MATEMÁTICAS 1º BACH. C. N. Y S. 4 de diciembre de 2006
Trigonometría y Complejos

1) Demostrar que: $\cos x + \operatorname{sen} x\ \operatorname{tg} x = \sec x$
2) Resolver la ecuación: $2 \operatorname{tg} x\ \sec x - \operatorname{tg} x = 0$
3) Resolver un triángulo del que conocemos: $a = 13$, $b = 5$ y $C = 100º$
4) Hallar $(-2 + 2i)^6$, dando los resultados en polar, trigonométrica, binómica y cartesiana.
5) Hallar todos los complejos que son resultados de $\sqrt[5]{-1}$

① $\boxed{\cos x + \operatorname{sen} x \operatorname{tg} x} = \cos x + \operatorname{sen} x \dfrac{\operatorname{sen} x}{\cos x} = \cos x + \dfrac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos x} = \dfrac{\cos^2 x + \operatorname{sen}^2 x}{\cos x} =$

$= \dfrac{1}{\cos x} = \boxed{\sec x}$

② $2 \operatorname{tg} x \sec x - \operatorname{tg} x = 0 \Rightarrow \operatorname{tg} x (2 \sec x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} x = 0 \\ \text{ó} \\ 2 \sec x - 1 = 0 \end{cases}$

Si $\operatorname{tg} x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0° + 180° k,\ k \in \mathbb{Z}}$

Si $2 \sec x - 1 = 0 \Rightarrow 2 \sec x = 1 \Rightarrow \sec x = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{1}{\cos x} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow 2 = \cos x$ } No es posible

③ 2 lados y ángulo comprendido ⇒ T. coseno y solución única.

$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos C} = \sqrt{169 + 25 - 130 \cos 100} = \boxed{14,72}$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B \Rightarrow 2ac \cos B = a^2 + c^2 - b^2 \Rightarrow \cos B = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{B = 19,55° = 19° 32' 52,2''} \Rightarrow \boxed{A} = 180° - 100° - B = \boxed{60,45° = 60° 27' 7,25''}$

④ $z = -2 + 2i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ $\operatorname{tg} x = \dfrac{2}{2} = 1 \Rightarrow x = 45°$; 2º cuadrante $\Big\} \Rightarrow \alpha = 135°$

$\Rightarrow z = (2\sqrt{2})_{135°} \Rightarrow \boxed{z^6} = [(2\sqrt{2})_{135°}]^6 = (2\sqrt{2})^6_{135 \cdot 6} = [2^6 \cdot (\sqrt{2})^6]_{810} = (2^6 \cdot 2^3)_{90°} =$

$= (2^9)_{90°} = \boxed{512_{90°}}$ Polar. $\boxed{z^6 = 512(\cos 90° + i \operatorname{sen} 90°)}$ Trigonométrica.

$\boxed{z^6} = 512(0 + i(+1)) = \boxed{+512i}$ Binómica $\boxed{z^6 = (0, +512)}$ Cartesiana

⑤ $z = -1 = 1_{180°} \Rightarrow \sqrt[5]{-1} = \sqrt[5]{1_{180°}}$. Tiene 5 resultados, de módulos $\sqrt[5]{1} = 1$

y argumentos: $\beta_1 = \dfrac{180}{5} = 36° \Rightarrow 1_{36°}$

$\beta_2 = \dfrac{180}{5} + \dfrac{360}{5} = 108° \Rightarrow 1_{108°}$

$\beta_3 = \dfrac{180}{5} + \dfrac{360}{5} \cdot 2 = 180° \Rightarrow 1_{180°} = -1$

$\beta_4 = \dfrac{180}{5} + \dfrac{360}{5} \cdot 3 = 252° \Rightarrow 1_{252°}$

$\beta_5 = \dfrac{180}{5} + \dfrac{360}{5} \cdot 4 = 324° \Rightarrow 1_{324°}$