BLOQUE I: MATERIALES

PROBLEMAS DE ENSAYOS DE TRACCIÓN, DUREZA Y RESILIENCIA

1. **a) Calcula la dureza Vickers de un material, sabiendo que una punta piramidal de diamante deja una huella de diagonal d = 0.45 mm, al aplicarle una fuerza de 50 kp durante 20 s.**
   b) Calcula la altura en m, desde la que se dejó caer una maza de 40 kg de un péndulo de Charpy, si la resiliencia del material vale 46 J/cm2 y aquella ascendió 38 cm después de romper una probeta de 2 cm^2 de sección.

$$HV = 1{,}854 \cdot \frac{F}{d^2} \quad ; \quad d = 0{,}45\ mm$$

$$HV = 1{,}8544 \cdot \frac{50}{(0{,}45)^2} \approx 457{,}85\ kp/mm^2$$

$$\rho = \frac{T}{S} = \frac{F \cdot (h_1 - h_2)}{S}$$

$$h_1 = h_2 + \frac{\rho\, A}{F}$$

$$h_1 = 0{,}61\, m$$

2. **En la determinación de la dureza en una rueda dentada cuya capa superficial ha sido cementada, se procede de la siguiente forma:**
   a) En la zona central no cementada, se determina la dureza Brinell, aplicando una carga de 187,5 kp y utilizando como penetrador una bola de 2,5 mm. de diámetro. La dureza resulta ser igual a 350 HB.
   b) En la zona exterior cementada, se determina la dureza Vickers, aplicando una carga de 30 kp y obteniéndose una huella cuyas diagonales son de 0,272 mm. y 0,274 mm.

   Calcular:
   a) El diámetro de la huella obtenida en el ensayo Brinell.
   b) El índice de dureza Vickers obtenido.

a) **<u>BRINELL</u>:**

$$HB = \frac{F}{S}; \qquad S = \frac{\pi \cdot D}{2} \cdot \left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right); \quad S = \frac{187{,}5}{350} = 0{,}5357 mm^2$$

$$0{,}5357 = \frac{\pi \cdot 2{,}5}{2} \cdot \left(2{,}5 - \sqrt{2{,}5^2 - d^2}\right); \quad \frac{0{,}5357}{3{,}927} - 2{,}5 = -\sqrt{2{,}5^2 - d^2}$$

$$-2{,}3636 = -\sqrt{2{,}5^2 - d^2} \quad \rightarrow \quad 2{,}3636 = \sqrt{2{,}5^2 - d^2}$$

$$(2{,}3636)^2 = 2{,}5^2 - d^2 \rightarrow d^2 = 6{,}25 - 5{,}5866 = 0{,}6634 \rightarrow d = \sqrt{0{,}6634} = 0{,}8145 mm$$

b) **<u>VICKERS</u>:**

$$HV = 1{,}854 \cdot \frac{F}{d^2} \quad ; \quad d = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{0{,}272 + 0{,}274}{2} = 0{,}273\ mm$$

$$HV = 1{,}854 \cdot \frac{30}{(0{,}273)^2} = \frac{55{,}62}{0{,}07453} = 746{,}28\ kp/mm^2 \quad \rightarrow \quad H_V \approx 746$$

3. **Una pieza de una excavadora está formada por dos placas de acero, una normal y otra templada.**

*** Determinar:**

a) la dureza Brinell de la placa normal si se emplea una bola de 10 mm. de diámetro (constante de ensayo para el acero, K = 30), obteniéndose una huella de 4 mm. de diámetro.

b) la dureza Vickers en la placa templada si con carga de 10 Kp. se obtienen unos valores para las diagonales de la huella de 0,120 mm. y 0,124 mm.

¿Cuál sería la carga a aplicar en la determinación de la dureza si utilizáramos una bola de 2,5 mm. de diámetro para que el resultado fuera el mismo ?.

Realizamos el ensayo de resiliencia con el péndulo de Charpy empleando una probeta tipo Mesnager (sección cuadrada de 10 x 10 mm. con entalla de 2 mm. de profundidad). Si la maza de 30 Kp. se deja caer desde 1 m. de altura y después de la rotura se eleva hasta 0,60 m. ¿Cuál es la resiliencia expresada en unidades S.I. ?.

<u>a) Dureza Brinell</u>

$$K = \frac{F}{D^2}; \quad F = K \cdot D^2 = 30 \cdot 10^2 = 3000\ kp$$

$$HB = \frac{F}{S} = \frac{F}{\frac{\pi \cdot D}{2} \cdot \left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right)} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot D \cdot \left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right)} =$$

$$= \frac{2 \cdot 3000}{\pi \cdot 10 \cdot \left(10 - \sqrt{10^2 - 4^2}\right)} = 228{,}77\ kp/mm^2 \rightarrow H_B \approx 229$$

<u>b) Dureza Vickers</u>

$$H_V = 1{,}8544 \cdot \frac{F}{d^2} \quad ; \quad d = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{0{,}120 + 0{,}124}{2} = 0{,}122\ mm$$

$$H_V = 1{,}8544 \cdot \frac{10}{(0{,}122)^2} \approx 1247\ kp/mm^2 \quad \rightarrow \quad H_V \approx 1247$$

$$F = K \cdot D^2 = 30 \cdot 2{,}5^2 = 187{,}5\ kp$$

$$\rho = \frac{T}{S} = \frac{F \cdot (h_1 - h_2)}{S} = \frac{30 \cdot 9{,}8 \cdot (1 - 0{,}6)}{10 \cdot 8 \cdot 10^{-6}} = \frac{107{,}6\ N \cdot m}{80 \cdot 10^{-6}\ m^2} = 1{,}345 \cdot 10^6\ J/m^2$$

4. **MODIFICACIÓN 2012/13 Para determinar la dureza Brinell de un material se ha utilizado una bola de 5 mm de diámetro y se ha elegido una constante de ensayo K = 10, obteniéndose una huella de 2,4 mm de diámetro.**

Calcula:

a) **Dureza Brinell del material.**

b) **Profundidad de la huella producida.**

c) **Si el índice de dureza Brinell obtenido, coincide en la práctica con el índice de dureza Vickers, averigua el valor promedio de las diagonales de la huella que se obtendrían en el ensayo Vickers si el valor de la carga utilizada fuera de 30 Kp.**

SE HA MODIFICADO EL ENUNCIADO PARA QUE SE CUMPLA LA CONDICIÓN:

D/4 < d < D/2

5/4 < 2,4 < D/2

$$a)\ K = \frac{F}{D^2};\quad F = K \cdot D^2 = 10\,\frac{Kp}{mm^2} \cdot (5\,mm)^2 = 250\,Kp$$

$$HB = \frac{F}{\frac{\pi \cdot D}{2} \cdot (D - \sqrt{D^2 - d^2})} = \frac{2 \cdot 250\,Kp}{\pi \cdot 5\,mm \cdot (5\,mm - \sqrt{(5\,mm)^2 - (2{,}4\,mm)^2}} =$$

$$= 51{,}87\,\frac{Kp}{mm^2}$$

$$b)\ c = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{5\,mm}{2}\right)^2 - \left(\frac{2{,}4\,mm}{2}\right)^2} = 2{,}193\,mm$$

$$h = \frac{D}{2} - c = \frac{5}{2}\,mm - 2{,}193\,mm = 0{,}307\,mm$$

$$c)\ HV = 1{,}854 \cdot \frac{F}{d^2}$$

$$d^2 = \frac{1{,}854 \cdot F}{H_V} = \frac{1{,}854 \cdot 30\,Kp}{51{,}87\,Kp/mm_2} = 1{,}0723\,mm^2$$

$$d = \sqrt{1{,}0723\,mm^2} = 1{,}035\,mm$$

5. **En un ensayo de dureza Brinell se aplican 750 Kp. a una bola de 5 mm de diámetro. Si la huella producida tiene un diámetro de 2 mm.**

   a)¿ Cuál será la dureza ?.

   b) ¿ Se obtendría la misma dureza si la bola fuese de 10 mm de ∅ y la carga aplicada de 3.000 Kp. ?.

   c) ¿ Cuál sería la huella en este caso ?.

   d) Si al realizar el ensayo de resiliencia con el péndulo de Charpy al material anterior, una probeta cuadrada de 10 mm de lado con una entalla de 2 mm, hace que el péndulo de 30 Kp situado a una altura de 1 m, ascienda sólo hasta los 34 cm. después de la rotura de la misma, ¿ cuál es el valor de su resiliencia expresado en unidades S.I. ?.

$$a)\ \ HB=\frac{F}{S};\quad S=\frac{\pi\cdot D}{2}\cdot(D-\sqrt{D^2-d^2})$$

$$HB=\frac{2\cdot F}{\pi\cdot D\cdot(D-\sqrt{D^2-d^2})}=\frac{2\cdot 750\ Kp}{\pi\cdot 5\ mm\cdot(5\ mm-\sqrt{(5\ mm^2-2\ mm^2)}}=$$

$$=228{,}76\ Kp/mm^2$$

$$b)\ \left.\begin{array}{l} F=K\cdot D^2 \\ K_1=\dfrac{F_1}{D_1^2}=\dfrac{750\ Kp}{(5\ mm)^2}=30 \\ K_2=\dfrac{F_2}{D_2^2}=\dfrac{3.000\ Kp}{(10\ mm)^2}=30 \end{array}\right\} K_1=K_2\rightarrow Luego: MISMO\ VALOR\ de\ H_B$$

$$c)\ \ 228{,}76\ Kp/mm^2=\frac{2\cdot 3.000\ Kp}{\pi\cdot 10\ mm\cdot(10\ mm-\sqrt{(10\ mm)^2-d^2}}$$

$$228{,}76\ Kp/mm^2\cdot\pi\cdot 10\ mm=\frac{6.000\ Kp}{10\ mm-\sqrt{100\ mm^2-d^2}}$$

$$1{,}198=\frac{1}{10-\sqrt{100-d^2}};\quad 11{,}98-1{,}198\cdot\sqrt{100-d^2}=1;$$

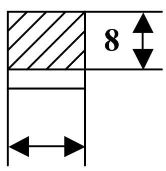
$$-1{,}198\cdot\sqrt{100-d^2}=1-11{,}98=-10{,}98;\quad \sqrt{100-d^2}=\frac{-10{,}98}{-1{,}198}=9{,}165$$

$$100-d^2=9{,}165^2;\quad d=\sqrt{100-83{,}997}\approx 4\ mm$$

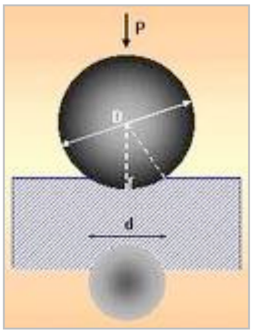
$$d)\ \ \rho=\frac{W}{S}=\frac{F\cdot\Delta h}{S}=\frac{30\ Kp\cdot(1-0{,}34)\ m}{0{,}80\ cm^2}=24{,}75\ Kpm/cm^2$$

$$24{,}75\frac{Kp\cdot m}{cm^2}=24{,}75\frac{Kp\cdot m}{cm^2}\cdot\frac{9{,}8\ N}{1\ Kp}\cdot\frac{10^4\ cm^2}{1\ m^2}=2{,}425\cdot 10^6\ J/m^2$$

8·10 = 80



6. **Realice un esquema representativo de un ensayo Brinell. Suponga que se ha utilizado una bola de 5 mm de diámetro y se ha elegido una constante K = 30, obteniéndose una huella de 2,3 mm de diámetro. Calcule la dureza Brinell del material.**



$$F = K \cdot D^2 = 30\,\frac{Kp}{mm^2} \cdot (5\,mm)^2 = 750\,Kp$$

$$HB = \frac{F}{S} = \frac{F}{\frac{\pi \cdot D}{2} \cdot \left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right)} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot D \cdot \left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right)} =$$

$$= \frac{2 \cdot 750}{\pi \cdot 5 \cdot \left(5 - \sqrt{5^2 - 2{,}3^2}\right)} = 170{,}45\,kp/mm^2 \rightarrow H \approx 170$$

7. Para realizar el ensayo de dureza Brinell de un material se ha utilizado una carga de 250 Kp y un penetrador de diámetro 5 mm, obteniéndose una huella de 3,35 mm². Se pide:

a) Determinar el resultado del mismo.

b) Comprobar si se acertó al elegir el tamaño del penetrador y la carga.

a) $HB = \dfrac{F}{S} = \dfrac{250}{3{,}35} = 74{,}62\ Kp/mm^2$

b) $3{,}35 = \dfrac{\pi \cdot 5}{2} \cdot \left(5 - \sqrt{5^2 - d^2}\right); \quad \dfrac{3{,}35}{7{,}854} - 5 = -\sqrt{5^2 - d^2}$

$-4{,}573 = -\sqrt{5^2 - d^2}$

$(4{,}573)^2 = 5^2 - d^2 \rightarrow d^2 = 25 - 20{,}917 = 4{,}083 \rightarrow d = \sqrt{4{,}083} = 2{,}021\,mm$

El diámetro de la huella debe estar comprendido entre

$D/4 < d < D/2$

$1{,}25 < 2{,}021 < 2{,}5$

8. En un ensayo Brinell, se obtuvo un valor de 40 HB.

a) Determine la carga que se ha aplicado en el ensayo si se ha utilizado como penetrador una bola de 5 mm e diámetro y la huella producida fue de 1,2 mm de diámetro.

b) Indique cuál fue la constante de ensayo del material.

$$a)\quad HB = \frac{F}{S} \qquad S = \frac{\pi \cdot D}{2} \cdot (D - \sqrt{D^2 - d^2})$$

$$S = \frac{\pi \cdot 5}{2} \cdot \left(5 - \sqrt{5^2 - 1{,}2^2}\right) = 1{,}15\ mm^2$$

$$F = 40 \cdot 1{,}15 = 45{,}91\ Kp$$

$$\text{b)}\ K = \frac{F}{D^2} = \frac{45{,}91\ Kp}{(5\ mm)^2} = 1{,}84$$

9. **En un ensayo de dureza Brinell se ha aplicado una carga de 3000 Kp. El diámetro de la bola del penetrador es de 10 mm. El diámetro de huella obtenido es de 4,5 mm. Se pide:**

   a) **El valor de la dureza Brinell**
   b) **Indicar la carga que habrá que aplicar a una probeta del mismo material si se quiere reducir la dimensión de la bola del penetrador a 5 mm. Predecir el tamaño de la huella.**

$$HB = \frac{F}{S} \quad S = \frac{\pi \cdot D}{2} \cdot (D - \sqrt{D^2 - d^2})$$

a) $$S = \frac{\pi \cdot 10}{2} \cdot \left(10 - \sqrt{10^2 - 4.5^2}\right) = 16{,}81\, mm^2$$

$$HB = \frac{3000}{16{,}81} = 178{,}5\, Kp / mm^2$$

b) $$F = K \cdot D^2$$

$$K = \frac{F}{D^2} = \frac{3000\, Kp}{(10\, mm)^2} = 30$$

ensayo con D = 5 mm

$$F = K \cdot D^2 = 30\, \frac{Kp}{mm^2} \cdot (5\, mm)^2 = 750\, Kp$$

El valor de la dureza es el mismo, ya que se trata del mismo material.

$$HB = \frac{F}{S} = \frac{F}{\frac{\pi \cdot D}{2} \cdot \left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right)} \quad 178{,}5 = \frac{2 \cdot 750}{\pi \cdot 5 \cdot \left(5 - \sqrt{5^2 - d^2}\right)}$$

$$d = 2{,}25\, mm$$

10. En un ensayo de dureza 95 HB (Brinell) se observa que la profundidad de la huella f = 1,34 mm, cuando se aplica una carga de 4000 Kp. Calcula el diámetro de la bola (D) y el diámetro de huella (d).

$$HB = \frac{F}{S} = \frac{F}{\pi \cdot D \cdot f}; \quad \Rightarrow \quad D = \frac{F}{\pi \cdot HB \cdot f}$$

$$D = \frac{4000}{\pi \cdot 95 \cdot 1{,}34} = 10\,mm$$

$$HB = \frac{2F}{\pi \cdot D \cdot \left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right)} \quad \Rightarrow \quad 95 = \frac{2 \cdot 4000}{\pi \cdot 10 \cdot \left(10 - \sqrt{10^2 - d^2}\right)}$$

$$d = 6{,}81\,mm$$

11- Una barra cilíndrica de un acero con límite elástico (σ_E) de 310 M Pa, va a ser sometida a una carga de 12500 N. Si la longitud inicial de la barra es de 350 mm.

a) ¿Cuál debe ser el diámetro de la barra si no queremos que ésta se alargue, más de 0,50 mm. ?.

DATO: módulo elástico del acero, E = 22 · 10^4 M Pa.

b) Se somete al ensayo de tracción a la barra anterior hasta que se produce la rotura, obteniéndose un alargamiento total de 16 mm. y un diámetro en la sección de rotura de 6,3 mm. b) ¿Cuál es el alargamiento y la estricción del material, expresados en % ?

a) Diámetro

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot S_o} ; \quad 0{,}50 \cdot 10^{-3} = \frac{12500 \cdot 350 \cdot 10^{-3}}{22 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot S_o}$$

$$S_o = \frac{12500 \cdot 350 \cdot 10^{-3}}{22 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0{,}50 \cdot 10^{-3}} = \frac{1{,}25 \cdot 3{,}5 \cdot 10^6}{1{,}1 \cdot 10^{11}} = \frac{4{,}375 \cdot 10^6}{1{,}1 \cdot 10^{11}} = 3{,}977 \cdot 10^{-5}\, m^2$$

$$S_o = \pi \cdot \frac{D^2}{4} \quad \rightarrow \quad D^2 = \frac{4 \cdot S_o}{\pi} = \frac{4 \cdot 3{,}977 \cdot 10^{-5}}{\pi} = 50{,}64 \cdot 10^{-6}\, m^2$$

$$D = \sqrt{50{,}64 \cdot 10^{-6}} = 7{,}116 \cdot 10^{-3}\, m = 7{,}116\, mm$$

b) Alargamiento y estricción

$$\%A = \frac{l_f - l_o}{l_o} \cdot 100 = \frac{366 - 350}{350} \cdot 100 = 4{,}57\,\%$$

$$l_f = l_o + \Delta l = 350 + 16 = 366\, mm$$

$$\%S = \frac{S_o - S_f}{S_o} \cdot 100 = \frac{39{,}77 - 31{,}17}{39{,}77} \cdot 100 = 21{,}62\%$$

$$S_o = 3{,}977 \cdot 10^{-5} m^2 = 39{,}77\, mm^2$$

$$S_f = \pi \cdot \frac{D^2}{4} = \pi \cdot \frac{6{,}3^2}{4} = 31{,}17\, mm^2$$

12- Una barra cilíndrica de acero, con un límite elástico de 5.000 Kp/cm^2, es sometida a una carga o fuerza de tracción de 8.500 Kp. Sabiendo que la longitud de la barra es de 400 mm, el diámetro de 50 mm y el módulo de elasticidad del material de 2,1·10^6 Kp/cm^2. Determinar:

a) Si recuperará la barra la longitud inicial al cesar la fuerza aplicada.

b) La deformación producida en la barra (ε, en %).

c) La mayor carga a que podrá ser sometida la barra para trabajar con un coeficiente de seguridad de 5.

d) El valor del diámetro de la barra para que su alargamiento total no supere las 50 centésimas de milímetro.

$$a)\ S=\frac{\pi D^2}{4}=\frac{\pi\cdot 5^2\,cm^2}{4}=19{,}635\ cm^2\ ;\quad \sigma_T=\frac{F}{S}=\frac{8.500\ Kp}{19{,}635\ cm^2}=432{,}9\ \frac{Kp}{cm^2}$$

$$Como\ \sigma_T<\sigma_E\ \ (432{,}9\ Kp/cm^2<5.000\ Kp/cm^2)\rightarrow RECUPERA\ \ l_0$$

$$b)\ \Delta l=\frac{F\cdot l_0}{E\cdot S_0}\begin{cases}F=8.500\ Kp\ ; & l_0=400\ mm=40\ cm\\ E=2{,}1\cdot 10^6\ Kp/cm^2\ ; & S_0=19{,}635\ cm^2\end{cases}$$

$$\Delta l=\frac{8.500\ Kp\cdot 40\ cm}{2{,}1\cdot 10^6\ Kp/cm^2\cdot 19{,}635\ cm^2}=8{,}245\cdot 10^{-3}\ cm=8{,}245\cdot 10^{-2}\ mm$$

$$\varepsilon=\frac{\Delta l}{l_0}\cdot 100=\frac{8{,}245\cdot 10^{-2}\ mm}{400\ mm}\cdot 100=0{,}0206\ \%$$

$$c)\ n=\frac{\sigma_E}{\sigma_T}\ ;\quad \sigma_T=\frac{\sigma_E}{n}=\frac{5.000\ Kp/cm^2}{5}=1.000\ Kp/cm^2$$

$$F_{\text{máx}\,ima}=\sigma_T\cdot S_0=1.000\ Kp/cm^2\cdot 19{,}635\ cm^2=19.635\ Kp$$

$$d)\ \Delta l=50\cdot 10^{-2}\ mm=5\cdot 10^{-2}\ cm=0{,}05\ cm$$

$$0{,}05\ cm=\frac{8.500\ Kp\cdot 40\ cm}{2{,}1\cdot 10^6\ Kp/cm^2\cdot S}\ ;\ S=\frac{8.500\ Kp\cdot 40\ cm}{2{,}1\cdot 10^6\ Kp/cm^2\cdot 0{,}05\ cm}=3{,}24\ cm^2$$

$$S=3{,}24\ cm^2\ \rightarrow\ D=\sqrt{\frac{4\cdot 3{,}24}{\pi}}=2{,}03\ cm\ \ \rightarrow\ \ D_{\text{mín}\,imo.}=20{,}3\ mm$$

13- ¿Cuál será el alargamiento soportado por una barra cuadrada de 1,20 cm de lado y 12 cm de longitud, si está sometida a una carga de tracción de 9 kN, siendo su módulo de elasticidad (índice de Young) de 2 MN/cm^2 y su límite de proporcionalidad 95 MPa ?

Si la carga fuera de 75 kN, ¿qué se podría decir del alargamiento ?

$a)$

$$S_0 = l^2 = (1{,}20\,cm)^2 = 1{,}44\,cm^2 = 1{,}44 \cdot 10^{-4}\,m^2$$

$$\sigma_{RABAJO} = \frac{F}{S_0} = \frac{9 \cdot 10^3\,N}{1{,}44 \cdot 10^{-4}\,m^2} = 6{,}25 \cdot 10^7\,N/m^2 = 62{,}5\,MPa$$

$$Como: \sigma_{RABAJO}\,(62{,}5\,MPa) < \sigma_{PROPORCIONAL}\,(95\,MPa) \rightarrow Zona\ de\ proporcionalidad$$

$$\rightarrow Ley\ de\ Hooke$$

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot S_0} \quad \begin{cases} F = 9000\,N; \quad l = 12\,cm = 0{,}12\,m \\ S_0 = 1{,}44 \cdot 10^{-4}\,m^2; \quad E = 2\,MN/cm^2 = 2 \cdot 10^{10}\,N/m^2\,(Pa) \end{cases}$$

$$\Delta l = \frac{9000\,N \cdot 0{,}12\,m}{2 \cdot 10^{10}\,N/m^2 \cdot 1{,}44 \cdot 10^{-4}\,m^2} = 0{,}375 \cdot 10^{-3}\,m \rightarrow \Delta l = 0{,}375\,mm$$

$$Para: F = 75\,KN \quad \rightarrow \quad \sigma_{RABAJO} = \frac{F}{S_0} = \frac{75 \cdot 10^3\,N}{1{,}44 \cdot 10^{-4}\,m^2} = 5{,}21 \cdot 10^8\,N/m^2 = 521\,MPa$$

$$Como: \sigma_{RABAJO}\,(521\,MPa) > \sigma_{PROPORCIONAL}\,(95\,MPa) \rightarrow Zona\ plástica$$

$$\rightarrow NO\ se\ cumple\ la\ Ley\ de\ Hooke\ y\ el\ al\mathrm{arg}amiento\ es\ PERMANENTE$$

14- Una barra cilíndrica de acero, con un límite elástico de 5000 Kp / cm^2, se encuentra sometida a una carga de tracción de 8200 Kp. Sabiendo que la longitud de la barra es de 380 mm, y su módulo de elasticidad
(índice de Young) de 2,1· 10^6 Kp / cm^2, calcula el *diámetro* de la barra para que su alargamiento no supere las 42 centésimas de milímetro.

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot S_o} \quad \begin{cases} F = 8200\ Kp\,; \quad l = 380\ mm = 38\ cm \\ E = 2{,}1 \cdot 10^6\ Kp/cm^2\,; \quad \Delta l = 0{,}42\ mm = 4{,}2 \cdot 10^{-2}\ cm \end{cases}$$

$$\Delta l = 4{,}2 \cdot 10^{-2}\ cm = \frac{8200\ Kp \cdot 38\ cm}{2{,}1 \cdot 10^6\ Kp/cm^2 \cdot S_o}$$

$$S_o = \frac{8200\ Kp \cdot 38\ cm}{2{,}1 \cdot 10^6\ Kp/cm^2 \cdot 4{,}2 \cdot 10^{-2}\ cm} = 3{,}533\ cm^2$$

$$\sigma_{TRABAJO} = \frac{F}{S_0} = \frac{8200\ Kp}{3{,}533\ cm^2} \approx 2321\ Kp/cm^2$$

$$Como:\ \sigma_{TRABAJO}\ (2321\ Kp/cm^2) < \sigma_{ELASTICO}\ (5000\ Kp/cm^2)$$

$$\rightarrow No\ deformación\ permanente \rightarrow Zona\ de\ proporcionalidad \rightarrow Ley\ Hooke$$

$$S_o = \pi \cdot \frac{D^2}{4} \rightarrow D^2 = \frac{4 \cdot S_o}{\pi} = \frac{4 \cdot 3{,}533\ cm^2}{\pi} = 4{,}498\ cm^2\,; D = \sqrt{4{,}498\ cm^2} = 2{,}12\ cm$$

15- Una barra cilíndrica de un acero con límite elástico (σ_E) de 310 M Pa, va a ser sometido a una carga de 12500 N. Si la longitud inicial de la barra es de 350 mm. ¿ Cuál debe ser el diámetro de la barra si no queremos que ésta se alargue, más de 0,50 mm. ?. DATO: módulo elástico del acero, E = 22 · 10^4 M Pa.

*** Al realizar el ensayo de resiliencia con péndulo de Charpy, de dicho acero, el trabajo absorbido al romper una probeta tipo Mesnager (S = 10 mm x 8 mm) fue de 8,50 kpm. ¿ Cuál es la resiliencia de dicho acero, expresada en unidades S.I. ?**

<u>TRACCIÓN:</u>

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot S_o}; \quad 0{,}50 \cdot 10^{-3} = \frac{12500 \cdot 350 \cdot 10^{-3}}{22 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot S_o}$$

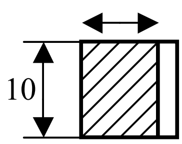
$$S_o = \frac{12500 \cdot 350 \cdot 10^{-3}}{22 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0{,}50 \cdot 10^{-3}} = \frac{1{,}25 \cdot 3{,}5 \cdot 10^6}{1{,}1 \cdot 10^{11}} = \frac{4{,}375 \cdot 10^6}{1{,}1 \cdot 10^{11}} = 3{,}977 \cdot 10^{-5}\, m^2$$

$$S_o = \pi \cdot \frac{D^2}{4} \quad \rightarrow \quad D^2 = \frac{4 \cdot S_o}{\pi} = \frac{4 \cdot 3{,}977 \cdot 10^{-5}}{\pi} = 50{,}64 \cdot 10^{-6}\, m^2$$

$$D = \sqrt{50{,}64 \cdot 10^{-6}} = 7{,}116 \cdot 10^{-3}\, m$$

$$= 7{,}116\, mm$$

<u>RESILIENCIA:</u>



S = 8· 10 = 80 mm^2

$$T = 8{,}5\, kpm$$

$$\rho = \frac{T}{S} = \frac{8\, kpm}{0{,}80\, cm^2} = 10{,}625\, kpm/cm^2$$

$$10{,}625\, kpm/cm^2 = 10{,}625\, kpm/cm^2 \cdot \frac{9{,}8N}{1kp} \cdot \frac{1J}{1N \cdot m} \cdot \frac{10000 cm^2}{1m^2} = 10{,}41 \cdot 10^5\, J/m^2$$

16. **NUEVO 2011/12 Calcular la fuerza máxima que puede soportar una barra de acero de 12 mm de diámetro y 6 m de longitud sin que se produzca deformación plástica. Calcular también el alargamiento producido en estas condiciones considerando que se pudiera aplicar la Ley de Hooke. Repetir el ejercicio suponiendo un coeficiente de seguridad de 3.**

DATOS: σ_E = 2500 kgf/cm^2. E = 2,1·10^6 kgf/cm^2.

Sección de la barra: $S = \frac{\Pi \cdot D^2}{4} = 1{,}1309 \text{ cm}^2$

La fuerza máxima que podemos aplicar es la que da lugar a unas tensiones iguales al límite elástico

F= $\sigma_E \cdot S$ = **2827,43 kgf**

Calculamos el alargamiento aplicando la ley de Hooke (ley solamente aplicable hasta el límite proporcional pero que aplicaremos en este ejercicio al no disponer de más datos)

Alargamiento unitario $\varepsilon = \sigma_E/E = 1{,}19\cdot10^{-3}$

$\Delta l = \varepsilon \cdot l_0$ = **7,14 mm**

Para un coeficiente de seguridad de 3 la tensión máxima de trabajo sería: $\sigma_t = \sigma_E/3$ = 833,3 kgf/cm^2.

Procediendo igual que en el caso anterior obtenemos una fuerza máxima de **942,41 kgf** (fuerza máxima a partir de la cual se superaría la tensión de trabajo) y un alargamiento de **2,38 mm.**

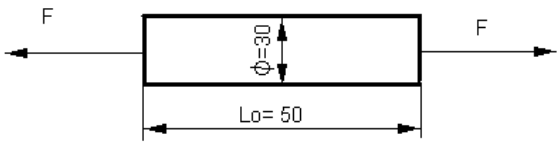
17. NUEVO 2011/12 Una pieza de latón deja de tener comportamiento elástico para esfuerzos superiores a 345MPa. El módulo de elasticidad del latón es de $10,3\cdot10^4$ MPa. Determinar:
a) Tensión máxima que puede aplicarse a una probeta de 150 mm^2 de sección sin que se produzca deformación plástica.
b) ¿Cuál es la longitud máxima a la que puede ser estirada sin que se produzca deformación plástica (considérese posible aplicar la ley de Hooke)? Dato: longitud de la pieza 70 mm.

Del enunciado se deduce que el límite elástico del latón es de 345 MPa.
a) Tensión máxima = límite elástico = **345 MPa.**
b) l_0 = 70 mm. La longitud máxima es la correspondiente al límite elástico

$\varepsilon = \sigma_E/E = 3,34\cdot10^{-3}$ $\Delta l = \varepsilon\cdot l_0 = 0,234$ mm

Por tanto se puede estirar hasta **70,234 mm.**

18. NUEVO 2011/12 La pieza de la figura es de acero al carbono semisuave estirado en frío y tiene un límite elástico de 3900 Kgf/cm^2. Se somete a un fuerza F de 6000 Kgf y se desea calcular:
DATO: E = $2{,}1 \cdot 10^6$ kgf/cm^2.



a) Tensión de trabajo σ_t.
b) Coeficiente de seguridad n.
c) Alargamiento de la barra.

a) Sección de la pieza : $S = \dfrac{\Pi \cdot D^2}{4}$ = 7 cm^2.

Tensión de trabajo: σ_t = F/S = **857,14 kgf/cm^2.**

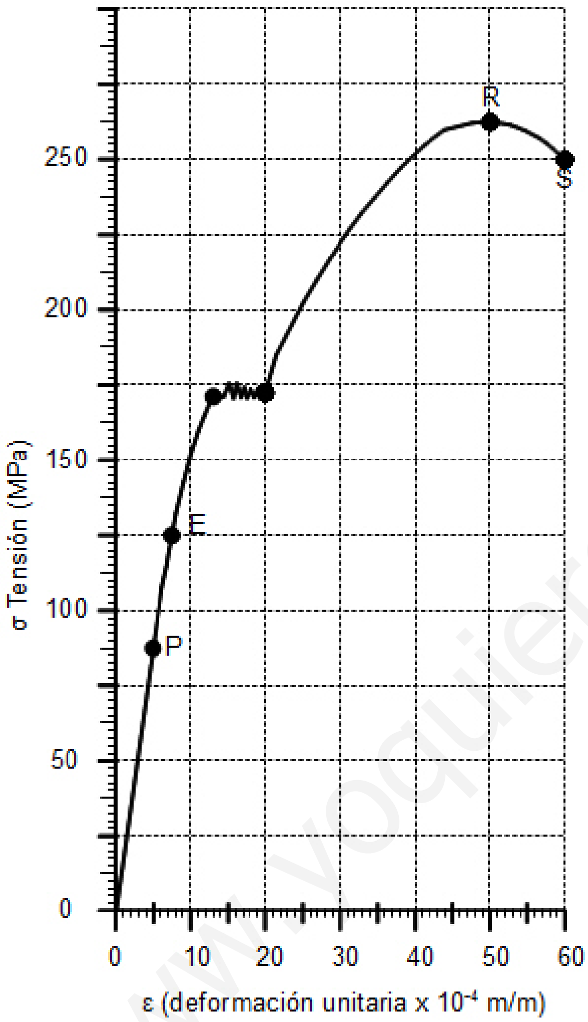
b) Coeficiente de seguridad **n** respecto el límite elástico: n = σ_E / σ_t = 3900/847,14 = **4,6**

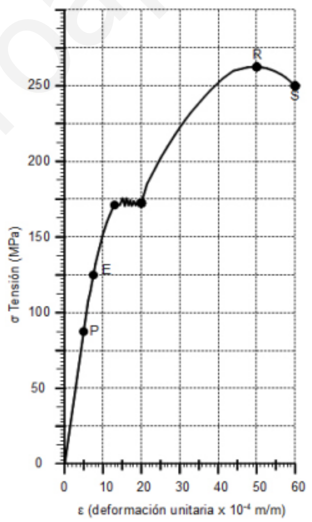
c) $\varepsilon = \sigma t/E = 4{,}034 \cdot 10^{-4}$ $\Delta l = \varepsilon \cdot l_0$ = **0,0202 mm**

19. **NUEVO 2011/12 El diagrama de la figura anterior representa el resultado de un ensayo de tracción. Se pide.**

a) Identificar los puntos significativos del diagrama indicando la tensión y la deformación correspondiente a cada uno.

b) Determinar el módulo de elasticidad del material expresando su valor en SI y en kp/cm^2.





SOLUCIÓN

a) Se indican en la siguiente tabla:

PUNTO	P	E	R	S
NOMBRE	Límite de proporcionalidad	Límite elástico	Resistencia tracción	Rotura
TENSIÓN	87,5 MPa	125 MPa	262,5 MPa	250 MPa
DEFORMACIÓN	$5\cdot10^{-4}$	$8\cdot10^{-4}$	$50\cdot10^{-4}$	$60\cdot10^{-4}$

a) Determinación del módulo de elasticidad o módulo de Young:

El diagrama propuesto presenta una zona de proporcionalidad (OP), donde se cumple la ley de Hooke. Hasta que se traspasa el límite de proporcionalidad la tensión se relaciona con la deformación a través de la ecuación explícita de la recta que pasa por el origen de coordenadas.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

El módulo de elasticidad es la pendiente de este fragmento inicial de la curva tensión v.s. deformación. Para el cálculo de esta pendiente se eligen dos puntos arbitrarios de la recta. Por simplicidad se toman el origen de coordenadas y el propio punto P.

Puesto que la deformación normal es un cociente, y consiguientemente adimensional, el módulo de elasticidad tiene las mismas unidades que la tensión.

$$E = pendiente = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{87{,}5-0}{5\cdot 10^{-4}-0} = 175.000\,MPa = 17{,}5\cdot 10^{4}\,MPa$$

$$175.000\,MPa \times \frac{10^{6}\,Pa}{1\,MPa} \times \frac{1\frac{N}{m^{2}}}{1\,Pa} \times \frac{1\,kp}{9{,}81\,N} \times \frac{1\,m^{2}}{10^{4}\,cm^{2}} = 1{,}78\cdot 10^{6}\,\frac{kp}{cm^{2}}$$

20. NUEVO 2011/12 La dureza Brinell de un determinado metal es de 200 kp/mm^2. Determinar el diámetro de la huella sabiendo que el ensayo se realizó con una bola de 10 mm de diámetro y una constante de ensayo de 20. Comentar la fiabilidad del ensayo (en función del diámetro de la huella y el diámetro de la bola). ¿Cuál sería el valor promedio de las diagonales de la huella si practicamos el ensayo Vickers sobre el mismo material con una carga de 10 kp?

Calculamos la fuerza aplicada: $F = k\,D^2 = 20\cdot 10^2 = 2000$ kgf

De la expresión $HB = \dfrac{F}{\frac{\Pi D}{2}\left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right)}$ despejamos **d** y sustituyendo se obtiene el valor:

$$d = \sqrt{D^2 - \left(D - \frac{F}{\frac{\pi D}{2} HB}\right)^2} = \mathbf{3{,}5\ mm.}$$

En cuanto a la fiabilidad del ensayo sabemos que el diámetro de la huella debe comprendido entre:

D/4 < d < D/2, en nuestro caso: 2,5 < **3,5** < 5, se cumple por tanto podemos decir que el ensayo **es fiable.**

Para estos valores de dureza prácticamente coinciden las escalas Brinell y Vickers. Por tanto, si HB = HV, para calcular el valor de las diagonales despejamos **d** de la expresión que nos indica el valor de dureza Vickers:

$$d = \sqrt{\frac{1{,}8543\cdot F}{HV}} = \mathbf{0{,}304\ mm.}$$

21. **NUEVO 2011/12** Para determinar la dureza Brinell de un material se ha utilizado una bola de 5 mm de diámetro y se ha elegido una constante K = 30, obteniéndose una huella de 1,80 mm de diámetro. Calcula:

a) ***Dureza Brinell*** del material.

b) ***Profundidad de la huella***.

$a)$

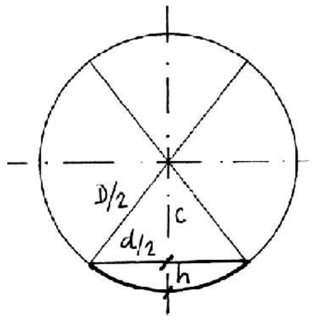
$$K = \frac{F}{D^2}; \quad F = K \cdot D^2 = 30\,\frac{Kp}{mm^2} \cdot (5\,mm)^2 = 750\,Kp$$

$$H_B = \frac{F}{\frac{\pi \cdot D}{2} \cdot (D - \sqrt{D^2 - d^2})} = \frac{2 \cdot 750\,Kp}{\pi \cdot 5\,mm \cdot (5\,mm - \sqrt{(5\,mm)^2 - (1{,}8\,mm)^2})} = 284{,}85\,\frac{Kp}{mm^2}$$

$b)$

$$c = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{5\,mm}{2}\right)^2 - \left(\frac{1{,}8\,mm}{2}\right)^2} = 2{,}332\,mm$$

$$h = \frac{D}{2} - c = \frac{5}{2}\,mm - 2{,}332\,mm = 0{,}168\,mm$$



22. **NUEVO 2012/13** En un determinado ensayo de dureza Brinell se aplica una carga de 1600 Kp a un penetrador de diámetro 8 mm obteniéndose una huella de 3,15 mm de diámetro.

a) ¿cuál es la dureza de este material?

b) ¿Obtendrías el mismo valor de dureza si el diámetro del penetrador fuese de 6 mm y la carga de 900 Kp?

c) En ese caso, ¿cuál sería el diámetro de su huella?

SOLUCIÓN

$$a)\quad HB = \frac{F}{S}\,; \quad S = \frac{\pi \cdot D}{2} \cdot (D - \sqrt{D^2 - d^2})$$

$$HB = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot D \cdot (D - \sqrt{D^2 - d^2})} = \frac{2 \cdot 1600\ Kp}{\pi \cdot 8\ mm \cdot (8\ mm - \sqrt{(8\ mm^2 - 3{,}15\ mm^2)})} = $$

$$= 197{,}02\ Kp / mm^2$$

$$b)\quad \left.\begin{array}{l} F = K \cdot D^2 \\ K_1 = \dfrac{F_1}{D_1^2} = \dfrac{1600\ Kp}{(8\ mm)^2} = 25 \\ K_2 = \dfrac{F_2}{D_2^2} = \dfrac{900\ Kp}{(6\ mm)^2} = 25 \end{array}\right\} K_1 = K_2 \rightarrow Luego: MISMO\ VALOR\ de\ H_B$$

$$c)\quad 197{,}02\ Kp / mm^2 = \frac{2 \cdot 900\ Kp}{\pi \cdot 6\ mm \cdot (6\ mm - \sqrt{(6\ mm)^2 - d^2}} \rightarrow \quad d = 2{,}36\ mm$$

23. **NUEVO 2012/13** En una pieza sometida a un ensayo de dureza Brinell, con una carga de 500 kg y un diámetro de bola de 5 mm, se ha obtenido un diámetro de huella de 2,3 mm.

a) Halla el grado de dureza Brinell.

b) Determina la dureza Vickers de una pieza de acero que, sometida a una carga de 120 kg, produce una huella de 0,5 mm de diagonal.

SOLUCIÓN

a)

Brinell

$$H_B = \frac{F}{\frac{\pi \cdot D}{2} \cdot (D - \sqrt{D^2 - d^2})} = \frac{2 \cdot 500\ Kp}{\pi \cdot 5\ mm \cdot (5\ mm - \sqrt{(5\ mm)^2 - (2{,}3\ mm)^2})} =$$

$$= 113{,}60 \frac{Kp}{mm^2}$$

b)

Vickers

$$HV = 1{,}854 \cdot \frac{120}{(0{,}5)^2} = \frac{120}{0{,}25} = 889{,}92\ kp / mm^2 \quad \rightarrow \quad H_V \approx 890$$

24. **NUEVO 2012/13** En una pieza con dureza Brinell de 300 HB, se ha aplicado una carga de 500 kg.

a) Si se ha utilizado como penetrador una bola de 10 mm, ¿cuál será el diámetro de la huella producida?

b) En un ensayo con el péndulo Charpy, la maza de 20 kg cayó sobre una probeta de 60 mm^2 de sección, desde una altura de 1 m, y se elevó 40 cm después de la rotura. Obtener el resultado del ensayo.

SOLUCIÓN

a)
Brinell

$$HB = \frac{2F}{\pi \cdot D \cdot \left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right)} \Rightarrow 300 = \frac{2 \cdot 500}{\pi \cdot 10 \cdot \left(10 - \sqrt{10^2 - d^2}\right)}$$

$$d = 1{,}45\, mm$$

b)
Charpy

$$\rho = \frac{T}{S} = \frac{F \cdot (h_1 - h_2)}{S} = \frac{20 \cdot 9{,}8 \cdot (1 - 0{,}4)}{60 \cdot 10^{-6}} = \frac{117{,}6\, N \cdot m}{60 \cdot 10^{-6}\, m^2} = 1{,}96 \cdot 10^6\, J/m^2$$