

1) Una urna contiene tres bolas rojas y siete blancas. Se extraen dos bolas al azar. Escribe el espacio muestral y halla la probabilidad de los sucesos:

1 Con reemplazamiento.

2 Sin reemplazamiento.

Solución: 1 Con reemplazamiento.

$$E = \{RR, RB, BR, BB\}$$

$$P(RR) = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$$

$$P(RB) = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{21}{100}$$

$$P(BR) = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{21}{100}$$

$$P(BB) = \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{49}{100}$$

2 Sin reemplazamiento.

$$P(RR) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90}$$

$$P(RB) = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{21}{90}$$

$$P(BR) = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{21}{90}$$

$$P(BB) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{42}{90}$$

2) Se lanzan dos dados al aire y se anota la suma de los puntos obtenidos. Se pide:

1 La probabilidad de que salga el 7.

2 La probabilidad de que el número obtenido sea par.

3 La probabilidad de que el número obtenido sea múltiplo de tres.

Solución: 1 La probabilidad de que salga el 7.

1	2	3	4	5	6
6	5	4	3	2	1

$$P(7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

2 La probabilidad de que el número obtenido sea par.

$$P(\text{par}) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

3 La probabilidad de que el número obtenido sea múltiplo de tres.

1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6
2	5	1	4	3	6	2	5	1	4	3	6

$$P(3) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

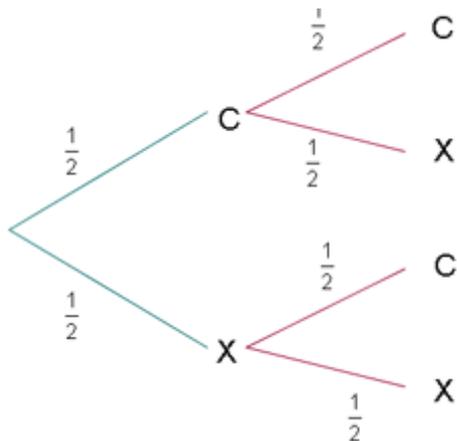
3) Halla la probabilidad de que al lanzar al aire dos monedas, salgan:

1 Dos caras.

2 Dos cruces.

3 Una cara y una cruz.

Solución: 1 Dos caras.



$$P(2C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

2 Dos cruces.

$$P(2X) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

3 Una cara y una cruz.

$$P(1C \cap 1X) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

4) En un sobre hay 20 papeletas, ocho llevan dibujado un coche las restantes son blancas. Halla la probabilidad de extraer al menos una papeleta con el dibujo de un coche:

- 1 Si se saca una papeleta.
- 2 Si se extraen dos papeletas.
- 3 Si se extraen tres papeletas.

Solución: 1 Si se saca una papeleta.

$$P(C_1) = \frac{8}{20}$$

2 Si se extraen dos papeletas.

$$P(C_2) = 1 - P(2B) = 1 - \left(\frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19} \right) = \frac{62}{95}$$

3 Si se extraen tres papeletas.

$$P(C_3) = 1 - P(3B) = 1 - \left(\frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19} \cdot \frac{10}{18} \right) = \frac{46}{57}$$

5) Una clase consta de 10 hombres y 20 mujeres; la mitad de los hombres y la mitad de las mujeres tienen los ojos castaños. Determina la probabilidad de que una persona elegida al azar sea un hombre o tenga los ojos castaños.

Solución:

	Hombre	Mujer	
O. castaños	5	10	15
	10	20	30

$$P(H \cup O.C) = \frac{10}{30} + \frac{15}{30} - \frac{5}{30} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

6) La probabilidad de que un hombre viva 20 años es $\frac{1}{4}$ y la de que su mujer viva 20 años es $\frac{1}{3}$. Calcula la probabilidad:

- 1 De que ambos vivan 20 años.
- 2 De que el hombre viva 20 años y su mujer no.
- 3 De que ambos mueran antes de los 20 años.

Solución: 1 De que ambos vivan 20 años.

$$P(H \cap M) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

2 De que el hombre viva 20 años y su mujer no.

$$P(H \cap \bar{M}) = P(H)[1 - P(M)] = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

3 De que ambos mueran antes de los 20 años.

$$P(\bar{H} \cap \bar{M}) = [1 - P(H)][1 - P(M)] = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

7) Sean A y B dos sucesos aleatorios con:

$$P(\bar{A}) = \frac{2}{3} \qquad P(A \cup B) = \frac{3}{4} \qquad P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

Halla:

- 1 $P(A)$
- 2 $P(B)$
- 3 $P(A \cap \bar{B})$
- 4 $P(B \cap \bar{A})$

Solución: 1 $P(A)$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

2 $P(B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(A \cap B)$$

$$P(B) = \frac{3}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$$

3 $P(A \cap \bar{B})$

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap \bar{B}) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

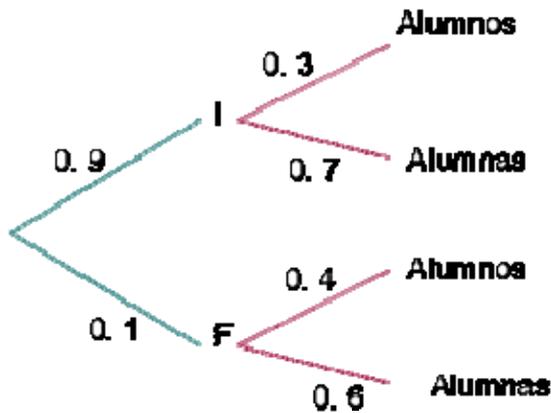
4 $P(B \cap \bar{A})$

$$P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(B \cap \bar{A}) = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

8) En un centro escolar los alumnos pueden optar por cursar como lengua extranjera inglés o francés. En un determinado curso, el 90% de los alumnos estudia inglés y el resto francés. El 30% de los que estudian inglés son chicos y de los que estudian francés son chicos el 40%. El elegido un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea chica?

Solución:



$$p(\text{chica}) = 0.9 \cdot 0.7 + 0.1 \cdot 0.6 = 0.69$$

9) De una baraja de 48 cartas se extrae simultáneamente dos de ellas. Calcula la probabilidad de que:

- 1 Las dos sean copas
- 2 Al menos una sea copas
- 3 Una sea copa y la otra espada

Solución: 1 Las dos sean copas

$$p(2c) = \frac{12}{48} \cdot \frac{11}{47} = 0.059$$

2 Al menos una sea copas

$$p(\text{al menos una copa}) = 1 - p(\text{ninguna copa}) = 1 - \frac{36}{48} \cdot \frac{35}{47} = 0.441$$

3 Una sea copa y la otra espada

$$p(1c \cap 1e) = p(1^a c \cap 2^a e) + p(1^a e \cap 2^a c) = 2 \cdot \frac{12}{48} \cdot \frac{12}{47} = 0.128$$

10) Ante un examen, un alumno sólo ha estudiado 15 de los 25 temas correspondientes a la materia del mismo. Éste se realiza extrayendo al azar dos temas y dejando que el alumno escoja uno de los dos para ser examinado del mismo. Halla la probabilidad de que el alumno pueda elegir en el examen uno de los temas estudiados.

Solución:

$$p(\text{al menos un tema}) = 1 - p(\text{ningún tema}) = 1 - \frac{10}{25} \cdot \frac{9}{24} = 0.85$$

11) En un aula hay 100 alumnos, de los cuales: 40 son hombres, 30 usan gafas, y 15 son varones y usan gafas. Si seleccionamos al azar un alumno de dicho curso:

- 1 ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer y no use gafas?
- 2 Si sabemos que el alumno seleccionado no usa gafas, ¿qué probabilidad hay de que sea hombre?

Solución: 1 ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer y no use gafas?

	Gafas	Sin gafas	
Hombres	15		40
Mujeres			
	30		100
	Gafas	Sin gafas	
Hombres	15	25	40
Mujeres	15	45	60
	30	70	100

$$P(m \cap \bar{G}) = \frac{45}{100} = 0.45$$

2 Si sabemos que el alumno seleccionado no usa gafas, ¿qué probabilidad hay de que sea hombre?

$$P(h / \bar{G}) = \frac{P(h \cap \bar{G})}{P(\bar{G})} = \frac{\frac{25}{100}}{\frac{70}{100}} = \frac{5}{14}$$

12) Un taller sabe que por término medio acuden: por la mañana tres automóviles con problemas eléctricos, ocho con problemas mecánicos y tres con problemas de chapa, y por la tarde dos con problemas eléctricos, tres con problemas mecánicos y uno con problemas de chapa.

- Haz una tabla ordenando los datos anteriores
- Calcula el porcentaje de los que acuden por la tarde.
- Calcula el porcentaje de los que acuden por problemas mecánicos.
- Calcula la probabilidad de que un automóvil con problemas eléctricos acuda por la mañana.

Solución: 1 Haz una tabla ordenando los datos anteriores

	Electricidad	Mecánica	Chapa	
Mañanas	3	8	3	14
Tardes	2	3	1	6
	5	11	4	20

2 Calcula el porcentaje de los que acuden por la tarde.

$$P(\text{tarde}) = \frac{6}{20} = 0.30 \cdot 100 = 30\%$$

3 Calcula el porcentaje de los que acuden por problemas mecánicos.

$$P(\text{mecánicos}) = \frac{11}{20} = 0.55 \cdot 100 = 55\%$$

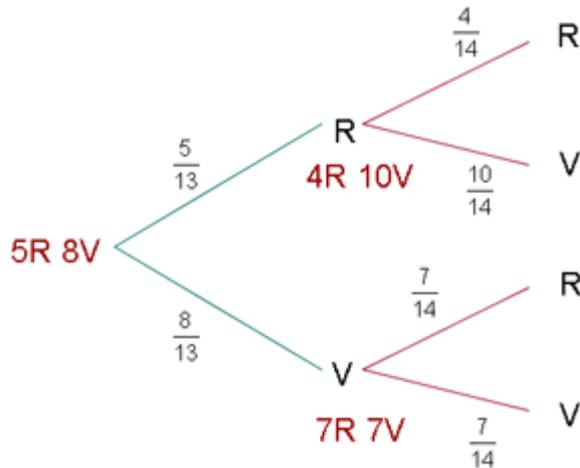
4 Calcula la probabilidad de que un automóvil con problemas eléctricos acuda por la mañana.

$$P(\text{mañana} / \text{eléctricos}) = \frac{3}{5} = 0.6$$

13) Una urna contiene 5 bolas rojas y 8 verdes. Se extrae una bola y se reemplaza por dos del otro color. A continuación, se extrae una segunda bola. Se pide:

- 1 Probabilidad de que la segunda bola sea verde
- 2 Probabilidad de que las dos bolas extraídas sean del mismo color

Solución: 1 Probabilidad de que la segunda bola sea verde



$$p(2^{\text{a}} V) = \frac{5}{13} \cdot \frac{10}{14} + \frac{8}{13} \cdot \frac{7}{14} = \frac{53}{91} = \mathbf{0.582}$$

- 2 Probabilidad de que las dos bolas extraídas sean del mismo color

$$p(\text{mismo color}) = p(R \cap R) + p(V \cap V) = \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{14} + \frac{8}{13} \cdot \frac{7}{14} = \frac{38}{91} = \mathbf{0.418}$$

14) En una clase en la que todos practican algún deporte, el 60% de los alumnos juega al fútbol o al baloncesto y el 10% practica ambos deportes. Si además hay un 60% que no juega al fútbol, cuál será la probabilidad de que escogido al azar un alumno de la clase:

- 1 Juegue sólo al fútbol
- 2 Juegue sólo al baloncesto
- 3 Practique uno solo de los deportes
- 4 No juegue ni al fútbol ni al baloncesto

Solución: 1 Juegue sólo al fútbol



$$p(F) = 1 - 0.6 = \mathbf{0.4}$$

$$p(F - \bar{B}) = 0.4 - 0.1 = \mathbf{0.3}$$

- 2 Juegue sólo al baloncesto

$$p(B - \bar{F}) = 0.3 - 0.1 = 0.2$$

3 Practique uno solo de los deportes

$$p(F - \bar{B}) \cup p(B - \bar{F}) = 0.3 + 0.2 = 0.5$$

4 No juegue ni al fútbol ni al baloncesto

$$p(\bar{F} - \bar{B}) = p(\overline{F \cup B}) = 1 - p(F \cup B) = 1 - 0.6 = 0.4$$

15) En una ciudad, el 40% de la población tiene cabellos castaños, el 25% tiene ojos castaños y el 15% tiene cabellos y ojos castaños. Se escoge una persona al azar:

1 Si tiene los cabellos castaños, ¿cuál es la probabilidad de que tenga también ojos castaños?

2 Si tiene ojos castaños, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga cabellos castaños?

3 ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga cabellos ni ojos castaños?

Solución: 1 Si tiene los cabellos castaños, ¿cuál es la probabilidad de que tenga también ojos castaños?

	PeloC	PeloC̄	
OjosC	15		25
OjosC̄			
	40		100
	PeloC	PeloC̄	
OjosC	15	10	25
OjosC̄	25	50	75
	40	60	100

$$p(\text{ojos castaños} / \text{pelo castaño}) = \frac{15}{40} = 0.375$$

2 Si tiene ojos castaños, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga cabellos castaños?

$$p(\text{pelo no castaño} / \text{ojos castaños}) = \frac{10}{25} = 0.4$$

3 ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga cabellos ni ojos castaños?

$$p(\text{ni pelo ni ojos castaños}) = \frac{50}{100} = 0.5$$

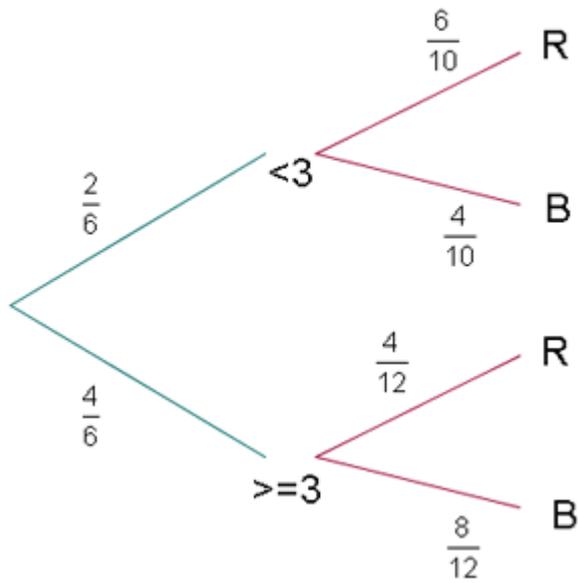
16) Disponemos de dos urnas: la urna A contiene 6 bolas rojas y 4 bolas blancas, la urna B contiene 4 bolas rojas y 8 bolas blancas. Se lanza un dado, si aparece un número menor que 3; nos vamos a la urna A; si el resultado es 3 ó más, nos vamos a la urna B.

A continuación extraemos una bola. Se pide:

1 Probabilidad de que la bola sea roja y de la urna B

2 Probabilidad de que la bola sea blanca

Solución: 1 Probabilidad de que la bola sea roja y de la urna B



$$P(R \cap U_B) = \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{12} = \frac{2}{9}$$

2 Probabilidad de que la bola sea blanca

$$P(\text{bola blanca}) = \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{10} + \frac{4}{6} \cdot \frac{8}{12} = \frac{26}{45}$$