

ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS.

Resuelve las siguientes ecuaciones

(1) $25x^4 - 29x^2 + 4 = 0$ (2) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ (3) $x^4 - a(a+b)x^2 + a^3b = 0$

(4) $(x^2 - 5) \cdot (x^2 - 3) = 0$ (5) $x + 2 = \sqrt{4x + 13}$ (6) $\frac{x-1}{12} = \frac{2}{x+1}$

(7) $\sqrt{x} + \sqrt{x+2} = 2$ (8) $x^2 - 2mx + m^2 - n^2 = 0$ (9) $\sqrt{9-x} - 11 = x$

(10) $2x^2 - 2\sqrt{6}x + 1 = 0$ (11) $x - \sqrt{25-x^2} = 1$ (12) $\frac{2(x-2)}{5} - 1 = \frac{3x^2}{4} - 2x$

(13) $\sqrt{5x-1} - \sqrt{x+2} = 1$ (14) $x^2 - (a+b)x + ab = 0$ (15) $x = 7\sqrt{51-x} + 33$

(16) $x + 1 = \frac{6}{x}$ (17) $\sqrt{x^2 + 6 + \sqrt{3x+10}} = x + 1$ (18) $\frac{(2x-1)^2}{4} - \frac{(3x+1)^2}{9} = \frac{1}{6}$

(19) $\sqrt{12 + \sqrt{x+7}} = \sqrt{25-x}$ (20) $2\sqrt{4x+1} = 5\sqrt{3x-2} - 4$

(21) $\sqrt{9-3x} = \sqrt{x+1} - 2$ (22) $\sqrt{x} + 1 = \sqrt{3(x-1)}$

(23) $2\sqrt{x-4} + \sqrt{x+4} = \sqrt{5x}$ (24) $\frac{x^2}{2} - \frac{4+x}{4} = \frac{7-x}{6}$

(25) $1 - 5x(1 - \frac{3x}{2}) = \frac{x}{2}$ (26) $2x(3x-4) - (1-3x) \cdot (1+x) = -2$

(27) $2 + \frac{x^2+4}{3} = \frac{5x-1}{2} - x$ (28) $abx^2 - (a+b)x + 1 = 0$

(29) $x + \frac{1}{x} - \frac{61}{6} = 0$ (30) $\frac{x+22}{3} - \frac{4}{x} = \frac{9x-6}{2}$

(31) $\frac{2x}{x-1} + \frac{1}{x} = \frac{13x+1}{3x}$ (32) $\frac{3x}{x+2} - \frac{x-1}{6} = x - 9$

(33) $x^4 - x^3 - 13x^2 + x + 12 = 0$ (34) $x^4 + 3x^3 - 7x^2 - 27x - 18 = 0$

(35) $x^3 - 12x^2 + 41x - 30 = 0$ (36) $5x^3 - 20x^2 - 20x + 80 = 0$

$$(37) 12x^3 - 20x^2 + x + 3 = 0$$

$$(38) x^4 - 3x^3 - 13x^2 + 9x + 30 = 0$$

SOLUCIONES DE LAS ECUACIONES

$$(1) x = \pm 1 \text{ y } x = \pm \frac{2}{5}$$

$$(2) x = \pm 2 \text{ y } x = \pm 1$$

$$(3) x = \pm a \text{ y } x = \pm \sqrt{ab}$$

$$(4) x = \pm \sqrt{5} \text{ y } x = \pm \sqrt{3}$$

$$(5) x = 3 \text{ es válida, } x = -3 \text{ no es válida}$$

$$(6) x = \pm 5 \text{ válidas ambas}$$

$$(7) x = \frac{1}{4} \text{ es válida}$$

$$(8) x = m + n \text{ y } x = m - n$$

$$(9) x = -7 \text{ válida, } x = -16 \text{ no es válida}$$

$$(10) x = \frac{\sqrt{6}+2}{2} \text{ y } x = \frac{\sqrt{6}-2}{2}$$

$$(11) x = 4 \text{ válida, } x = -3 \text{ no es válida}$$

$$(12) x = \frac{7}{5} \text{ y } x = \frac{3}{5}$$

$$(13) x = 2 \text{ válida, } x = \frac{1}{4} \text{ no es válida}$$

$$(14) x = a \text{ y } x = b$$

$$(15) x = 47 \text{ válida, } x = -30 \text{ no es válida}$$

$$(16) x = 2 \text{ y } x = -3 \text{ válidas ambas}$$

$$(17) x = 5 \text{ válida, } x = \frac{3}{4} \text{ no es válida}$$

$$(18) x = \frac{-1}{60}$$

$$(19) x = 9 \text{ válida, } x = 18 \text{ no es válida}$$

$$(20) x = 2 \text{ válida, } x = \frac{774}{1327} \text{ no es válida}$$

$$(21) x = 3 \text{ válida, } x = 0 \text{ no es válida}$$

$$(22) x = 4 \text{ válida, } x = 1 \text{ no es válida}$$

$$(23) x = 5 \text{ válida, } x = -5 \text{ no es válida}$$

$$(24) x = \frac{13}{6} \text{ y } x = -2$$

$$(25) x = \frac{2}{5} \text{ y } x = \frac{1}{3}$$

$$(26) x = \frac{1}{3}$$

$$(27) \text{ No tiene solución}$$

$$(28) x = \frac{1}{b} \text{ y } x = \frac{1}{a}$$

$$(29) x = \frac{61 \pm \sqrt{3577}}{12} \text{ válidas ambas}$$

$$(30) x = 2 \text{ y } x = \frac{12}{25} \text{ válidas ambas}$$

$$(31) x = 2 \text{ y } x = \frac{1}{7} \text{ válidas ambas}$$

$$(32) x = 10 \text{ y } x = \frac{-11}{7} \text{ válidas ambas}$$

$$(33) x = \pm 1, x = 4, x = -3$$

$$(34) x = -1, x = -2, x = \pm 3$$

$$(35) x = 1, x = 5, x = 6$$

$$(36) x = 4, x = \pm 2$$

$$(37) x = 1$$

$$(38) x = -2, x = 5, x = \pm \sqrt{3}$$

Resuelve los siguientes sistemas:

$$(1) \begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 - y = 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x^2 - y^2 = 60 \\ xy = 16 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 11x^2 - 2y^2 = 3 \\ x^2 + y^2 - 4x = 1 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ x^2 - xy - 2y^2 = 0 \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} x - y = 21 \\ xy = 100 \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} x + y = 5 \\ x^2 - xy = -3 \end{cases}$$

$$(7) \begin{cases} x = 2y \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$$

$$(8) \begin{cases} xy = 20 \\ x^2 - y^2 = 9 \end{cases}$$

$$(9) \begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 + xy + y^2 = 30 \end{cases}$$

$$(10) \begin{cases} x + y^2 = 59 \\ x^2 + y^2 = 149 \end{cases}$$

$$(11) \begin{cases} x^2 - y^2 = 59 \\ x^2 + y^2 = 149 \end{cases}$$

$$(12) \begin{cases} x + \frac{2}{y} = 1 \\ y + \frac{1}{x} = 6 \end{cases}$$

$$(13) \begin{cases} y^2 = x^2 - 5 \\ 3y - x = 3 \end{cases}$$

$$(14) \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 57 \\ x^2 - xy + y^2 = 43 \end{cases}$$

$$(15) \begin{cases} x^2 + y = 234 \\ 5x - y = 0 \end{cases}$$

$$(16) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x^2 + xy = 6 \end{cases}$$

$$(17) \begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 + y^2 = 40 \end{cases}$$

$$(18) \begin{cases} xy = 30 \\ x^2 + y^2 = 61 \end{cases}$$

SOLUCIONES DE LOS SISTEMAS

(1) $(x = -2, y = 4), (x = 1, y = 1)$

(2) $(x = 8, y = 2), (x = -8, y = -2)$

(3) $(x = 1, y = 2), (x = 1, y = -2)$

(4) $(x = 2\sqrt{2}, y = \frac{11\sqrt{2}}{2}), (x = -2\sqrt{2}, y = \frac{-11\sqrt{2}}{2})$

(5) $(x = 25, y = 4), (x = -25, y = -4)$

(6) $(x = 1, y = 4), (x = \frac{3}{2}, y = \frac{7}{2})$

(7) $(x = 4, y = 2), (x = -4, y = -2)$

(8) $(x = 5, y = 4), (x = -5, y = -4)$

(9) $(x = \frac{3+\sqrt{37}}{2}, y = \frac{-3+\sqrt{37}}{2}), (x = \frac{3-\sqrt{37}}{2}, y = \frac{-3-\sqrt{37}}{2})$

(10) $(x = 10, y = 7), (x = 10, y = -7), (x = -9, y = 2\sqrt{17}), (x = -9, y = -2\sqrt{17})$

(11) $(x = 2\sqrt{26}, y = 3\sqrt{5}), (x = 2\sqrt{26}, y = -3\sqrt{5}), (x = -2\sqrt{26}, y = 3\sqrt{5}), (x = -2\sqrt{26}, y = -3\sqrt{5})$

(12) $(x = \frac{1}{2}, y = 4), (x = \frac{1}{3}, y = 3)$

(13) $(x = 3, y = 2), (x = \frac{-9}{4}, y = \frac{1}{4})$

(14) $(x = 1, y = 7), (x = -1, y = -7), (x = 7, y = 1), (x = -7, y = -1)$

(15) $(x = 13, y = 45), (x = -18, y = -90)$

(16) $(x = 2, y = -1)$

(17) $(x = -2, y = 6), (x = 6, y = -2)$

(18) $(x = 5, y = 6), (x = 6, y = 5), (x = -6, y = -5), (x = -5, y = -6)$

Resuelve las siguientes inecuaciones:

(1) $3x - 4(5 - x) \leq 3(2 + x)$

(2) $\frac{x-4}{5} - \frac{2x+3}{35} \geq \frac{2}{7}$

(3) $\frac{4x-2}{x+3} \geq 0$

(4) $\frac{x-4}{2x+3} \leq 0$

(5) $3x^2 - 3x - 6 \geq 0$

(6) $3x^2 - 3x - 6 < 0$

(7) $5x^2 - 10x + 5 \geq 0$

(8) $5x^2 - 10x + 5 < 0$

(9) $5x^2 + 2x + 6 \geq 0$

(10) $5x^2 + 2x + 6 \leq 0$

SOLUCIONES DE LAS INECUACIONES

(1) $(-\infty, \frac{13}{2}]$

(2) $[\frac{41}{5}, +\infty)$

(3) $(-\infty, -3) \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$

(4) $(\frac{-3}{2}, 4]$

(5) $(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$

(6) $(-1, 2)$

(7) Todos los reales

(8) Sin solución

(9) Todos los reales

(10) Sin solución

PROBLEMAS: ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS.

1.- Halla dos números cuya suma es 74 y la suma de sus raíces cuadradas 12.

Solución: Los números son 49 y 25

2.- El producto de dos números es 30; sumando dos unidades a cada número su producto es 56. ¿Cuáles son esos números?

Solución: Los números son 6 y 5

3.- Al dividir un número de dos cifras por el producto de las mismas el cociente exacto es 2 y al dividir el número que resulta al permutar el orden de las cifras, por 7 el cociente exacto es la suma de sus cifras, ¿de qué número se trata?

Solución: El número es 63

4.- El área de un triángulo rectángulo es 60 m^2 y la suma de los catetos 23 m. Halla la hipotenusa.

Solución: La hipotenusa mide 17 metros.

5.- La altura de un trapecio isósceles mide 4 cm., la suma de las bases es de 14 cm., y el lado oblicuo mide 5 cm. Averigua las bases del trapecio.

Solución: Las bases miden 4 cm y 10 cm.

6.- En un triángulo rectángulo, el lado mayor es 3 cm más largo que el mediano, el cual, a su vez, es 3 cm más largo que el pequeño. ¿Cuánto miden los lados?

Solución: Los lados miden 9 cm, 12 cm y 15 cm.

7.- Si el banco me da el 8% anual, mis intereses serán superiores a 50000 €. ¿Qué puedes decir de mi capital?

Solución: Mi capital será superior a 625.000 €

8.- ¿Cuántos litros de leche con un 10% de grasa hemos de mezclar con otra leche que tiene un 4% de grasa para obtener 18 litros de leche con un 6% de grasa?

Solución: Hemos de mezclar 6 litros del 10 % de grasa con 12 litros del 4 % de grasa

9.- Una persona compra un equipo de música y un ordenador por 2500 € y los vende, después de algún tiempo, por 2157,5 €. Con el equipo de música perdió el 10% de su valor y con el ordenador el 15%. ¿Qué le costó cada artículo?

Solución: El equipo de música costó 650 € y el ordenador 1850 €

10.- La nota media de los aprobados en un examen de matemáticas fue de 6,5 y la de los suspensos 3,2. En la clase son 30 alumnos y la nota media global fue de 5,29. ¿Cuántos aprobaron y cuántos suspendieron?

Solución: Aprobaron 19 alumnos y suspendieron 11

11.- La calificación de una oposición se obtiene mediante dos exámenes: uno escrito, que es el 65% de la nota final, y otro oral, que es el 35%. Si una persona tuvo 12 puntos entre los dos exámenes y obtuvo un 5,7 de nota final, ¿qué nota tuvo en cada uno de ellos?

Solución: En el examen escrito obtuvo 5 puntos y en el oral 7 puntos

12.- Calcula las dimensiones de un rectángulo de diagonal igual a 75 metros, sabiendo que es semejante a otro de lados 36 metros y 48 metros.

Solución: Los lados miden 45 m y 60 m.

13.- Si acortamos en 2 cm la base de un rectángulo y en 1 cm su altura, el área disminuye en 13 cm^2 . Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que su perímetro es de 24 cm.

Solución: Los lados miden 3 cm y 9 cm.

14.- Calcula la longitud de los lados de un triángulo rectángulo isósceles cuyo perímetro es de 24 cm.

Solución: Los catetos miden $24 - 12\sqrt{2} \text{ cm}$. y la hipotenusa $24\sqrt{2} - 24 \text{ cm}$

15.- Halla la longitud de los catetos de un triángulo rectángulo de 480 m^2 de área y cuya hipotenusa mide 52 m.

Solución: Los catetos miden 48 m y 20 m.

16.- Con una cartulina de 240 cm^2 de superficie construimos un prisma de base cuadrada, sin bases, cuyo volumen es de 360 cm^3 . ¿Cuáles son las dimensiones de la cartulina?

Solución: La cartulina mide 24 cm de largo y 10 cm de ancho.

17.- El lado de un rombo es 5 cm y su área es 24 cm^2 . Calcula la longitud de sus diagonales.

Solución: Las diagonales miden 6 cm y 8 cm.

18.- Un árbol de 7 m de altura es alcanzado por un rayo y lo parte a cierta altura del suelo. La punta del trozo roto cae a 3 m de la base del árbol, formando un triángulo con el otro trozo del árbol. ¿A qué altura se rompió?

Solución: El árbol se rompió a $\frac{20}{7}$ m de altura

19.- El paseo circular de una fuente tiene 2 m de ancho. Calcula los radios de sus circunferencias, interior y exterior, si la superficie del paseo es de $37,68 \text{ m}^2$. (Tomar $\pi=3,14$)

Solución: El radio de la circunferencia interior es de 2 m y el de la exterior 4 m.

20.- En una tienda se compraron unos adornos de porcelana por 629 €. Se rompieron 3 y los que quedaron se han vendido 4 € más de lo que costaron. Si se ha obtenido un beneficio de 85 €, ¿cuántos adornos se compraron?

Solución: Se compraron 37 adornos.

21.- Si se aumenta en 2 cm la longitud de cada una de las aristas de un cubo, el volumen del mismo aumenta 218 cm^3 . Calcula la longitud de la arista.

Solución: La arista del cubo mide 5 cm.

22.- Si se aumenta en 3 cm el lado de un cuadrado, el área aumenta en 81 cm^2 . Calcula la longitud del lado del cuadrado.

Solución: El lado del cuadrado mide $12,5 \text{ cm}$.

23.- Se han comprado por 37 € unas zapatillas de deporte y un balón que costaban 50 €. Si en las zapatillas nos han rebajado el 20%, y en el balón, el 30%, ¿cuál era el precio inicial de cada producto?

Solución: Las zapatillas costaban 20 € y el balón 30 €

24.- Se han pagado 450 € por un lector de DVD y una tarjeta de red que ahora se deben cambiar. Si en la venta se pierde el 30% en el lector de DVD y el 60% en la tarjeta, y se han obtenido 288 €, ¿cuál era el precio inicial de cada artículo?

Solución: El DVD 360 € y la tarjeta 90 €.

25.- Un grupo de estudiantes alquila un piso por 500 € al mes. Si aumentase el grupo en uno más, se ahorrarían 25 € cada uno. ¿Cuántos estudiantes son y cuánto paga cada uno?

Solución: 4 estudiantes, 125 € paga cada uno.

26.- Una alumna ha obtenido una nota final de 6,4 puntos en matemáticas. Los exámenes valen el 80% de la nota y los trabajos el 20%. Sabiendo que entre exámenes y trabajos suma 14 puntos, ¿qué nota saco en cada apartado?

Solución: En los exámenes 6 puntos y en los trabajos 8 puntos

27.- Una chapa rectangular tiene 28 m de perímetro. Si le cortamos 2 m de largo y otros 2 de ancho, el área de la nueva chapa es de 24 m^2 . Halla las dimensiones de la chapa inicial.

Solución: Largo 8 cm y ancho 6 cm

28.- El perímetro de un triángulo equilátero es menor o igual que 18 m. ¿Cuánto puede medir el lado?

Solución: Lado $\leq 6 \text{ cm}$

29.- El perímetro de un cuadrado es menor o igual que 20 m. ¿Cuánto puede medir el lado?

Solución: Lado $\leq 5 \text{ m}$