DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Para construir un proceso binomial se necesita lo siguiente:

1) En el experimento sólo hay dos resultados

a) EXITO = 1

b) FRACASO = 0

2) A la probabilidad de **éxito** se le llama "**p**"

3) A la de **fracaso** se le llama"**q**"

4) Se cumple que **p + q = 1** (por lo tanto q = 1 – p)

5) La probabilidad de éxito permanece constante

6) Los eventos son independientes. Por ejemplo: si lanzamos una moneda las segunda vez no importa lo que pasó antes.

7) El experimento se realiza "n" veces

8) Lo que se desea es conocer la probabilidad de "éxito", P(x), en los "n" intentos. (Nota: éxito no significa que sea bueno, sólo significa que ocurra el evento).

Para conocer la probabilidad de "éxito" es necesario calcular las posibles combinaciones de la variable, y mutiplicarlas por las probabilidades de cada suceso:

$$P(x) = C_x^n p^x q^{n-x}$$ donde

P(x) es la probabilidad de que ocurran ***x*** éxitos en ***n*** intentos

$$C_x^n = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$ es el coeficiente que da todas las posibles combinaciones

p es la probabilidad individual de éxito

q es la probabilidad individual de fracaso

n es el número de veces que se realiza el experimento o medición

Veamos cómo funciona con ejemplos:

Ejemplo 1 (lanzamiento de una moneda).

¿Cuál es la probabilidad de sacar 4 "caras" en 6 lanzamientos?

Para este problema $\boldsymbol{n} = 6$, $\boldsymbol{x} = 4$ y $\boldsymbol{p} = 0.5$ por lo que:

$$P(4) = \frac{6!}{4!\cdot 2!}(0.5)^4(0.5)^2 = \frac{720}{24\cdot 2}0.015625 = 0.2343$$

haciendo una gráfica con los valores correspondientes tendríamos

Ejemplo 2.

Se ha determinado previamente que la probabilidad de que un cliente potencial elegido al azar realice una compra es de 0.20. Si un vendedor visita a 6 clientes potenciales, calcular la probabilidad de que:

a) Ninguno de los clientes haga una compra,

P(x=0), x = 0, n = 6, p = 0.2, $\boldsymbol{q = 1 - p = 1 - 0.2 = 0.8}$

$$\boldsymbol{P(0) = C_0^6(0.2)^0(0.8)^6}$$

$$\boldsymbol{P(0) = \frac{6!}{0!\cdot 6!}(0.8)^6}$$

$$\boldsymbol{P(0) = (0.8)^6 = 0.262144}$$

b) Exactamente cuatro clientes realicen una compra,

P(x=4), x = 4, n = 6, p = 0.2, $\boldsymbol{q = 1 - p = 1 - 0.2 = 0.8}$

$$\boldsymbol{P(4) = C_4^6(0.2)^4(0.8)^2}$$

$$\boldsymbol{P(4) = \frac{6!}{4!\cdot 2!}(0.2)^4(0.8)^2}$$

$$\boldsymbol{P(4) = 0.0154}$$

c) Como máximo tres clientes realicen una compra:
P(x≤3), o sea que se pueden hacer 1, 2 o 3 ventas.

Aquí necesitamos sumar las probabilidades de cada caso válido:

P(x≤3)x = 0, 1, 2 y 3; n = 6, p = 0.2, $\boldsymbol{q = 1 - p = 1 - 0.2 = 0.8}$

$$\boldsymbol{P(x \le 3) = P(0) + P(1) + P(2) + P(3)}$$

$$\boldsymbol{P(x \le 3) = C_0^6(0.2)^0(0.8)^6 + C_1^6(0.2)^1(0.8)^5 + C_2^6(0.2)^2(0.8)^4 + C_3^6(0.2)^3(0.8)^3}$$

$$\boldsymbol{P(x \le 3) = 0.983}$$

Ejemplo 3.

El fabricante de una unidad de disco de una conocida marca de computadoras espera que 2% de las unidades funcionen mal durante el período de garantía. En una muestra de 10 unidades de disco ¿Cuál es la probabilidad de que?:

a) Exactamente una funcione mal durante su período de prueba

x = 1, n = 10, p = 0.02, $q = 1 - p = 1 - 0.02 = 0.98$ ***P(x=1)***

$$P(1) = C_1^{10}(0.02)^1(0.98)^9$$
$$P(1) = 0.167$$

b) Al menos dos funcionen mal durante la prueba

x ≠ 0, 1 n = 10, p = 0.02, $q = 1 - p = 1 - 0.02 = 0.98$

$$P(x \geq 2) = 1 - P(0) - P(1)$$
$$P(x \geq 2) = 1 - C_0^{10}(0.02)^0(0.98)^{10} - C_1^{10}(0.02)^1(0.98)^9$$
$$P(x \geq 2) = 0.016$$

Actividad 1.

Sabemos que el 90% de los estudiantes que toman un curso elemental de estadística aprueban ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 3 estudiantes en una clase de 15 **no aprueben** el curso?

en este caso la probabilidad de <u>reprobar</u> es 0.10, P(x>2)

x ≠ 0,1 y 2 n = 15, p = 0.10, q = 1 – p = 1 – 0.10 = 0.90

$$P(x) = 1 - P(0) - P(1) - P(2)$$
$$P(x) = 1 - C_0^{15}(0.1)^0(0.9)^{15} - C_1^{15}(0.1)^1(0.9)^{14} - C_2^{15}(0.1)^2(0.9)^{13}$$
$$P(x) =$$