P[1.^{\text{o}}\ \text{PAR y } 2.^{\text{o}}\ \dot{3}] = P[1.^{\text{o}}\ \text{PAR}] \cdot P[2.^{\text{o}}\ \dot{3}] = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

2. Sacamos una bola de la 1.ª urna y la echamos en la 2.ª. Luego, sacamos una bola de la 2.ª urna.

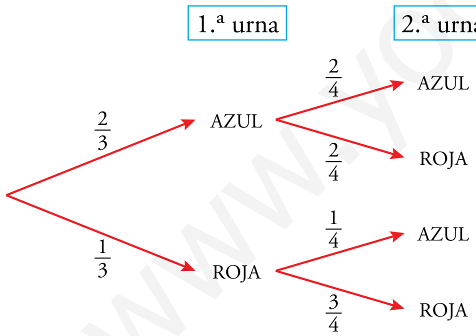


a) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas sacadas sean azules?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que alguna bola sea azul? Hazlo mediante la probabilidad del suceso contrario.

Se trata de experiencias dependientes:

a)



$$P[\text{AZUL } 1.^{\text{a}} \text{ y AZUL } 2.^{\text{a}}] = P[\text{AZUL } 1.^{\text{a}}] \cdot P[\text{AZUL } 2.^{\text{a}}/\text{AZUL } 1.^{\text{a}}] = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

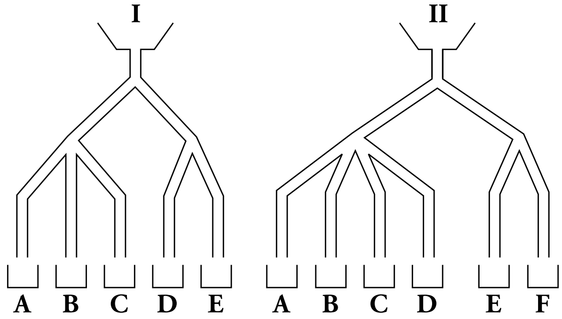
b) $P[\text{alguna AZUL}] = 1 - P[\text{ninguna AZUL}] = 1 - P[\text{ROJA } 1.^{\text{a}} \text{ y ROJA } 2.^{\text{a}}] =$

$$= 1 - P[\text{ROJA } 1.^{\text{a}}] \cdot P[\text{ROJA } 2.^{\text{a}}/\text{ROJA } 1.^{\text{a}}] = 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

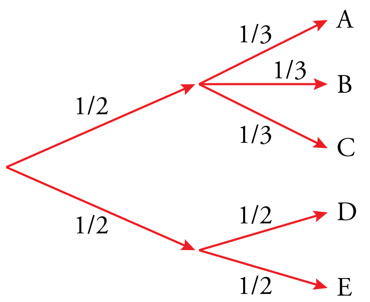
3. **¿Cuál es la probabilidad de que cada bola que se deja caer por el embudo caiga en cada casillero?**

a) En el aparato I.

b) En el aparato II.



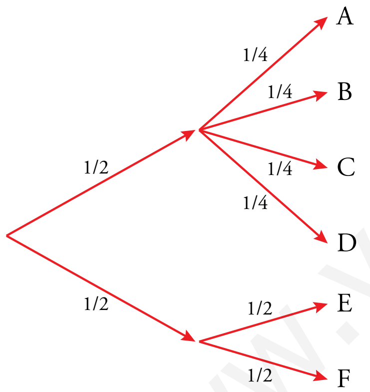
a)



$P[A] = P[B] = P[C] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$P[D] = P[E] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

b)



$P[A] = P[B] = P[C] = P[D] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

$P[E] = P[F] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

6 Tablas de contingencia

Página 204

Interpretar una tabla

TIPO DE ACTIVIDAD EXTRAESCOLAR

CURSO	CULTURAL	DEPORTIVA	NINGUNA	TOTAL
1.°	12	36	72	120
2.°	15	40	45	100
3.°	21	44	35	100
4.°	24	40	16	80
TOTAL	72	160	168	400

Observa la tabla que tienes arriba y responde:

a) ¿Cuántos estudiantes del centro participan en actividades culturales? ¿Cuántos de ellos son de 2.°?

b) ¿Cuántos estudiantes del centro no participan en ninguna actividad extraescolar? De ellos, ¿cuántos son de 4.°?

c) ¿Cuántos estudiantes de 3.° participan en actividades deportivas?

d) ¿Cuántos estudiantes que participan en actividades deportivas son de 3.°?

a) $\frac{72}{400} \cdot 100 = 18 \rightarrow$ El 18 % de estudiantes del centro participan en actividades culturales.

$\frac{15}{72} \cdot 100 = 20,83 \rightarrow$ El 20,83 % son de 2.°.

b) $\frac{168}{400} \cdot 100 = 42 \rightarrow$ El 42 % de los estudiantes del centro no participan en ninguna actividad extraescolar.

$\frac{16}{168} \cdot 100 = 9,5 \rightarrow$ El 9,5 % son de 4.°.

c) El 44 % de alumnos de 3.° participan en actividades deportivas.

d) $\frac{44}{160} \cdot 100 = 27,5 \rightarrow$ El 27,5 % de los que participan en actividades deportivas son de 3.°.

Página 205

1. Explica el significado de los números 120, 168, 12, 45 y 40 de la tabla del ejercicio resuelto anterior.

120 → Número de alumnos de 1.º.

168 → Número de alumnos con NINGUNA actividad extraescolar.

12 → Número de alumnos de 1.º con actividad extraescolar CULTURAL.

45 → Número de alumnos de 2.º con NINGUNA actividad extraescolar.

40 → Número de alumnos de 4.º con actividad extraescolar DEPORTIVA.

2. Explica lo que significa, para la tabla del ejercicio resuelto anterior, estas expresiones y da su valor:

a) P **[1.º]** **b)** P **[CULTURAL]**

c) P **[4.º / CULTURAL]** **d)** P **[CULTURAL / 4.º]**

a) $P[1.º]$ → Probabilidad de que, elegido al azar, un alumno sea de 1.º.

$$P[1.º] = \frac{120}{400} = 0{,}3$$

b) $P[\text{CULTURAL}]$ → Probabilidad de elegir a un alumno con actividad extraescolar CULTURAL.

$$P[\text{CULTURAL}] = \frac{72}{400} = 0{,}18$$

c) $P[4.º\ /\ \text{CULTURAL}]$ → Probabilidad de que habiendo elegido un alumno con actividad CULTURAL, este resulte ser de 4.º.

$$P[4.º\ /\ \text{CULTURAL}] = \frac{24}{72} = 0{,}375$$

d) $P[\text{CULTURAL}\ /\ 4.º]$ → Probabilidad de elegir a un alumno con actividad CULTURAL entre todos los de 4.º.

$$P[\text{CULTURAL}\ /\ 4.º] = \frac{24}{80} = 0{,}3$$

3. Queremos analizar, partiendo de los datos de la tabla del ejercicio resuelto anterior, la evolución del absentismo (falta de participación) en actividades extraescolares cualesquiera, al aumentar la edad. Calcula las proporciones que convenga y compáralas.

Debemos observar la probabilidad de los que no hacen ninguna actividad en cada uno de los cursos, es decir:

$$P[\text{NINGUNA}\ /\ 1.º] = \frac{72}{120} = 0{,}6 \qquad P[\text{NINGUNA}\ /\ 2.º] = \frac{45}{100} = 0{,}45$$

$$P[\text{NINGUNA}\ /\ 3.º] = \frac{35}{100} = 0{,}35 \qquad P[\text{NINGUNA}\ /\ 4.º] = \frac{16}{80} = 0{,}2$$

Por tanto, según pasan los cursos, cada vez hay menos alumnos que no hacen ninguna actividad extraescolar.

4. En una bolsa hay 40 bolas huecas, y dentro de cada una hay un papel en el que pone SÍ o NO, según esta tabla:

	🔴	🟢	🔵	TOTAL
SÍ	15	4	1	20
NO	5	4	11	20
TOTAL	20	8	12	40

a) Describe los sucesos SÍ, NO, 🔴, 🔴 / SÍ, SÍ / 🔴 y calcula sus probabilidades.

b) Hemos sacado una bola roja. ¿Qué probabilidad hay de que haya SÍ en su interior? ¿Y si la bola es azul?

c) Se ha sacado una bola y dentro pone SÍ. ¿Cuál es la probabilidad de que sea 🔴? ¿Y 🟢? ¿Y 🔵?

a) SÍ $\rightarrow$ sacar una bola al azar y que sea SÍ.

NO $\rightarrow$ sacar una bola al azar y que sea NO.

🔴 $\rightarrow$ sacar una bola al azar y que sea roja.

🔴 / SÍ $\rightarrow$ de entre las bolas que dicen SÍ, sacar una roja.

SÍ / 🔴 $\rightarrow$ de entre las bolas rojas, sacar una que dice SÍ.

$P[\text{SÍ}] = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$ $P[\text{NO}] = 1 - P[\text{SÍ}] = \frac{1}{2}$

$P[$🔴$] = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$ $P[$🔴 $/ \text{ SÍ}] = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ $P[\text{SÍ} /$ 🔴$] = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

b) $P[\text{SÍ} /$ 🔴$] = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ $P[\text{SÍ} /$ 🔵$] = \frac{1}{12}$

c) $P[$🔴 $/ \text{ SÍ}] = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ $P[$🟢 $/ \text{ SÍ}] = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$ $P[$🔵 $/ \text{ SÍ}] = \frac{1}{20}$

Ejercicios y problemas

Página 206

Practica

Espacios muestrales. Sucesos

1. **Indica el espacio muestral de cada una de las siguientes experiencias aleatorias:**

a) Señalo al azar una provincia en un mapa de Galicia.

b) Lanzo un cubo de Rubik recién montado y anoto el color de la cara de arriba.

c) Señalo una palabra cualquiera de un libro elegido al azar y observo cuál es la primera vocal que aparece.

d) Saco una carta de una baraja española y observo el palo.

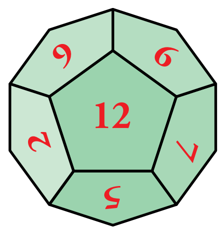
a) E = {La Coruña, Lugo, Orense, Pontevedra}

b) E = {azul, amarillo, rojo, verde, blanco, naranja}

c) E = {a, e, i, o, u}

d) E = {oros, copas, espadas, bastos}

2. **Lanzamos un dado con forma de dodecaedro con las caras numeradas del 1 al 12 y anotamos el número obtenido.**



a) ¿Cuál es el espacio muestral?

b) Describe los sucesos:

A = "Menos de 5" **B = "Más de 4"**

C = "Número par" **D = "No múltiplo de 3"**

a) E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}

b) A = {1, 2, 3, 4} B = {5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}

C = {2, 4, 6, 8, 10, 12} D = {1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11}

3. **Escogemos al azar un día cualquiera de la semana.**

a) ¿Cuál es el espacio muestral?

b) Describe los sucesos:

A = "Fin de semana"

B = "Los que empiezan por la letra M"

C = "Los que acaban en *es*"

a) E = {Lunes, Martes, Miércoles, Jueves, Viernes, Sábado, Domingo}

b) A = {Sábado, Domingo}

B = {Martes, Miércoles}

C = {Lunes, Martes, Miércoles, Jueves, Viernes}

4. Escogemos una bola al azar de cada urna. Un caso es, por ejemplo, Azul-Negra.

a) Describe el espacio muestral.

b) Haz lo mismo si en la segunda urna hubiera una blanca y una negra.

a) E = {roja-negra, azul-negra, verde-negra}

b) E = {roja-negra, roja-blanca, azul-negra, azul-blanca, verde-negra, verde-blanca}

5. Lanzamos una moneda dos veces y anotamos los resultados ordenadamente.

a) Completa el espacio muestral: E = {CC, C+, …}

b) Describe los sucesos A = "La primera salió C".

c) Repite la actividad suponiendo que lanzamos tres monedas en lugar de dos. Describe: B = "Obtener dos veces C" y D = "No obtener ninguna C".

a) E = {CC, C+, +C, ++}

b) A = {CC, C+}

c) E = {CCC, CC+, C+C, +CC, C++, +C+, ++C, +++}

B = {CC+, C+C, +CC}

D = {+++}

Experiencias simples

6. Lanzamos un dado correcto. Calcula las probabilidades de que el resultado sea:

a) 1 o 2. **b) Mayor que 2.** **c) Par.**

d) Mayor que 1. **e) Menor que 1.** **f) Menor que 7.**

a) $P[1 \text{ o } 2] = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ b) $P[> 2] = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ c) $P[\text{PAR}] = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

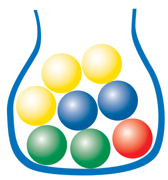
d) $P[> 1] = \frac{5}{6}$ e) $P[< 1] = 0$ f) $P[< 7] = 1$

7. Se extrae al azar una bola de la siguiente bolsa. Calcula la probabilidad de que:

a) Sea azul.

b) No sea verde.

c) Sea roja o azul.

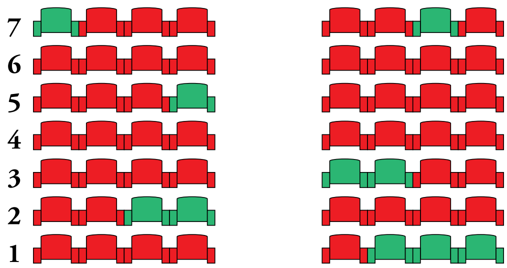


a) $P[\text{AZUL}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

b) $P[\text{no VERDE}] = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

c) $P[\text{ROJA o AZUL}] = \frac{3}{8}$

8. **En la taquilla del cine me enseñan los huecos que quedan libres en verde:**



Si digo que me asignen un hueco al azar, calcula la probabilidad de que me siente:

a) En primera fila.

b) Más atrás de la cuarta fila.

c) En algún sitio que no sean las dos primeras filas.

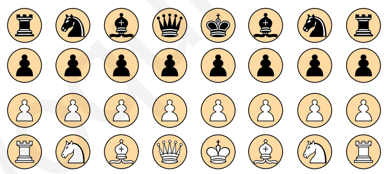
Hay 10 huecos libres:

a) $P[\text{FILA } 1.^{a}] = \frac{3}{10}$

b) $P[\text{MÁS ATRÁS DE FILA } 4.^{a}] = \frac{3}{10}$

c) $P[\text{no } 1.^{a} \text{ o } 2.^{a}] = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

9. **Metemos en una bolsa pequeñas cartulinas circulares, cada una con una pieza dibujada del juego de ajedrez. Observa las piezas que componen el juego. Elegimos una al azar.**



a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un peón? ¿Y de obtener un peón negro?

b) ¿Qué probabilidad hay de sacar una torre? ¿Y un caballo blanco? ¿Y uno de los reyes?

a) $P[\text{PEÓN}] = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $P[\text{PEÓN NEGRO}] = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$

b) $P[\text{TORRE}] = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$ $\qquad$ $P[\text{REY}] = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$

10. **Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos, A, B, C y D, de la actividad 2.**

$P[\text{A}] = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ $\qquad$ $P[\text{B}] = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

$P[\text{C}] = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $P[\text{D}] = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

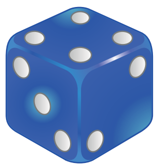
11. **Halla la probabilidad de los sucesos, A, B y C de la actividad 3.**

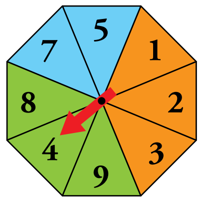
$P[\text{A}] = \frac{2}{7}$ $\qquad$ $P[\text{B}] = \frac{2}{7}$ $\qquad$ $P[\text{C}] = \frac{5}{7}$

Página 207

Experiencias compuestas independientes

12. **Tiramos un dado y hacemos girar la ruleta:**





a) ¿Cuál es la probabilidad de que los dos números sean pares? ¿Y de que alguno de los dos sea impar?

b) Halla la probabilidad de obtener un número mayor que 2 en el dado y un color que no sea azul en la ruleta.

c) Calcula la probabilidad de obtener un 6 o un 5 en el dado.

d) Calcula la probabilidad de que la suma de los resultados sea mayor que 10.

a) $P[\text{PAR y PAR}] = P[\text{DADO PAR}] \cdot P[\text{RULETA PAR}] = \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{16}$

b) $P[> 2 \text{ DADO y no RULETA AZUL}] = P[> 2 \text{ DADO}] \cdot P[\text{no AZUL RULETA}] = \frac{4}{6} \cdot \frac{6}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

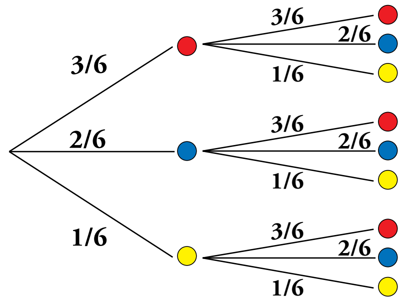
c) $P[6 \text{ o } 5 \text{ en DADO}] = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

d) $P[\text{SUMA} > 10] = \frac{13}{48}$

SUMA	RULETA							
DADO	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**7**	**8**	**9**
1	2	3	4	5	6	8	9	10
2	3	4	5	6	7	9	10	11
3	4	5	6	7	8	10	11	12
4	5	6	7	8	9	11	12	13
5	6	7	8	9	10	12	13	14
6	7	8	9	10	11	13	14	15

13. **Tiramos dos dados iguales. Cada uno tiene tres caras rojas, dos azules y una amarilla.**

El siguiente diagrama en árbol muestra las posibles combinaciones con sus probabilidades:



Calcula, a partir del diagrama en árbol, la probabilidad de obtener:

a) Dos caras rojas.

b) Una cara amarilla y una roja.

c) Dos caras iguales.

d) Dos caras distintas.

a) $P[\text{2 CARAS ROJAS}] = \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

b) $P[\text{AMARILLA y ROJA}] = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{3}{36} + \frac{3}{36} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

c) $P[\text{2 IGUALES}] = \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{9}{36} + \frac{4}{36} + \frac{1}{36} = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}$

d) $P[\text{2 DISTINTAS}] = 1 - P[\text{2 IGUALES}] = 1 - \frac{7}{18} = \frac{11}{18}$

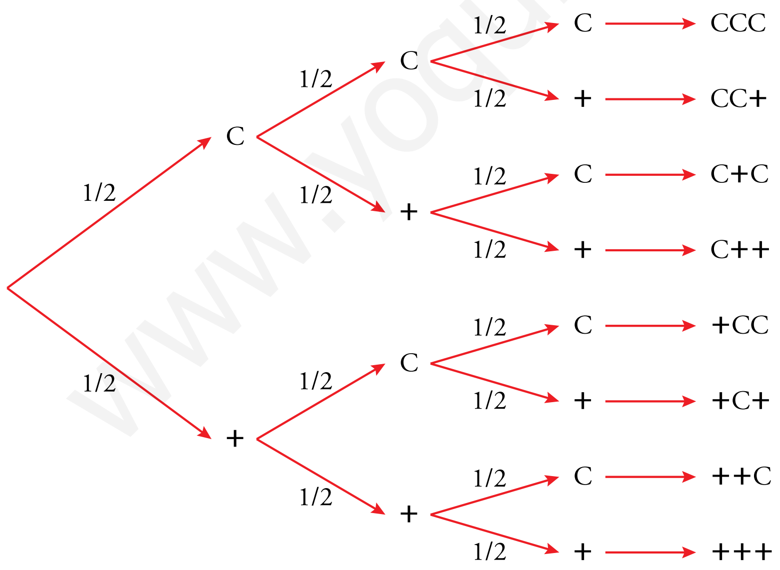
14. **Tiramos tres monedas.**

a) Construye un diagrama en árbol con las posibles combinaciones.

b) Calcula la probabilidad de obtener dos caras y una cruz.

c) ¿Qué probabilidad hay de obtener alguna cruz?

a)



b) $P[\text{2C y 1+}] = P[\text{CC+}] + P[\text{C+C}] + P[\text{+CC}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

c) $P[\text{alguna CRUZ}] = 1 - P[\text{ninguna CRUZ}] = 1 - P[\text{CCC}] = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

Experiencias compuestas dependientes. Probabilidad condicionada

15. **Extraemos dos cartas de una baraja española. Calcula la probabilidad de estos sucesos:**

a) Un 5 y un rey.

b) Dos espadas.

c) Ninguna copa (no copa y no copa).

d) Dos figuras (sota, caballo o rey).

e) Una figura y una no figura.

a) $P[5 \text{ y REY}] = P[5] \cdot P[\text{REY}/5] = \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{39} = \frac{1}{10} \cdot \frac{4}{39} = \frac{4}{390} = \frac{2}{195}$

b) $P[2 \text{ ESPADAS}] = P[\text{ESPADA } 1.^{a}] \cdot P[\text{ESPADA } 2.^{a}/\text{ESPADA } 1.^{a}] =$

$$= \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{13} = \frac{3}{52}$$

c) $P[\text{ninguna COPA}] = P[\text{no COPA } 1.^{a}] \cdot P[\text{no COPA } 2.^{a}/ \text{ no COPA } 1.^{a}] =$

$$= \frac{30}{40} \cdot \frac{29}{39} = \frac{3}{4} \cdot \frac{29}{39} = \frac{87}{156} = \frac{29}{52}$$

d) $P[2 \text{ FIGURAS}] = P[\text{FIGURA } 1.^{a}] \cdot P[\text{FIGURA } 2.^{a}/\text{FIGURA } 1.^{a}] =$

$$= \frac{12}{40} \cdot \frac{11}{39} = \frac{3}{10} \cdot \frac{11}{39} = \frac{33}{390} = \frac{11}{130}$$

e) $P[\text{FIGURA y no FIGURA}] = P[\text{FIGURA } 1.^{a}] \cdot P[\text{no FIGURA } 2.^{a}/ \text{ FIGURA } 1.^{a}] =$

$$= \frac{12}{40} \cdot \frac{28}{39} = \frac{3}{10} \cdot \frac{28}{39} = \frac{84}{390} = \frac{14}{65}$$

16. **Lanzamos una moneda: si sale cara, tomo una carta de una baraja; si sale cruz, no sigo jugando.**

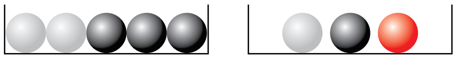
a) ¿Qué probabilidad hay de obtener OROS o FIGURA?

b) ¿Qué probabilidad hay de que ninguna sea ni ORO ni FIGURA?

a) $P[\text{OROS o FIGURA}] = P[\text{CARA}] \cdot P[\text{OROS o FIGURA}/\text{CARA}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{19}{40} = \frac{19}{80}$

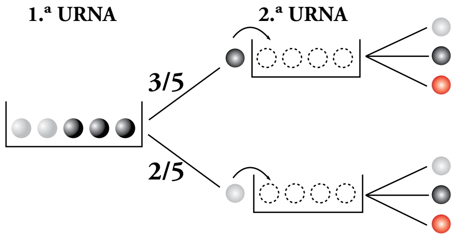
b) $P[\text{ni OROS ni FIGURA}] = 1 - P[\text{OROS o FIGURA}] = 1 - \frac{19}{80} = \frac{61}{80}$

17. **Cogemos al azar una bola de la 1.ª urna, la echamos en la 2.ª y sacamos una bola de esta 2.ª urna.**



1.ª urna **2.ª urna**

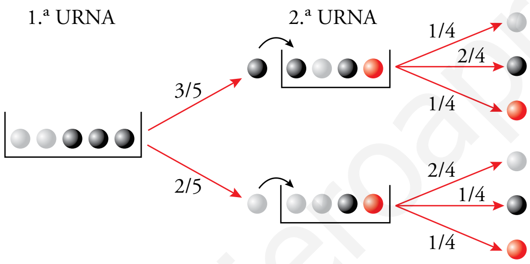
Dibuja en tu cuaderno un diagrama en árbol. Completa la composición de la segunda urna y las probabilidades de cada rama.



Calcula, a partir del diagrama, estas probabilidades:

a) P**[1.ª y 2.ª]** **b)** P**[1.ª y 2.ª]** **c)** P**[2.ª]**

d) P**[2.ª]** **e)** P**[2.ª]**



a) $P[1.^{a}\ \text{ y } 2.^{a}\ ] = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

b) $P[1.^{a}\ \text{ y } 2.^{a}\ ] = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

c) $P[2.^{a}\ ] = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{6}{20} + \frac{2}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

d) $P[2.^{a}\ ] = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{20} + \frac{4}{20} = \frac{7}{20}$

e) $P[2.^{a}\ ] = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{20} + \frac{2}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

18. **Calcula las siguientes probabilidades condicionadas correspondientes a la experiencia de las urnas del ejercicio anterior:**

a) ***P*[1.ª ⚫ y 2.ª ⚪]** **b)** ***P*[2.ª ⚪ y 1.ª ⚪]**

c) ***P*[2.ª ⚫ y 1.ª ⚫]** **d)** ***P*[2.ª ⚪ y 1.ª ⚫]**

e) ***P*[2.ª 🔴 y 1.ª ⚫]** **f)** ***P*[2.ª 🔴 y 1.ª ⚪]**

¿Qué ocurre con las dos últimas probabilidades? Explica por qué.

Las probabilidades del enunciado son las siguientes:

a) *P*[1.ª ⚫ y 2.ª ⚪] $= \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$

b) *P*[2.ª ⚪ y 1.ª ⚪] $= \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

c) *P*[2.ª ⚫ y 1.ª ⚫] $= \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$

d) *P*[2.ª ⚪ y 1.ª ⚫] $= \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$

e) *P*[2.ª 🔴 y 1.ª ⚫] $= \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$

f) *P*[2.ª 🔴 y 1.ª ⚪] $= \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

Aplicando la igualdad $P[\text{A y B}] = P[\text{A}] \cdot P[\text{B/A}]$ podemos calcular las siguientes probabilidades condicionadas:

a) *P*[1.ª ⚫/2.ª ⚪] $= \frac{3/20}{7/20} = \frac{3}{7}$

b) *P*[2.ª ⚪/1.ª ⚪] $= \frac{1/5}{2/5} = \frac{1}{2}$

c) *P*[2.ª ⚫/1.ª ⚫] $= \frac{3/10}{3/5} = \frac{1}{2}$

d) *P*[2.ª ⚪/1.ª ⚫] $= \frac{3/20}{3/5} = \frac{1}{4}$

e) *P*[2.ª 🔴/1.ª ⚫] $= \frac{3/20}{3/5} = \frac{1}{4}$

f) *P*[2.ª 🔴/1.ª ⚪] $= \frac{1/10}{2/5} = \frac{1}{4}$

Las dos últimas probabilidades son iguales porque como no hay bolas rojas en la primera urna, el número de bolas rojas en la segunda urna siempre será 1.

Página 208

Tablas de contingencia

19. **En un centro escolar hay 1 000 alumnos repartidos como indica esta tabla:**

	CHICOS	CHICAS
USAN GAFAS	187	113
NO USAN GAFAS	413	287

Se elige al azar uno de ellos. Di cuál es la probabilidad de que:

a) Sea chico.

b) Sea chica.

c) Use gafas.

d) No use gafas.

e) Sea una chica con gafas.

f) Sabiendo que es una chica, use gafas.

	CHICOS	CHICAS	TOTAL
USAN GAFAS	187	113	300
NO USAN GAFAS	413	287	700
TOTAL	600	400	1 000

a) $P[\text{CHICO}] = \dfrac{600}{1000} = \dfrac{3}{5}$

b) $P[\text{CHICA}] = \dfrac{400}{1000} = \dfrac{2}{5}$

c) $P[\text{USE GAFAS}] = \dfrac{300}{1000} = \dfrac{3}{10}$

d) $P[\text{NO USE GAFAS}] = \dfrac{700}{1000} = \dfrac{7}{10}$

e) $P[\text{CHICA CON GAFAS}] = \dfrac{113}{1000}$

f) $P[\text{USE GAFAS/CHICA}] = \dfrac{113}{400}$

20. **Hoy hay tres partidos: de baloncesto, de fútbol y de tenis. De los 40 amigos que hay en casa, 21 prefieren fútbol y 5, tenis. Hay 10 chicos que quieren baloncesto, 9 chicas que quieren fútbol y 3 chicas que prefieren ver el tenis. Si elegimos una persona al azar, calcula la probabilidad de que:**

a) Sea chico.

b) No quiera ver el tenis.

c) Sea un chico que quiere ver el tenis.

d) Sea una chica que quiera ver el baloncesto.

e) Sabiendo que es una chica, que quiera ver fútbol.

f) Sabiendo que prefiere ver tenis, que sea un chico.

	BALONCESTO	FÚTBOL	TENIS	TOTAL
CHICOS	10	12	2	24
CHICAS	4	9	3	16
TOTAL	14	21	5	40

a) $P[\text{CHICO}] = \frac{24}{40} = \frac{3}{5}$

b) $P[\text{NO QUIERE TENIS}] = \frac{21+14}{40} = \frac{35}{40} = \frac{7}{8}$

c) $P[\text{CHICO QUIERE TENIS}] = \frac{2}{40} = \frac{1}{20}$

d) $P[\text{CHICA QUIERE BALONCESTO}] = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

e) $P[\text{FÚTBOL/CHICA}] = \frac{9}{16}$

f) $P[\text{CHICO/QUIERE TENIS}] = \frac{2}{5}$

21. **Se han hecho análisis de sangre 200 personas para determinar su grupo sanguíneo, así como el Rh. Los resultados se resumen en esta tabla:**

	GRUPO A	GRUPO B	GRUPO AB	GRUPO O	TOTALES
RH+	74	12	6	70	162
RH–	18	3	1	16	38
TOTALES	92	15	7	86	200

a) Si elegimos al azar una persona de entre esas 200, ¿cuál es la probabilidad de que su grupo sanguíneo sea A? ¿Y de que sea O? ¿Y de que tenga Rh+?

b) Si elegimos al azar una persona del grupo sanguíneo B, ¿cuál es la probabilidad de que tenga Rh+?

c) Sabiendo que una persona es del grupo A o B, ¿cuál es la probabilidad de que sea Rh+?

a) $P[\text{GRUPO A}] = \frac{92}{200} = \frac{23}{50}$ $\quad P[\text{GRUPO O}] = \frac{86}{200} = \frac{43}{100}$

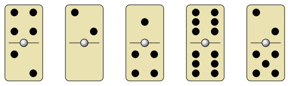
$P[\text{Rh+}] = \frac{162}{200} = \frac{81}{100}$

b) $P[\text{Rh+/B}] = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

c) $P[\text{Rh+/A o B}] = \frac{74+12}{92+15} = \frac{86}{107}$

Resuelve problemas

22. **¿Conoces el dominó? Es un juego cuyas fichas son de este tipo:**



Hay fichas con todas las posibles combinaciones con los números 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6, incluyendo las dobles como el 6-6 del dibujo.

a) Comprueba que en total son 28 fichas.

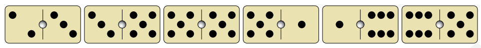
Si sacamos una al azar, halla la probabilidad de que:

b) La suma de los números sea 6.

c) La suma sea un número impar.

d) El producto de los dos números sea menor que 6.

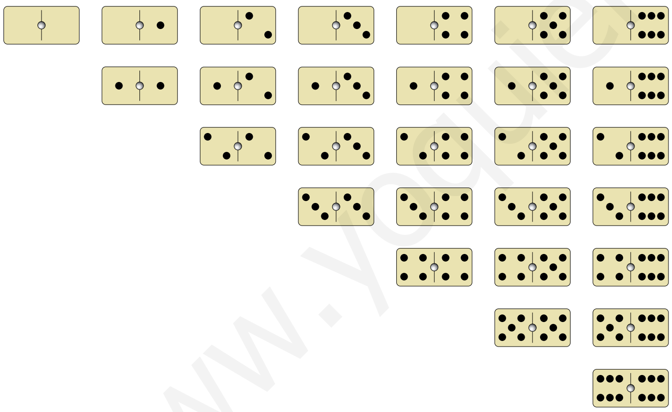
En el desarrollo del juego, las fichas se van poniendo sobre la mesa y se van enlazando unas con otras, así:



La siguiente ficha debe tener un 2, y se situaría a la izquierda, o un 5, e iría a la derecha.

e) ¿Cuál es la probabilidad de que, sacando al azar una de las restantes fichas, pueda enlazar con una de las que están sobre la mesa?

a) Las fichas posibles son:



En total son 28 fichas.

b) $P[\text{SUMA } 6] = \dfrac{4}{28} = \dfrac{1}{7}$

c) $P[\text{SUMA IMPAR}] = \dfrac{12}{28} = \dfrac{3}{7}$

d) $P[\text{PRODUCTO} < 6] = \dfrac{13}{28}$

e) Casos posibles = 22 porque ya hay 6 fichas sobre la mesa.

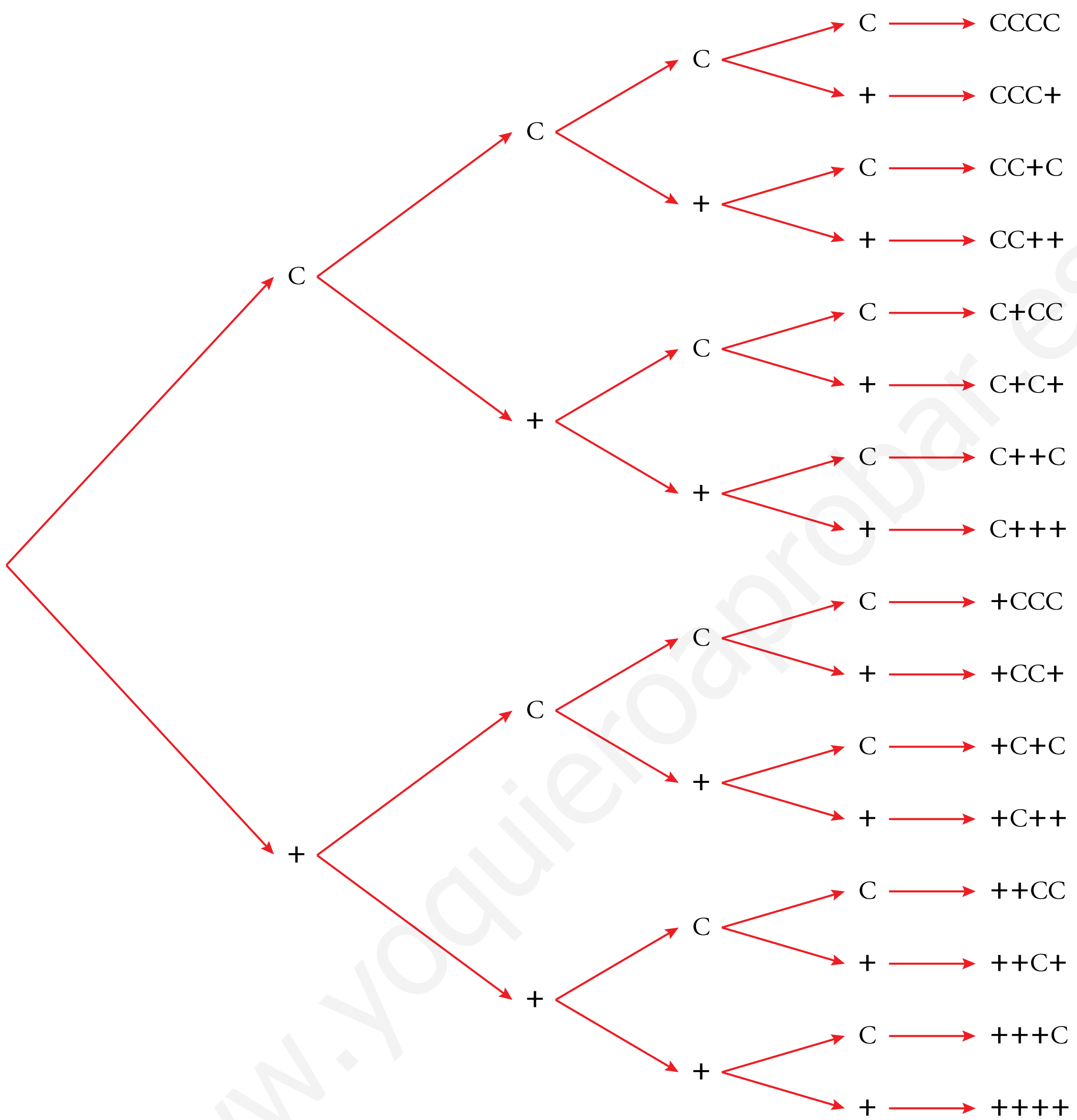
Casos favorables = 8 porque de las 13 fichas que podrían usarse, 5 ya están en la mesa.

$P[\text{ENLAZAR}] = \dfrac{8}{22} = \dfrac{4}{11}$

23. **Lanzamos cuatro monedas. Calcula:**

P **[2 caras]** ***P*** **[Ninguna cara]** ***P*** **[Alguna cara]**

Observamos el diagrama de árbol:



$P[\text{2 caras}] = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

$P[\text{Ninguna cara}] = \frac{1}{16}$

$P[\text{Alguna cara}] = \frac{15}{16}$

24. **Lanzamos dos dados. Halla la probabilidad de que el producto de las puntuaciones:**

a) Sea 5. **b) Sea 6.** **c) Sea 4.**

PRODUCTO	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

a) $P[\text{PRODUCTO } 5] = \dfrac{2}{36} = \dfrac{1}{18}$

b) $P[\text{PRODUCTO } 6] = \dfrac{4}{36} = \dfrac{1}{9}$

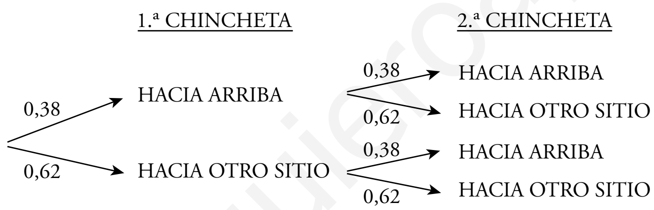
c) $P[\text{PRODUCTO } 4] = \dfrac{3}{36} = \dfrac{1}{12}$

25. **Lanzamos tres dados. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres puntuaciones sean menores que 5?**

$P[\text{LAS TRES MENORES QUE } 5] = P[< 5] \cdot P[< 5] \cdot P[< 5] = \dfrac{4}{6} \cdot \dfrac{4}{6} \cdot \dfrac{4}{6} = \dfrac{8}{27}$

26. **Después de tirar muchas veces un modelo de chinchetas, sabemos que la probabilidad de que una cualquiera caiga con la punta hacia arriba es 0,38.**

Si tiramos dos chinchetas, ¿cuál será la probabilidad de que las dos caigan de distinta forma?



$P[\text{DISTINTA FORMA}] = 0{,}38 \cdot 0{,}62 + 0{,}62 \cdot 0{,}38 = 0{,}47$

27. **En un laboratorio, para que un medicamento salga al mercado tiene que pasar tres controles. La probabilidad de superar el primero es 0,89; la de superar el segundo es 0,93 y la de superar el tercero es 0,85.**

¿Cuál es la probabilidad de que el nuevo producto no sea apto para salir al mercado?

$P[\text{no APTO}] = 1 - P[\text{APTO}] = 1 - 0{,}89 \cdot 0{,}93 \cdot 0{,}85 = 1 - 0{,}70 = 0{,}3$

Página 209

28. **Una botella contiene 20 bolas de colores negro, rojo y verde. No sabemos cuántas de cada color, ni podemos verlo, porque la botella es opaca. Solo podemos ver, cuando la tumbamos, el color de la bola que queda junto al tapón, que es transparente.**

Durante unos días hacemos 1 000 veces la experiencia de *agitar*, *inclinar la botella* y *anotar el color de la bola que se ve*. Al final, hemos obtenido estos resultados:

$$f(●) = 461 \qquad f(●) = 343 \qquad f(●) = 196$$

Vamos a estimar el número n de bolas negras:

$$f_r(●) = \frac{461}{1000} = 0{,}461 \ \text{ y } \ P[●] = \frac{n}{20}$$

Como $f_r(●) \approx P[●]$, hacemos:

$$0{,}461 \approx \frac{n}{20} \ \rightarrow \ n \approx 20 \cdot 0{,}461 = 9{,}22$$

Estimamos que el número de bolas negras es 9. ¿Cuántas bolas de cada color hay en la botella?

Procedemos de forma análoga al caso de la bola negra:

$$f_r[\text{ROJA}] = \frac{343}{1000} = 0{,}343 \ \text{ y } \ P[\text{ROJA}] = \frac{r}{20}$$

Como $f_r[\text{ROJA}] \approx P[\text{ROJA}] \ \rightarrow \ 0{,}343 \approx \frac{r}{20} \ \rightarrow \ r \approx 0{,}343 \cdot 20 = 6{,}86$

Estimamos que el número de bolas rojas es 7.

$$f_r[\text{VERDE}] = \frac{196}{1000} = 0{,}196 \ \text{ y } \ P[\text{VERDE}] = \frac{v}{20}$$

$$0{,}196 \approx \frac{v}{20} \ \rightarrow \ v \approx 0{,}196 \cdot 20 = 3{,}92$$

Estimamos que el número de bolas verdes es 4.

9 negras + 7 rojas + 4 verdes = 20 bolas.

29. **En un cajón hay 20 calcetines, pero no sabemos de qué colores. Sacamos un calcetín, anotamos el color y lo devolvemos al cajón. Lo hacemos cien veces y obtenemos 42 veces un calcetín negro; 8 veces uno rojo, y 50 veces uno blanco.**

Estima cuántos calcetines hay de cada color.

$f_r[\text{NEGRO}] = \dfrac{42}{100} \approx P[\text{NEGRO}] = \dfrac{n}{20}$

$0{,}42 \approx \dfrac{n}{20} \rightarrow n \approx 20 \cdot 0{,}42 = 8{,}4$

$f_r[\text{ROJO}] = \dfrac{8}{100} \approx P[\text{ROJO}] = \dfrac{r}{20}$

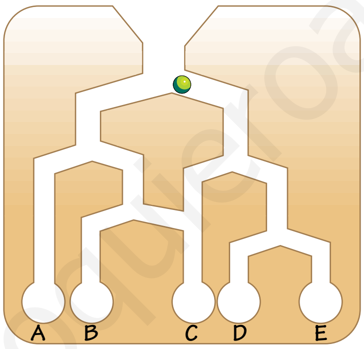
$0{,}08 \approx \dfrac{r}{20} \rightarrow r \approx 0{,}08 \cdot 20 = 1{,}6$

$f_r[\text{BLANCO}] = \dfrac{50}{100} \approx P[\text{BLANCO}] = \dfrac{b}{20}$

$0{,}5 \approx \dfrac{b}{20} \rightarrow b \approx 0{,}5 \cdot 20 = 10$

Estimamos que hay 8 calcetines negros, 2 calcetines rojos y 10 calcetines blancos.

30. **¿Cuál es la probabilidad de que una bola caiga en cada uno de los depósitos?**



$P[A] = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{4}$

$P[B] = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{8}$

$P[C] = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{8}$

$P[D] = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{8}$

$P[E] = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{8}$