

**1. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:**

a)  $f(x) = 2x + 1$  función polinómica  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R}$

b)  $f(x) = x^3 - x - 8$  función polinómica  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R}$

c)  $f(x) = x^2 + x + 1$  función polinómica  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R}$

d)  $f(x) = x^9 - 6x^4 + 9$  función polinómica  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R}$

e)  $f(x) = x^5 - 2x + 6$  función polinómica  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R}$

f)  $f(x) = (x-1)^3$  función polinómica  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R}$

g)  $f(x) = \frac{1}{7-3x}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/7 - 3x = 0\} = \mathfrak{R} - \left\{\frac{7}{3}\right\}$

$$7 - 3x = 0 \Rightarrow -3x = -7 \Rightarrow x = \frac{7}{3}$$

h)  $f(x) = \frac{1}{4x^2 - 1}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^2 - 1 = 0\} = \mathfrak{R} - \left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$

$$4x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ o } x = \frac{1}{2}$$

i)  $f(x) = \frac{x^7 - 2}{x^2 - 4x + 3}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^2 - 4x + 3 = 0\} = \mathfrak{R} - \{1, 3\}$

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

j)  $f(x) = \frac{1}{x^3}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^3 = 0\} = \mathfrak{R} - \{0\}$

$$x^3 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{0} \Leftrightarrow x = 0$$

k)  $f(x) = \frac{7}{x^2 - 5}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^2 - 5 = 0\} = \mathfrak{R} - \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$

$$x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5}$$

l)  $f(x) = \frac{1}{x^4 - 1}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^4 - 1 = 0\} = \mathfrak{R} - \{-1, 1\}$

$$x^4 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^4 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt[4]{1} \Leftrightarrow x = \pm 1$$

m)  $f(x) = \frac{1}{x^3 + 1}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^3 + 1 = 0\} = \mathfrak{R} - \{-1\}$

$$x^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^3 = -1 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{-1} \Leftrightarrow x = -1$$

n)  $f(x) = \frac{7x + 9}{x^3 + 8}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^3 + 8 = 0\} = \mathfrak{R} - \{-2\}$

$$x^3 + 8 = 0 \Leftrightarrow x^3 = -8 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{-8} \Leftrightarrow x = -2$$

o)  $f(x) = \frac{3}{2 - x^2}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/2 - x^2 = 0\} = \mathfrak{R} - \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

$$2 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

p)  $f(x) = \frac{x-1}{x^4-3x^2-4}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^4 - 3x^2 - 4 = 0\}$

➤  $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$  ecuación bicuadrada

➤ Cambio de variable  $x^2 = t \Rightarrow t^2 - 3t - 4 = 0$

$$t^2 - 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2} = \begin{cases} t = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \\ x = -1 \Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow \text{no tiene solución real} \end{cases}$$

➤ Por tanto,  $Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^4 - 3x^2 - 4 = 0\} = \mathfrak{R} - \{-2, 2\}$

q)  $f(x) = \frac{x}{x^6-7x^3-8}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^6 - 7x^3 - 8 = 0\}$

➤  $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$

➤ Cambio de variable  $x^3 = t \Rightarrow t^2 - 7t - 8 = 0$

$$t^2 - 7t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{7 \pm \sqrt{49+32}}{2} = \frac{7 \pm 9}{2} = \begin{cases} t = 8 \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow x = 2 \\ x = -1 \Rightarrow x^3 = -1 \Rightarrow x = \sqrt[3]{-1} \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

➤ Por tanto,  $Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^6 - 7x^3 - 8 = 0\} = \mathfrak{R} - \{-1, 2\}$

r)  $f(x) = \frac{x^3-6x^2+4x+8}{x^3-x^2-9x+9}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^3 - x^2 - 9x + 9 = 0\}$

➤  $x^3 - x^2 - 9x + 9 = 0$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -1 & -9 & 9 \\ 1 & & +1 & 0 & -9 \\ \hline & 1 & 0 & -9 & 0 \end{array}$$

$$x^3 - x^2 - 9x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-1) \cdot (x^2 - 9) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow \underline{x=1} \\ x^2-9=0 \Rightarrow \underline{x=\pm 3} \end{cases}$$

➤ Por tanto,  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^3 - x^2 - 9x + 9 = 0\} = \mathfrak{R} - \{-3, 1, 3\}$

s)  $f(x) = \frac{x^2-3}{x^3-2x^2-x+2}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0\}$

➤  $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -2 & -1 & +2 \\ 1 & & +1 & -1 & -2 \\ \hline & 1 & -1 & -2 & 0 \end{array}$$

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1) \cdot (x^2 - x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow \underline{x=1} \\ x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} x=2 \\ x=-1 \end{cases} \end{cases}$$

➤ Por tanto,  $Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0\} = \mathfrak{R} - \{-1, 1, 2\}$

**t)**  $f(x) = \frac{x+13}{x^4 + x^3 - 3x^2 - 3x}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^4 + x^3 - 3x^2 - 3x = 0\}$

➤  $x^4 + x^3 - 3x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x \cdot (x^3 + x^2 - 3x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^3 + x^2 - 3x - 3 = 0 \end{cases}$

➤  $x^3 + x^2 - 3x - 3 = 0$

	1	+1	-3	-3
-1		-1	0	+3
	1	0	-3	0

$$x^3 + x^2 - 3x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x+1) \cdot (x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow \underline{x=-1} \\ x^2 - 3 = 0 \Rightarrow \underline{x = \pm\sqrt{3}} \end{cases}$$

➤ Por tanto,  $Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^4 + x^3 - 3x^2 - 3x = 0\} = \mathfrak{R} - \{0, -1, -\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$

**u)**  $f(x) = \frac{x^7 - 2}{x^2 - 3x + 4}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^2 - 3x + 4 = 0\}$

$x^2 - 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9-16}}{2} = \text{no tiene solución real}$

Por tanto,  $Dom(f) = \mathfrak{R}$

**v)**  $f(x) = \frac{x-1}{x^2 + 4}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^2 + 4 = 0\}$

$x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -4 \Leftrightarrow x = \sqrt{-4} \Rightarrow \text{no tiene solución real}$

Por tanto,  $Dom(f) = \mathfrak{R}$

**w)**  $f(x) = \frac{7x+9}{81x^4 - 16}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/81x^4 - 16 = 0\}$

$81x^4 - 16 = 0 \Leftrightarrow 81x^4 = 16 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \pm\frac{2}{3}$

Por tanto,  $Dom(f) = \mathfrak{R} - \left\{-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right\}$

x)  $f(x) = \frac{7x+9}{x^4+16}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^4+16=0\}$

$$x^4+16=0 \Leftrightarrow x^4=-16 \Leftrightarrow x=\sqrt[4]{-16} \Rightarrow \text{no tiene solución real}$$

Por tanto,  $Dom(f) = \mathfrak{R}$

y)  $f(x) = \frac{2-x}{(x+1)^5}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/(x+1)^5=0\} = \mathfrak{R} - \{-1\}$

$$(x+1)^5=0 \Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$$

z)  $f(x) = \frac{5x^3-8}{1+x+x^2}$  función racional  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/1+x+x^2=0\}$

$$1+x+x^2=0 \Leftrightarrow x^2+x+1=0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = \text{no tiene solución real}$$

Por tanto,  $Dom(f) = \mathfrak{R}$

## 2. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = 6x - 2\sqrt{x} + 8 \rightarrow Dom(f) = Dom(y = \sqrt{x}) = [0, +\infty)$

b)  $f(x) = \sqrt{2+x} - \sqrt{3-x}$

➤  $y = \sqrt{2+x} \rightarrow \text{Dominio} = \{x/2+x \geq 0\} = [-2, +\infty)$

➤  $y = \sqrt{3-x} \rightarrow \text{Dominio} = \{x/3-x \geq 0\} = (-\infty, 3]$

Por tanto,  $Dom(f) = [-2, +\infty) \cap (-\infty, 3] = [-2, 3]$

c)  $f(x) = \sqrt{4-2x}$  función radical con índice par  $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathfrak{R}/4-2x \geq 0\} = (-\infty, 2]$

$$4-2x \geq 0 \Rightarrow -2x \geq -4 \Rightarrow x \leq \frac{-4}{-2} \Rightarrow x \leq 2$$

d)  $f(x) = \sqrt[3]{4-2x}$  función radical con índice impar  $\rightarrow Dom(f) = Dom(y = 4-2x) = \mathfrak{R}$

e)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-2x}}$  función radical con índice par  $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathfrak{R}/4-2x > 0\} = (-\infty, 2)$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha de ser estrictamente mayor que 0.

$$4-2x > 0 \Rightarrow -2x > -4 \Rightarrow x < \frac{-4}{-2} \Rightarrow x < 2$$

f)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{4-2x}}$  función radical con índice impar  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{2\}$

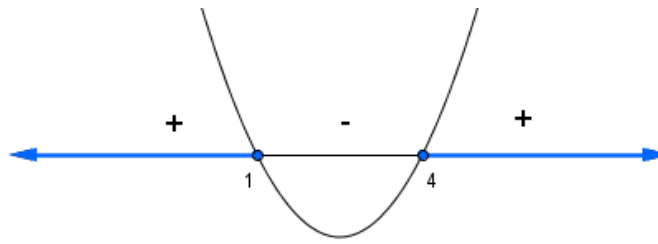
Nota: El denominador no puede ser 0  $\Rightarrow \sqrt[3]{4-2x} \neq 0 \Leftrightarrow 4-2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$

g)  $f(x) = \sqrt[4]{x^2-5x+4}$  función radical con índice par  $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathfrak{R}/x^2-5x+4 \geq 0\}$

Tenemos que resolver la inecuación:  $x^2-5x+4 \geq 0$

Ceros

$$x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} x=4 \\ x=1 \end{cases}$$



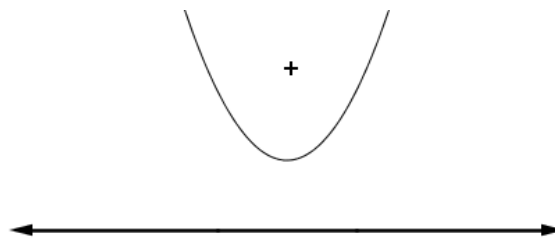
Por tanto,  $Dom(f) = (-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$

**h)**  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$  función radical con índice par  $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathfrak{R} / x^2 - 2x + 3 \geq 0\}$

Tenemos que resolver la inecuación:  $x^2 - 2x + 3 \geq 0$

Ceros

$$x^2 - 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 12}}{2} \Rightarrow \text{no tiene solución real}$$



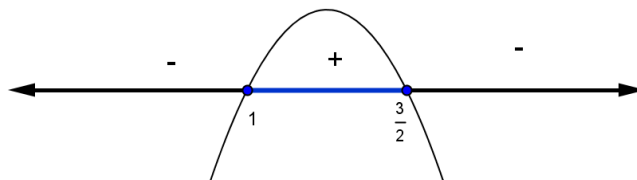
Por tanto,  $Dom(f) = \mathfrak{R}$

**i)**  $f(x) = \sqrt{-2x^2 + 5x - 3}$  función radical con índice par  $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathfrak{R} / -2x^2 + 5x - 3 \geq 0\}$

Tenemos que resolver la inecuación:  $-2x^2 + 5x - 3 \geq 0$

Ceros

$$-2x^2 + 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{-4} = \frac{-5 \pm 1}{-4} = \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$



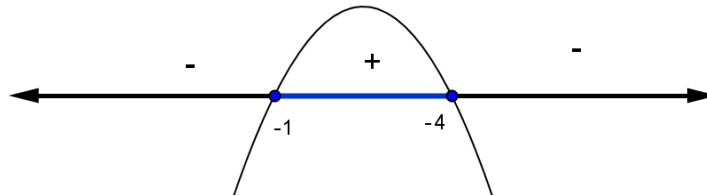
Por tanto,  $Dom(f) = \left[1, \frac{3}{2}\right]$

**j)**  $f(x) = \sqrt{3x - x^2 + 4}$  función radical con índice par  $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathfrak{R} / 3x - x^2 + 4 \geq 0\}$

Tenemos que resolver la inecuación:  $3x - x^2 + 4 \geq 0 \Rightarrow -x^2 + 3x + 4 \geq 0$

Ceros

$$-x^2 + 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{-2} = \frac{-3 \pm 5}{-2} = \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$



Por tanto,  $Dom(f) = [-1, 4]$

**k)**  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$  función radical con índice par  $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathfrak{R} / x > 0\} = (0, +\infty)$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha de ser estrictamente mayor que 0.

**l)**  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$  función radical con índice impar  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{0\}$

Nota: El denominador no puede ser 0  $\Rightarrow \sqrt[3]{x} \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$

**m)**  $f(x) = \sqrt[5]{x^2 - 1}$  función radical con índice impar  $\rightarrow Dom(f) = Dom(y = x^2 - 1) = \mathfrak{R}$

**n)**  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{x^2 - 1}}$  función radical con índice impar  $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{-1, 1\}$

Nota: El denominador no puede ser 0  $\Rightarrow \sqrt[5]{x^2 - 1} \neq 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$

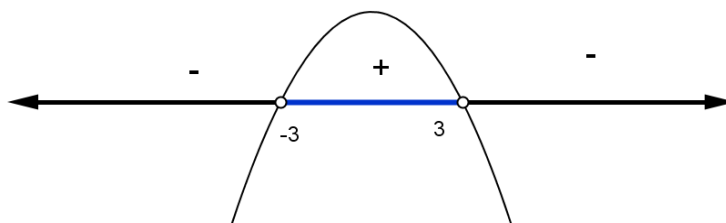
**o)**  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{9 - x^2}}$  función radical con índice par  $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathfrak{R} / 9 - x^2 > 0\}$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha de ser estrictamente mayor que 0.

➤  $9 - x^2 > 0 \Rightarrow -x^2 + 9 > 0$

Ceros

$$-x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$$



➤ Por tanto,  $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathfrak{R} / 9 - x^2 > 0\} = (-3, 3)$

**p)**  $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x}}$  función radical con índice par  $\rightarrow Dom(f) = \left\{x \in \mathfrak{R} / \frac{x-1}{x} \geq 0\right\}$

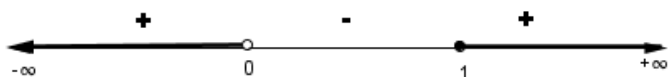
Tenemos que resolver la inecuación:  $\frac{x-1}{x} \geq 0$

Ceros

$$x-1=0 \Leftrightarrow x=1$$

Polos

$$x=0$$



Por tanto,  $Dom(f) = (-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$

q)  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x-1}{x}}$  función radical con índice impar  $\rightarrow Dom(f) = Dom\left(y = \frac{x-1}{x}\right) = \mathfrak{R} - \{0\}$

r)  $f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x-2}}$  función radical con índice par  $\rightarrow Dom(f) = \left\{x \in \mathfrak{R} / \frac{x+3}{x-2} \geq 0\right\}$

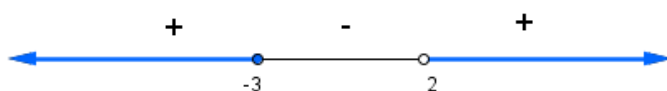
Tenemos que resolver la inecuación:  $\frac{x+3}{x-2} \geq 0$

Ceros

$$x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$$

Polos

$$x-2=0 \Leftrightarrow x=2$$



Por tanto,  $Dom(f) = (-\infty, -3] \cup (2, +\infty)$

s)  $f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x-1}}$  función radical con índice par  $\rightarrow Dom(f) = \left\{x \in \mathfrak{R} / \frac{x^2}{x-1} \geq 0\right\}$

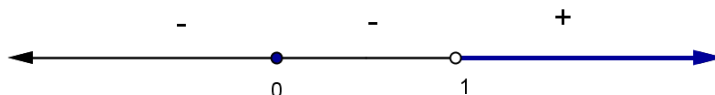
Tenemos que resolver la inecuación:  $\frac{x^2}{x-1} \geq 0$

Ceros

$$x^2=0 \Leftrightarrow x=0$$

Polos

$$x-1=0 \Leftrightarrow x=1$$



Por tanto,  $Dom(f) = \{0\} \cup (1, +\infty)$

t)  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x-2}{x^2-3x+2}}$  función radical con índice impar  $\rightarrow Dom(f) = Dom\left(y = \frac{x-2}{x^2-3x+2}\right) = \mathfrak{R} - \{1, 2\}$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases}$$

u)  $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x^2-3x+2}}$  función radical con índice par  $\rightarrow Dom(f) = \left\{ x \in \mathfrak{R} / \frac{x-2}{x^2-3x+2} \geq 0 \right\}$

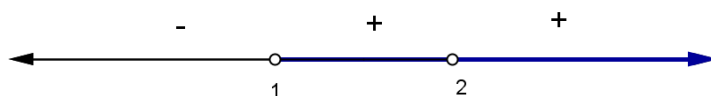
Tenemos que resolver la inecuación:  $\frac{x-2}{x^2-3x+2} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-2)}{(x-2)(x-1)} \geq 0$

Ceros

$$x-2=0 \Leftrightarrow x=2$$

Polos

$$x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases}$$



Por tanto,  $Dom(f) = (1,2) \cup (2,+\infty)$

v)  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{x^3-5x}}$  función radical con índice impar  $\rightarrow Dom(f) = Dom\left(y = \frac{1}{x^3-5x}\right) = \mathfrak{R} - \{x/x^3-5x=0\} = \mathfrak{R} - \{0, \pm\sqrt{5}\}$

$$x^3-5x=0 \Leftrightarrow x \cdot (x^2-5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2-5=0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$$

w)  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^6-5x+1}{x^2-4x+4}}$  función radical con índice impar  $\rightarrow Dom(f) = Dom\left(y = \frac{x^6-5x+1}{x^2-4x+4}\right) = \mathfrak{R} - \{x/x^2-4x+4=0\} = \mathfrak{R} - \{2\}$

$$x^2-4x+4=0 \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = \frac{4 \pm 0}{2} = \begin{cases} x=2 \\ x=2 \end{cases}$$

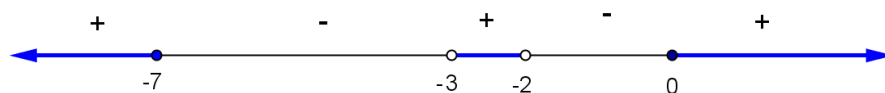
x)  $f(x) = \sqrt[4]{\frac{x(x+7)}{x^2+5x+6}}$  función radical con índice par  $\rightarrow Dom(f) = \left\{ x \in \mathfrak{R} / \frac{x(x+7)}{x^2+5x+6} \geq 0 \right\}$

Tenemos que resolver la inecuación:  $\frac{x(x+7)}{x^2+5x+6} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x(x+7)}{(x+2)(x+3)} \geq 0$

Ceros

Polos

$$x(x+7)=0 \Leftrightarrow x=0 \quad \text{ò} \quad x=-7 \quad \quad x^2+5x+6=0 \Leftrightarrow x=-3 \quad \text{ò} \quad x=-2$$



Por tanto,  $Dom(f) = (-\infty, -7] \cup (-3, -2) \cup [0, +\infty)$



y)  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-4}$

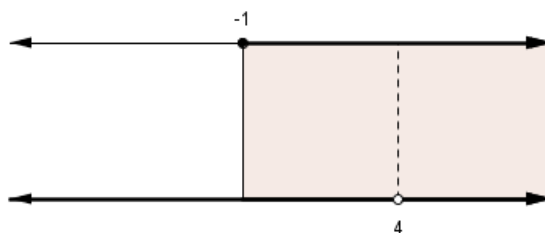
Como  $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow Dom(f) = [Dom(g) \cap Dom(h)] - \{x \in Dom(h) / h(x) = 0\}$  (Valores de  $x$  en los que  $g$

y  $h$  están definidas a la vez excepto aquellos en los que  $h$  se anula)

➤  $y = \sqrt{x+1} \rightarrow$  Dominio =  $\{x \in \mathbb{R} / x+1 \geq 0\} = [-1, +\infty)$

➤  $y = x-4 \rightarrow$  Dominio =  $\mathbb{R}$

$x-4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 4$



Por tanto,  $Dom(f) = [-1, 4) \cup (4, +\infty)$

z)  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-2x}$

Como  $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow Dom(f) = [Dom(g) \cap Dom(h)] - \{x \in Dom(h) / h(x) = 0\}$  (Valores de  $x$  en los que  $g$

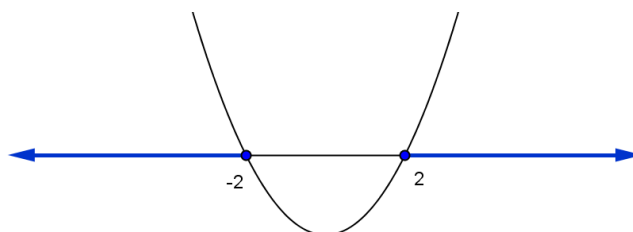
y  $h$  están definidas a la vez excepto aquellos en los que  $h$  se anula)

➤  $y = \sqrt{x^2-4} \rightarrow$  Dominio =  $\{x \in \mathbb{R} / x^2-4 \geq 0\} = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

Tenemos que resolver la inecuación:  $x^2-4 \geq 0$

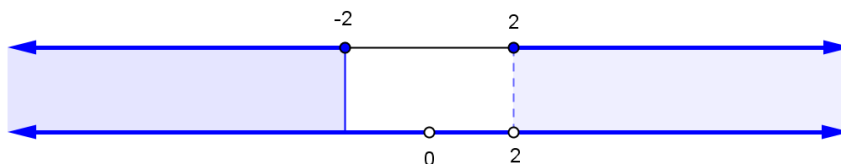
Ceros

$x^2-4=0 \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow x=\pm 2$



➤  $y = x^2-2x \rightarrow$  Dominio =  $\mathbb{R}$

$x^2-2x \neq 0 \Leftrightarrow x(x-2) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$  y  $x \neq 2$



Por tanto,  $Dom(f) = (-\infty, -2] \cup (2, +\infty)$

**aa)**  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{x^4 - 1}}$

Como  $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow Dom(f) = [Dom(g) \cap Dom(h)] - \{x \in Dom(h) / h(x) = 0\}$  (Valores de  $x$  en los que  $g$

y  $h$  están definidas a la vez excepto aquellos en los que  $h$  se anula)

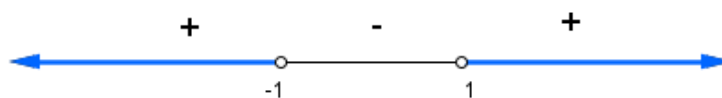
➤  $y = x^2 - 5x + 6 \rightarrow$  Dominio =  $\mathfrak{R}$

➤  $y = \sqrt{x^4 - 1} \rightarrow$  Dominio =  $\{x \in \mathfrak{R} / x^4 - 1 > 0\} = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$  (La desigualdad es estricta porque el denominador no puede ser 0)

Tenemos que resolver la inecuación:  $x^4 - 1 > 0$

Ceros

$$x^4 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^4 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt[4]{1} \Leftrightarrow x = -1 \quad \text{ò} \quad x = 1$$



Por tanto,  $Dom(f) = [\mathfrak{R} \cap (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)] = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

**bb)**  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^3 + 27}$

Como  $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow Dom(f) = [Dom(g) \cap Dom(h)] - \{x \in Dom(h) / h(x) = 0\}$  (Valores de  $x$  en los que  $g$

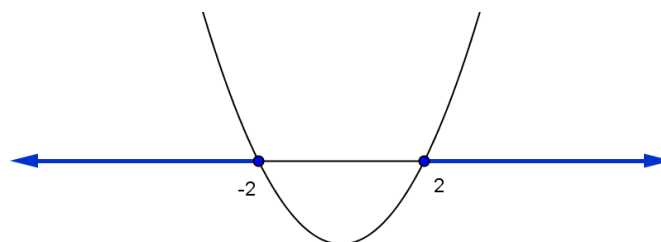
y  $h$  están definidas a la vez excepto aquellos en los que  $h$  se anula)

➤  $y = \sqrt{x^2 - 4} \rightarrow$  Dominio =  $\{x \in \mathfrak{R} / x^2 - 4 \geq 0\} = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

Tenemos que resolver la inecuación:  $x^2 - 4 \geq 0$

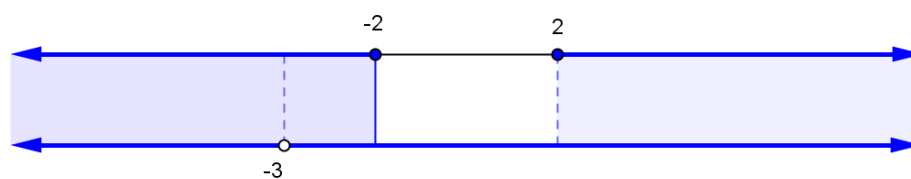
Ceros

$$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$$



➤  $y = x^3 + 27 \rightarrow$  Dominio =  $\mathfrak{R}$

$$x^3 + 27 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 \neq -27 \Leftrightarrow x \neq \sqrt[3]{-27} \Leftrightarrow x \neq -3$$



Por tanto,  $Dom(f) = (-\infty, -3) \cup (-3, -2] \cup [2, +\infty)$

**cc)**  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{\sqrt[3]{x - 6}}$

Como  $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow Dom(f) = [Dom(g) \cap Dom(h)] - \{x \in Dom(h) / h(x) = 0\}$  (Valores de  $x$  en los que  $g$

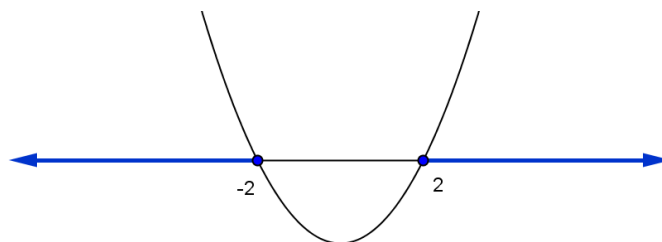
y  $h$  están definidas a la vez excepto aquellos en los que  $h$  se anula)

➤  $y = \sqrt{x^2 - 4} \rightarrow$  Dominio =  $\{x \in \mathfrak{R} / x^2 - 4 \geq 0\} = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

Tenemos que resolver la inecuación:  $x^2 - 4 \geq 0$

Ceros

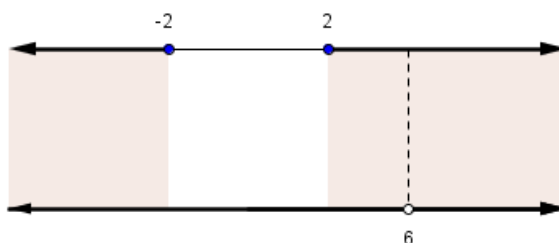
$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x = -2 \text{ ò } x = 2$



➤  $y = \sqrt[3]{x - 6} \rightarrow$  Dominio =  $\mathfrak{R}$

$\sqrt[3]{x - 6} \neq 0 \Leftrightarrow x - 6 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 6$

Por tanto,  $Dom(f) = (-\infty, -2] \cup [2, 6) \cup (6, +\infty)$



**dd)**  $f(x) = \frac{2x + 7}{\sqrt[3]{9 - x}}$

Como  $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow Dom(f) = [Dom(g) \cap Dom(h)] - \{x \in Dom(h) / h(x) = 0\}$  (Valores de  $x$  en los que  $g$

y  $h$  están definidas a la vez excepto aquellos en los que  $h$  se anula)

➤  $y = 2x + 7 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R}$

➤  $y = \sqrt[3]{9-x} \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R}$

$\sqrt[3]{9-x} \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 9 \rightarrow$  luego 9 no está en el dominio porque anula al denominador

Por tanto,  $\text{Dom}(f) = \mathfrak{R} - \{9\}$

ee)  $f(x) = \frac{2x+7}{\sqrt[6]{9-x}}$

Como  $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow \text{Dom}(f) = [\text{Dom}(g) \cap \text{Dom}(h)] - \{x \in \text{Dom}(h) / h(x) = 0\}$  (Valores de  $x$  en los que  $g$

y  $h$  están definidas a la vez excepto aquellos en los que  $h$  se anula)

➤  $y = 2x + 7 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R}$

➤  $y = \sqrt[6]{9-x} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathfrak{R} / 9-x > 0\} = (-\infty, 9)$  (mayor estricto porque el radical está en el denominador y, por tanto, no puede anularse)

Por tanto,  $\text{Dom}(f) = (-\infty, 9)$

### 3. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \ln(-3x+2) \rightarrow \text{Dom}(f) = \{x \in \mathfrak{R} / -3x+2 > 0\} = \left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$

$-3x+2 > 0 \Leftrightarrow -3x > -2 \Leftrightarrow x < \frac{2}{3}$

b)  $f(x) = \log \sqrt{-3x} \rightarrow \text{Dom}(f) = \{x \in \mathfrak{R} / \sqrt{-3x} > 0\} = (-\infty, 0)$

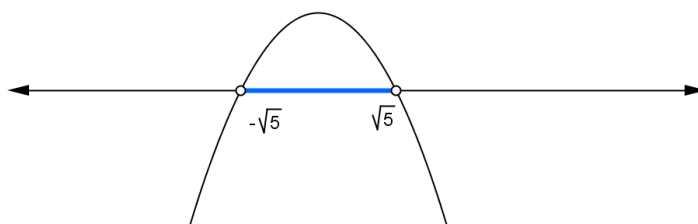
$\sqrt{-3x} > 0 \Leftrightarrow -3x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{0}{-3} \Leftrightarrow x < 0$

c)  $f(x) = \ln(5-x^2) \rightarrow \text{Dom}(f) = \{x \in \mathfrak{R} / 5-x^2 > 0\} = (-\sqrt{5}, \sqrt{5})$

Tenemos que resolver la inecuación :  $5-x^2 > 0 \Rightarrow -x^2+5 > 0$

Ceros

$-x^2+5=0 \Leftrightarrow x^2=5 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5}$



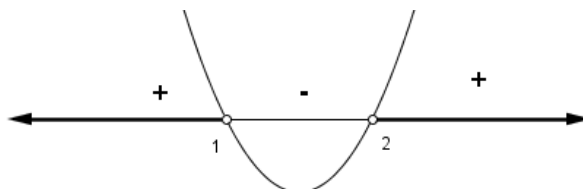
d)  $f(x) = \ln \sqrt[3]{x-1} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathfrak{R} / \sqrt[3]{x-1} > 0\} = \{x \in \mathfrak{R} / x-1 > 0\} = \{x \in \mathfrak{R} / x > 1\} = (1, +\infty)$

e)  $f(x) = \ln(x^2 - 3x + 2) \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathfrak{R} / x^2 - 3x + 2 > 0\} = (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$

Tenemos que resolver la inecuación:  $x^2 - 3x + 2 > 0$

Ceros

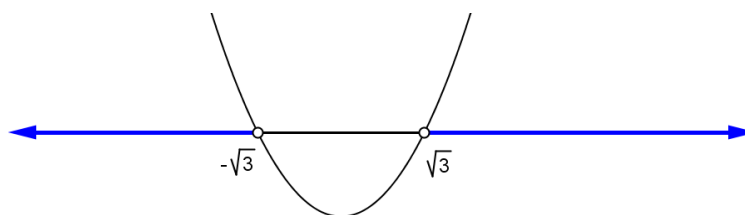
$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases}$$



Por tanto  $\text{Dom}(f) = (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$

f)  $f(x) = \log(x^2 - 3) \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathfrak{R} / x^2 - 3 > 0\} = (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$

Tenemos que resolver la inecuación:  $x^2 - 3 > 0$



g)  $f(x) = \log\left(\frac{-x^2 + x + 2}{x^2 + 2x - 15}\right) \rightarrow \text{Dom}(f) = \left\{x \in \mathfrak{R} / \frac{-x^2 + x + 2}{x^2 + 2x - 15} > 0\right\}$

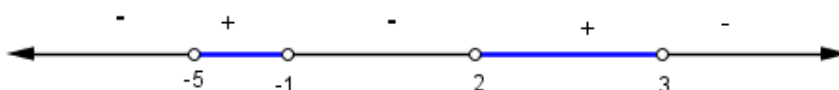
Tenemos que resolver la inecuación:  $\frac{-x^2 + x + 2}{x^2 + 2x - 15} > 0 \Leftrightarrow \frac{-(x+1)(x-2)}{(x-3)(x+5)} > 0$

Ceros

$$-x^2 + x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \quad \text{o} \quad x = 2$$

Polos

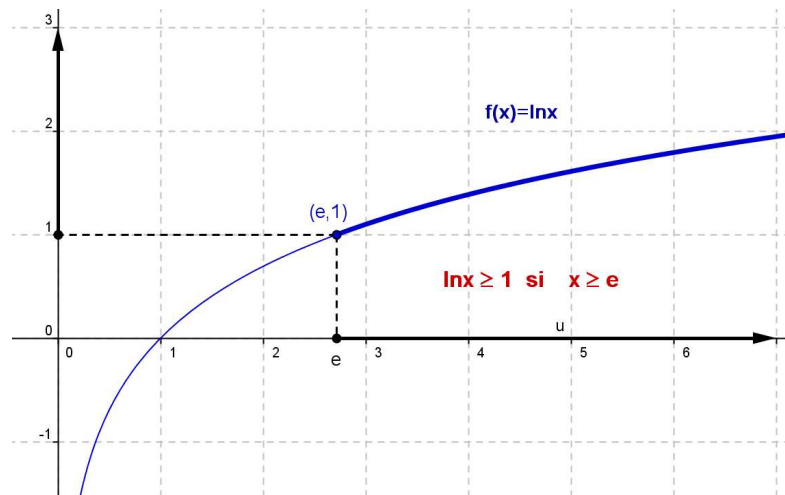
$$x^2 + 2x - 15 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \quad \text{o} \quad x = -5$$



Por tanto,  $\text{Dom}(f) = (-5, -1) \cup (2, 3)$

h)  $f(x) = \sqrt{\ln x - 1} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathfrak{R} / \ln x - 1 \geq 0\} = \{x \in \mathfrak{R} / \ln x \geq 1\} = [e, +\infty)$

$$\ln x \geq 1 \Leftrightarrow e^{\ln x} \geq e^1 \Leftrightarrow x \geq e \Leftrightarrow x \in [e, +\infty)$$

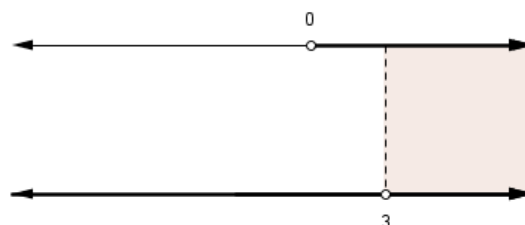


**i)**  $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x-3}}$

➤  $y = \ln x \rightarrow$  Dominio =  $(0, +\infty)$

➤  $y = \sqrt{x-3} \rightarrow$  Dominio =  $\{x \in \mathfrak{R} / x-3 > 0\} = (3, +\infty)$  (La desigualdad es estricta porque al estar el radical en el denominador no puede ser 0)

El dominio de la función es la intersección de los dos intervalos anteriores,



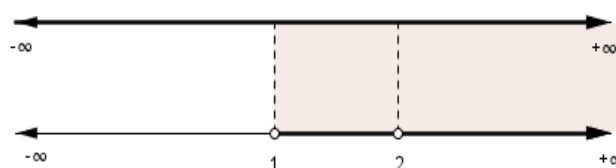
Por tanto,  $Dom(f) = (3, +\infty)$

**j)**  $f(x) = \frac{x}{\ln(x-1)}$

➤  $y = x \rightarrow$  Dominio =  $\mathfrak{R}$

➤  $y = \ln(x-1) \rightarrow$  Dominio =  $\{x \in \mathfrak{R} / x-1 > 0\} = \{x \in \mathfrak{R} / x > 1\} = (1, +\infty)$

$\ln(x-1) \neq 0 \Leftrightarrow x-1 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 2$



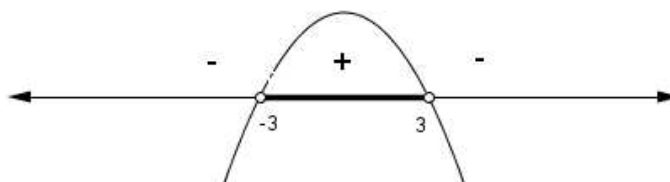
Por tanto,  $Dom(f) = (1, 2) \cup (2, +\infty)$

**k)**  $f(x) = \log \sqrt{9-x^2} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / \sqrt{9-x^2} > 0\} = \{x \in \mathbb{R} / 9-x^2 > 0\} = (-3,3)$

Tenemos que resolver la inecuación:  $9-x^2 > 0$

Ceros

$$9-x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x = -3 \text{ } \dot{\cup} \text{ } x = 3$$



**l)**  $f(x) = \frac{\ln(x+3)}{\sqrt{x^2-1}}$

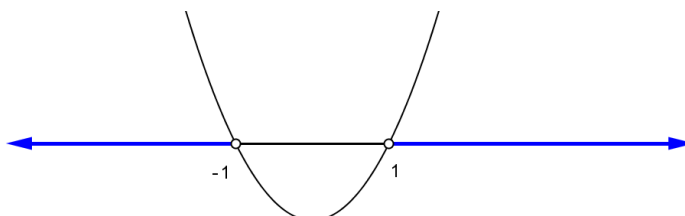
➤  $y = \ln(x+3) \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / x+3 > 0\} = (-3, +\infty)$

➤  $y = \sqrt{x^2-1} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / x^2-1 > 0\} = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$  (La desigualdad es estricta porque al estar el radical en el denominador no puede ser 0)

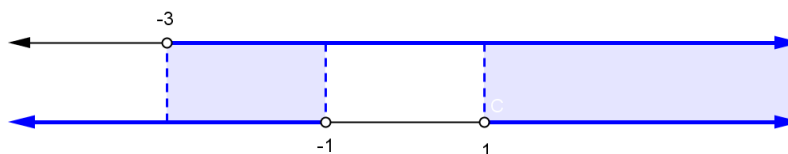
Tenemos que resolver la inecuación:  $x^2-1 > 0$

Ceros

$$x^2-1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x = -1 \text{ } \dot{\cup} \text{ } x = 1$$



El dominio de la función es la intersección de los dos intervalos anteriores, por tanto,  $Dom(f) = (-3, -1) \cup (1, +\infty)$



**m)**  $f(x) = \frac{\log(x+7)}{x}$

➤  $y = \log(x+7) \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / x+7 > 0\} = \{x \in \mathbb{R} / x > -7\} = (-7, +\infty)$

➤  $y = x \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R} - \{0\}$  (eliminamos el 0 porque el denominador no puede anularse)

Por tanto,  $Dom(f) = (-7, +\infty) \cap (\mathbb{R} - \{0\}) = (-7, 0) \cup (0, +\infty)$

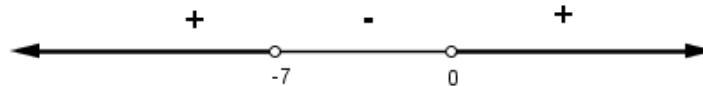
n)  $f(x) = \log\left(\frac{x+7}{x}\right) \rightarrow \text{Dominio} = \left\{x \in \mathfrak{R} / \frac{x+7}{x} > 0\right\}$

Ceros

$$x+7=0 \Rightarrow x=-7$$

Polos

$$x=0$$



Por tanto,  $Dom(f) = (-\infty, -7) \cup (0, +\infty)$

o)  $f(x) = \frac{2x-9}{\log\sqrt{x+3}}$

➤  $y = 2x-9 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R}$

➤  $y = \log\sqrt{x+3} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathfrak{R} / x+3 > 0\} = (-3, +\infty)$

$$\log\sqrt{x+3} \neq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+3} \neq 1 \Leftrightarrow x+3 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq -2$$

El dominio de la función es el conjunto de números reales que cumplen todas las condiciones anteriores, por tanto,  $Dom(f) = [\mathfrak{R} \cap (-3, +\infty)] - \{-2\} = (-3, -2) \cup (-2, +\infty)$

p)  $f(x) = 5^{x-2} \rightarrow \text{Dominio} = Dom(y = x-2) = \mathfrak{R}$

q)  $f(x) = 5^{\sqrt{1-x}} \rightarrow \text{Dominio} = Dom(y = \sqrt{1-x}) = \{x \in \mathfrak{R} / 1-x \geq 0\} = \{x \in \mathfrak{R} / 1 \geq x\} = \{x \in \mathfrak{R} / x \leq 1\} = (-\infty, 1]$

r)  $f(x) = 2^{\sqrt{x-2}} \rightarrow \text{Dominio} = Dom(y = \sqrt{x-2}) = Dom(y = \sqrt{x}) = [0, +\infty)$

s)  $f(x) = 2^{\sqrt{x-2}} \rightarrow \text{Dominio} = Dom(y = \sqrt{x-2}) = \{x \in \mathfrak{R} / x-2 \geq 0\} = \{x \in \mathfrak{R} / x \geq 2\} = [2, +\infty)$

t)  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x+1} \rightarrow \text{Dominio} = Dom(y = x^2 - 3x + 1) = \mathfrak{R}$

u)  $f(x) = (2x-5)^{9-x}$

➤  $2x-5 > 0 \Rightarrow 2x > 5 \Rightarrow x > \frac{5}{2} \rightarrow x \in \left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$

➤  $y = 9-x \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R}$

Por tanto,  $Dom(f) = \left(\frac{5}{2}, +\infty\right) \cap \mathfrak{R} = \left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$

v)  $f(x) = (3x-5)^{\sqrt{4-x^2}}$

➤  $3x-5 > 0 \Rightarrow 3x > 5 \Rightarrow x > \frac{5}{3} \rightarrow x \in \left(\frac{5}{3}, +\infty\right)$

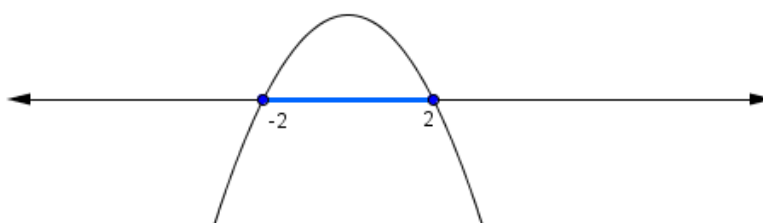


➤  $y = \sqrt{4 - x^2} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathfrak{R} / 4 - x^2 \geq 0\} = [-2, 2]$

Tenemos que resolver la inecuación:  $4 - x^2 \geq 0$

Ceros

$4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x = -2 \text{ ò } x = 2$



Por tanto,  $Dom(f) = \left(\frac{5}{3}, +\infty\right) \cap [-2, 2] = \left(\frac{5}{3}, 2\right]$

w)  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$

➤  $y = e^x \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R}$

➤  $y = e^x + 1 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R}$

$e^x + 1 = 0 \Rightarrow e^x = -1 \Rightarrow$  no tiene solución ( $e^x > 0$  para cualquier valor de  $x$ )

Por tanto,  $Dom(f) = \mathfrak{R}$

x)  $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{e^x - 2}$

➤  $y = e^{\sqrt{x}} \rightarrow \text{Dominio} = [0, +\infty)$

➤  $y = e^x - 2 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R}$

$e^x - 2 = 0 \Rightarrow e^x = 2 \Rightarrow \ln e^x = \ln 2 \Rightarrow x = \ln 2$

Por tanto,  $Dom(f) = ([0, +\infty) \cap \mathfrak{R}) - \ln 2 = [0, \ln 2) \cup (\ln 2, +\infty)$

y)  $f(x) = \frac{2^x}{2^x - 4}$

➤  $y = 2^x \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R}$

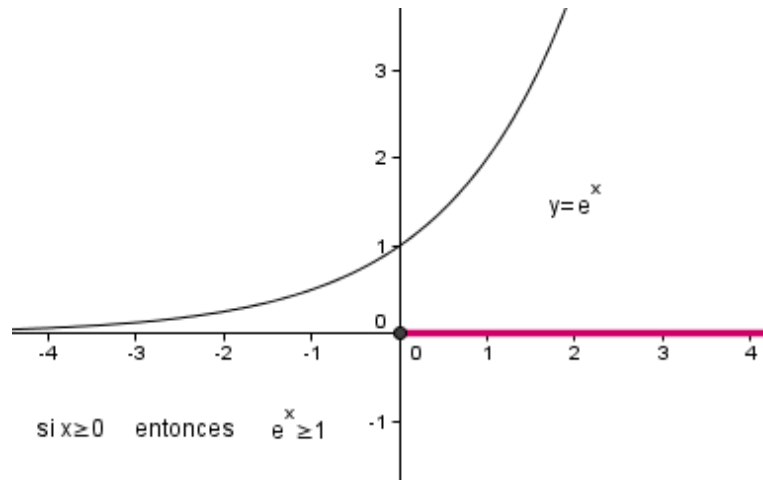
➤  $y = 2^x - 4 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R}$

$2^x - 4 \neq 0 \Leftrightarrow 2^x \neq 4 \Leftrightarrow x \neq 2$

Por tanto,  $Dom(f) = \mathfrak{R} - \{2\}$

z)  $f(x) = \sqrt{e^x - 1}$  función radical con índice par  $\rightarrow \text{Dominio} = \{x / e^x - 1 \geq 0\} = [0, +\infty)$

$$e^x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow e^x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 0 \Leftrightarrow x \in [0, +\infty)$$



aa)  $f(x) = \sqrt[3]{e^x - 1}$  función radical con índice impar  $\rightarrow$  Dominio =  $Dom(y = e^x - 1) = \mathfrak{R}$

**4. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:**

a)  $f(x) = 2 + |x - 3| \rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R}$

b)  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{1-|x|}}$  función radical con índice impar  $\rightarrow Dom(f) = Dom\left(y = \frac{x}{1-|x|}\right) = \mathfrak{R} - \{-1, 1\}$

$$Dom\left(y = \frac{x}{1-|x|}\right) = \mathfrak{R} - \{x/1-|x| = 0\} = \mathfrak{R} - \{-1, 1\}$$

$$1 - |x| = 0 \Leftrightarrow |x| = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

c)  $f(x) = \left|\frac{2}{x-2}\right| \rightarrow Dom(f) = Dom\left(y = \frac{2}{x-2}\right) = \mathfrak{R} - \{2\}$

d)  $f(x) = \frac{2}{|x|-2} \rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/|x|-2 = 0\} = \mathfrak{R} - \{-2, 2\}$

$$|x| - 2 = 0 \Leftrightarrow |x| = 2 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

e)  $f(x) = \frac{1-x}{x^2-|x|} \rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^2-|x| = 0\} = \mathfrak{R} - \{-1, 0, 1\}$

$$x^2 - |x| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x = 0 & \text{si } x < 0 \Rightarrow x = -1 \text{ o } x = 0 \\ x^2 - x = 0 & \text{si } x \geq 0 \Rightarrow x = 0 \text{ o } x = 1 \end{cases}$$

f)  $f(x) = \frac{1-x}{|4x|-x^2} \rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/|4x|-x^2 = 0\} = \mathfrak{R} - \{-4, 0, 4\}$

$$|4x| - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -4x - x^2 = 0 & \text{si } 4x < 0 \\ 4x - x^2 = 0 & \text{si } 4x \geq 0 \end{cases} = \begin{cases} -4x - x^2 = 0 & \text{si } x < 0 \Rightarrow x = -4 \text{ o } x = 0 \\ 4x - x^2 = 0 & \text{si } x \geq 0 \Rightarrow x = 0 \text{ o } x = 4 \end{cases}$$

g)  $f(x) = \ln|x-1| \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathfrak{R} / |x-1| > 0\} = \mathfrak{R} - \{1\}$

h)  $f(x) = \frac{1}{\ln|x-1|} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathfrak{R} / |x-1| > 0\} - \{x / \ln|x-1| = 0\} = \mathfrak{R} - \{1, 0, 2\}$

$$|x-1| > 0 \Leftrightarrow x \in \mathfrak{R} - \{1\}$$

$$\ln|x-1| = 0 \Leftrightarrow |x-1| = 1 \Leftrightarrow x = 2 \quad \text{ò} \quad x = 0$$

i)  $f(x) = \frac{1}{|\ln x - 1|} \rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}(y = \ln x - 1) - \{x / |\ln x - 1| = 0\} = (0, +\infty) - \{e\} = (0, e) \cup (e, +\infty)$

$$|\ln x - 1| = 0 \Leftrightarrow \ln x - 1 = 0 \Leftrightarrow \ln x = 1 \Leftrightarrow x = e$$

j)  $f(x) = |\ln x - 1| \rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}(y = \ln x - 1) = (0, +\infty)$

k)  $f(x) = \text{sen}(x+7) \rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}(y = x+7) = \mathfrak{R}$

l)  $f(x) = \cos\left(\frac{2+7x^3}{x^2+9}\right) \rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}\left(y = \frac{2+7x^3}{x^2+9}\right) = \mathfrak{R}$

$$x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -9 \Rightarrow \text{no tiene solución real}$$

m)  $f(x) = \cos\left(\frac{2}{x^2-2}\right) \rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}\left(y = \frac{2}{x^2-2}\right) = \mathfrak{R} - \{\pm\sqrt{2}\}$

$$x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

n)  $f(x) = \frac{2x-5}{\text{sen}x} \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathfrak{R} - \{x / \text{sen}x = 0\} = \mathfrak{R} - \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

o)  $f(x) = \cos\left(\frac{x}{x^3-x}\right) \rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}\left(y = \frac{x}{x^3-x}\right) = \mathfrak{R} - \{x / x^3 - x = 0\} = \mathfrak{R} - \{-1, 0, 1\}$

$$x^3 - x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{ò} \quad x = \pm 1$$

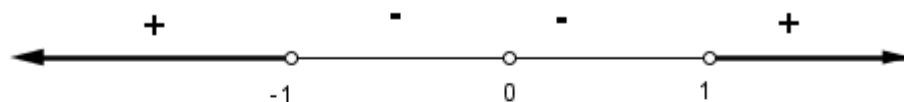
p)  $f(x) = \text{sen}\sqrt{\frac{x}{x^3-x}} \rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}\left(y = \sqrt{\frac{x}{x^3-x}}\right) = \left\{x \in \mathfrak{R} / \frac{x}{x^3-x} \geq 0\right\}$

Ceros

$$x = 0$$

Polos

$$x^3 - x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{o} \quad x = \pm 1$$



Por tanto,  $\text{Dom}(f) = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

5. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

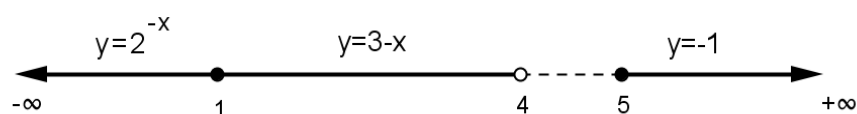
$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 2^{-x} & \text{si } x \leq 1 \\ 3-x & \text{si } 1 < x < 4 \\ -1 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

$$\triangleright y = 2^{-x} \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} \Rightarrow (-\infty, 1] \in \text{Dom}(f)$$

$$\triangleright y = 3-x \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} \Rightarrow (1, 4) \in \text{Dom}(f)$$

$$\triangleright y = x-1 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} \Rightarrow [5, +\infty) \in \text{Dom}(f)$$



Por tanto,  $\text{Dom}(f) = (-\infty, 4) \cup [5, +\infty)$

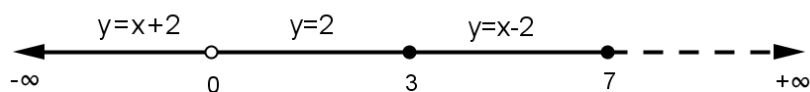
$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x < 0 \\ 2 & \text{si } 0 < x \leq 3 \\ x-2 & \text{si } 3 < x \leq 7 \end{cases}$$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

$$\triangleright y = x+2 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} \Rightarrow (-\infty, 0) \in \text{Dom}(f)$$

$$\triangleright y = 2 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} \Rightarrow (0, 3] \in \text{Dom}(f)$$

$$\triangleright y = x-2 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} \Rightarrow (3, 7] \in \text{Dom}(f)$$



Uniendo los subintervalos anteriores tenemos que,  $\text{Dom}(f) = (-\infty, 0) \cup (0, 7]$

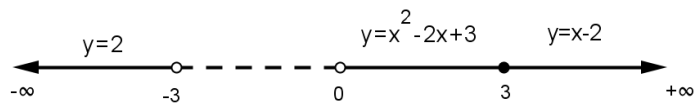
$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -3 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{si } 0 < x < 3 \\ x-2 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

$$\triangleright y = 2 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} \Rightarrow (-\infty, -3) \in \text{Dom}(f)$$

$$\triangleright y = x^2 - 2x + 3 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} \Rightarrow (0, 3) \in \text{Dom}(f)$$

$$\triangleright y = x-2 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} \Rightarrow [3, +\infty) \in \text{Dom}(f)$$



Uniendo los subintervalos anteriores tenemos que,  $Dom(f) = (-\infty, -3) \cup (0, +\infty)$

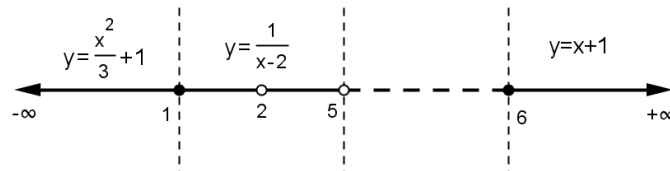
$$d) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{3} + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{1}{x-2} & \text{si } 1 < x < 5 \\ x+1 & \text{si } x \geq 6 \end{cases}$$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

$$\triangleright y = \frac{x^2}{3} + 1 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} \Rightarrow (-\infty, 1] \in Dom(f)$$

$$\triangleright y = \frac{1}{x-2} \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} - \{2\} \Rightarrow (1, 2) \cup (2, 5) \in Dom(f)$$

$$\triangleright y = x+1 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} \Rightarrow [6, +\infty) \in Dom(f)$$



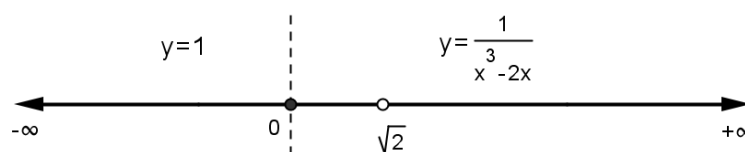
Por tanto,  $Dom(f) = (-\infty, 2) \cup (2, 5) \cup [6, +\infty)$

$$e) f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{x^3 - 2x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

$$\triangleright y = 1 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} \Rightarrow (-\infty, 0] \in Dom(f)$$

$$\triangleright y = \frac{1}{x^3 - 2x} \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} - \{0, \sqrt{2}, -\sqrt{2}\} \Rightarrow (0, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty) \in Dom(f)$$



Uniendo los subintervalos anteriores tenemos que,  $Dom(f) = \mathfrak{R} - \{\sqrt{2}\}$

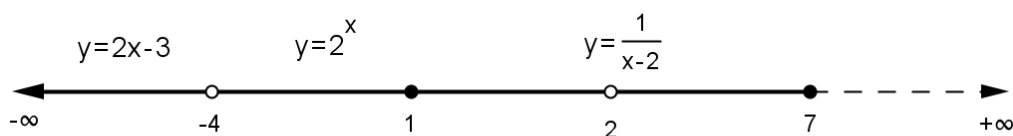
$$\mathbf{f)} \quad f(x) = \begin{cases} 2x-3 & \text{si } x < -4 \\ 2^x & \text{si } -4 < x \leq 1 \\ \frac{1}{x-2} & \text{si } 1 < x \leq 7 \end{cases}$$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

$$\triangleright y = 2x-3 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} \Rightarrow (-\infty, -4) \in \text{Dom}(f)$$

$$\triangleright y = 2^x \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} \Rightarrow (-4, 1] \in \text{Dom}(f)$$

$$\triangleright y = \frac{1}{x+2} \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} - \{-2\} \Rightarrow (1, 2) \cup (2, 7] \in \text{Dom}(f)$$



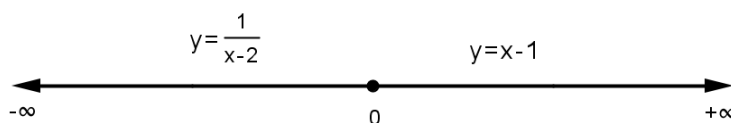
Uniendo los subintervalos anteriores tenemos que,  $\text{Dom}(f) = (-\infty, -4) \cup (-4, 2) \cup (2, 7]$

$$\mathbf{g)} \quad f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x > 0 \\ \frac{1}{x-2} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

$$\triangleright y = x-1 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} \Rightarrow (0, +\infty) \in \text{Dom}(f)$$

$$\triangleright y = \frac{1}{x-2} \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} - \{2\} \Rightarrow (-\infty, 0] \in \text{Dom}(f)$$



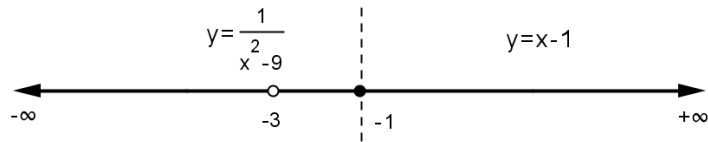
Por tanto,  $\text{Dom}(f) = \mathfrak{R}$

$$\mathbf{h)} \quad f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x > -1 \\ \frac{1}{x^2-9} & \text{si } x \leq -1 \end{cases}$$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

$$\triangleright y = x-1 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} \Rightarrow (-1, +\infty) \in \text{Dom}(f)$$

➤  $y = \frac{1}{x^2 - 9} \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} - \{-3, 3\} \Rightarrow (-\infty, -3) \cup (-3, -1] \in \text{Dom}(f)$



Uniendolo los subintervalos anteriores tenenemos que,  $\text{Dom}(f) = \mathfrak{R} - \{-3\}$

i)  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - 1 & \text{si } x > 0 \\ \frac{1}{x-2} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

➤  $y = \sqrt{x} - 1 \rightarrow \text{Dominio} = [0, +\infty) \Rightarrow (0, +\infty) \in \text{Dom}(f)$

➤  $y = \frac{1}{x-2} \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} - \{2\} \Rightarrow (-\infty, 0] \in \text{Dom}(f)$



Por tanto,  $\text{Dom}(f) = \mathfrak{R}$

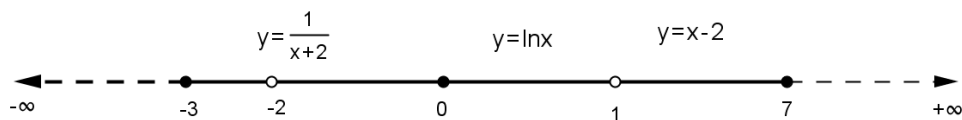
j)  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & \text{si } -3 \leq x \leq 0 \\ \ln x & \text{si } 0 < x < 1 \\ x-2 & \text{si } 1 < x \leq 7 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

➤  $y = \frac{1}{x+2} \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} - \{-2\} \Rightarrow [-3, -2) \cup (-2, 0] \in \text{Dom}(f)$

➤  $y = \ln(x) \rightarrow \text{Dominio} = (0, +\infty) \Rightarrow (0, 1) \in \text{Dom}(f)$

➤  $y = x - 2 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} \Rightarrow (1, 7) \in \text{Dom}(f)$



Uniendolo los subintervalos anteriores tenenemos que,  $\text{Dom}(f) = [-3, -2) \cup (-2, 1) \cup (1, 7]$

$$\mathbf{k)} \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 - 2x} & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{1}{\ln(x-1)} & \text{si } 1 < x < 6 \\ x-2 & \text{si } 6 < x \end{cases}$$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

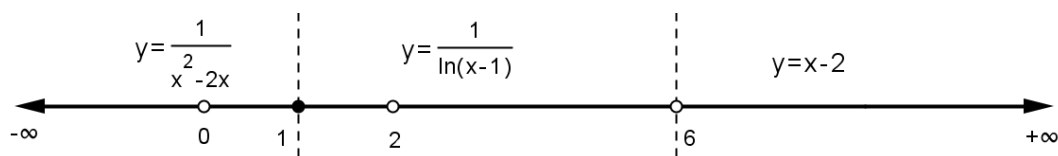
$$\blacktriangleright \quad y = \frac{1}{x^2 - 2x} \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} - \{x \in \mathfrak{R} / x^2 - 2x = 0\} = \mathfrak{R} - \{0, 2\} \Rightarrow (-\infty, 0) \cup (0, 1] \in \text{Dom}(f)$$

$$x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ò} \quad x = 2$$

$$\blacktriangleright \quad y = \frac{1}{\ln(x-1)} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathfrak{R} / x-1 > 0\} - \{x / \ln(x-1) = 0\} = (1, +\infty) - \{2\} = (1, 2) \cup (2, +\infty) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (1, 2) \cup (2, 6) \in \text{Dom}(f)$$

$$\blacktriangleright \quad y = x - 2 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R} \quad \Rightarrow (6, +\infty) \in \text{Dom}(f)$$



Uniendos los subintervalos anteriores tenemos que,  $\text{Dom}(f) = \mathfrak{R} - \{0, 2, 6\}$