

CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

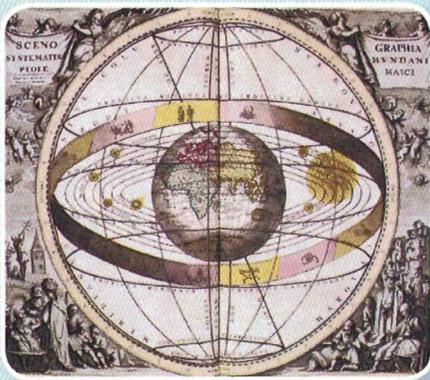
EL GRADO SEXAGESIMAL

Hace unos 6 000 años, los babilonios ya dividieron la circunferencia en 360 partes iguales y esta división llegó a Europa por medio de los árabes.

Ptolomeo usaba la palabra *mêra*, que significa «parte», y este vocablo fue traducido al árabe por *darágah*.

Por último, se traduce literalmente al latín por *scala*, y de ahí *gradus*. Este es el origen de *grado*.

Ptolomeo incorporó en su gran libro de astronomía una tabla de cuerdas parecida a un transportador con incrementos angulares de 1° , desde 0° a 180° .



Investiga

1. Busca información acerca del origen del sistema sexagesimal. ¿Por qué se eligió este sistema?
2. ¿En qué situaciones utilizamos en la vida real el sistema sexagesimal?

CÁLCULO MENTAL

Multiplicar dos números terminados en ceros

$$80 \cdot 600$$

$$80 \cdot 600 = 48\,000$$

Calcula mentalmente.

$$90 \cdot 300 = \quad 500 \cdot 700 =$$

$$400 \cdot 60 = \quad 40 \cdot 7\,000 =$$

$$300 \cdot 400 = \quad 3\,000 \cdot 50 =$$

Multiplicar tres números siendo el producto de dos de ellos una decena o una centena

$$8 \cdot 9 \cdot 5 = 40 \cdot 9 = 360$$

Calcula mentalmente.

$$4 \cdot 9 \cdot 5 = \quad 9 \cdot 60 \cdot 5 =$$

$$8 \cdot 2 \cdot 5 = \quad 50 \cdot 7 \cdot 8 =$$

$$7 \cdot 6 \cdot 5 = \quad 9 \cdot 5 \cdot 20 =$$

1 Conocer las posiciones relativas de dos rectas

• Una **recta** es una línea sin principio ni final formada por infinitos puntos.

• En el plano dos rectas pueden ser:

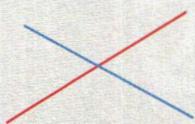
Rectas secantes. Se cortan en un punto.

Rectas perpendiculares. Son secantes y dividen el plano en cuatro partes iguales.

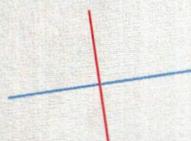
Rectas paralelas. No tienen ningún punto en común.

Rectas coincidentes. Tienen todos sus puntos comunes.

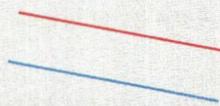
Rectas secantes



Rectas perpendiculares



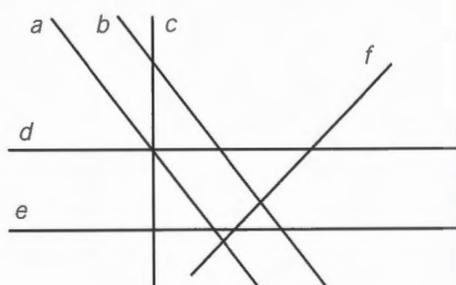
Rectas paralelas



Rectas coincidentes



1. Observa el dibujo y nombra.



a) Las rectas secantes.

b) Las rectas paralelas.

c) Las rectas perpendiculares.

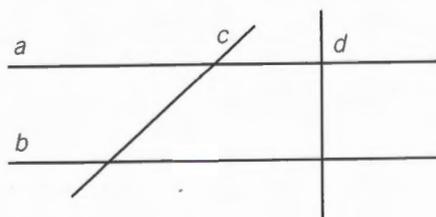
2. Observa las rectas y traza.

a) Dos rectas secantes a la recta r y dos secantes a la recta s .



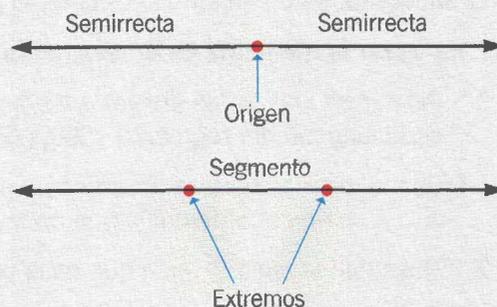
b) Dos rectas perpendiculares a la recta r y dos perpendiculares a la recta s .

3. Observa el dibujo y escribe las posiciones relativas entre cada par de rectas.



2 Identificar segmentos y semirrectas

- Una **semirrecta** es una recta que tiene principio pero no tiene final.
Un punto en una recta define dos semirrectas.
El punto es el **origen** de cada semirrecta.
- Un **segmento** es la parte de recta comprendida entre dos puntos.
Los puntos son los **extremos** del segmento.
El segmento tiene principio y final.



4. Marca un punto en cada recta y colorea cada semirrecta de un color.



5. Traza.

a) Una semirrecta con origen el punto A.

b) Una semirrecta con origen el punto B.

A •

B •

c) ¿Puedes trazar más semirrectas con origen el punto A? ¿Cuántas?

6. Observa los puntos y traza un segmento.

A •

B •

C •

D •

a) De 2 cm con un extremo en el punto A.

b) De 3 cm con un extremo en el punto B.

c) Cuyos extremos son los puntos A y C.

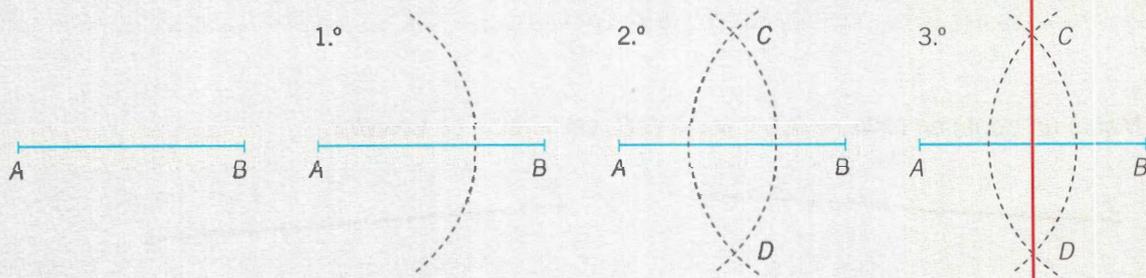
d) Cuyos extremos son los puntos B y D.

7. Mide cada segmento, marca su punto medio y traza una perpendicular que pase por él.



3 Trazar la mediatriz de un segmento

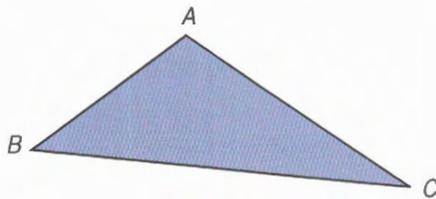
- La **mediatriz** de un segmento es la recta perpendicular que pasa por su punto medio.
- Para **trazar la mediatriz de un segmento** con regla y compás sigue estos pasos:
 - 1.º Pincha en uno de los extremos del segmento, y con una abertura mayor que la mitad de la longitud del segmento, dibuja un arco de circunferencia.
 - 2.º Con la misma abertura del compás, pincha en el otro extremo del segmento y dibuja otro arco de circunferencia que corta al anterior en los puntos *C* y *D*.
 - 3.º Traza con la regla la recta que pasa por los puntos *C* y *D*.
La recta trazada es la mediatriz del segmento.



8. Traza la mediatriz de cada segmento con regla y compás.



9. Observa la figura y traza.



- a) La mediatriz del segmento *AB*.
- b) La mediatriz del segmento *BC*.
- c) La mediatriz del segmento *AC*.

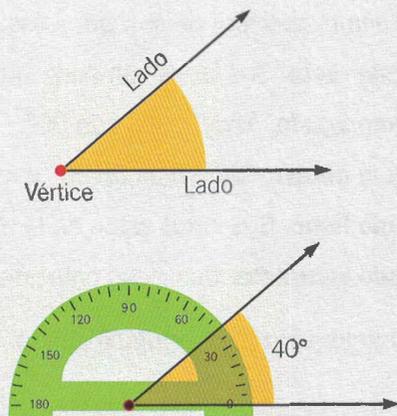
10. Dibuja un segmento *AB* de 5,5 cm.

- a) Dibuja su mediatriz y marca en ella un punto cualquiera *M*.

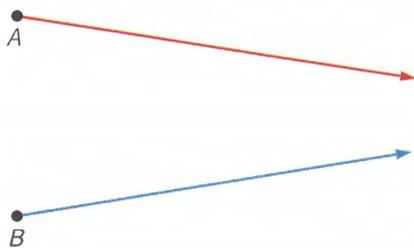
- b) Comprueba que los segmentos *AM* y *MB* tienen la misma longitud.

4 Reconocer y medir ángulos

- Un **ángulo** es la abertura que forman dos semirrectas que tienen el mismo origen. Cada semirrecta es un **lado** del ángulo y el punto de origen es el **vértice**.
- Para **medir** ángulos usamos el transportador. Primero colocamos el centro del transportador sobre el vértice del ángulo de manera que uno de los lados pase por 0° . Después, miramos el número por el que pasa el otro lado. Esa es su medida en **grados**. El ángulo de la figura mide 40° .



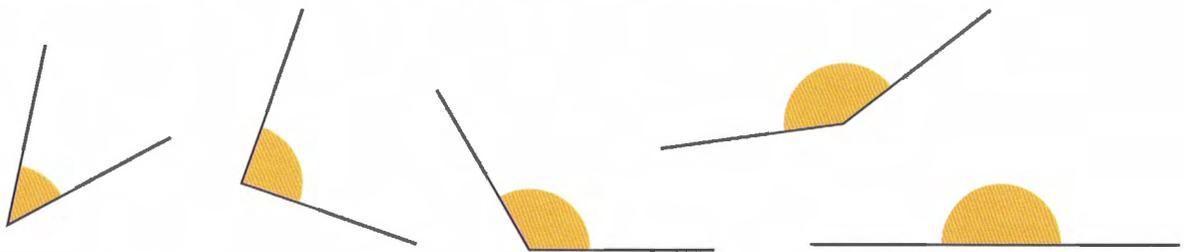
11. Dibuja.



a) Un ángulo cuyo vértice sea el punto *A* y uno de sus lados la semirrecta roja. ¿Cuántos ángulos puedes dibujar?

b) Un ángulo cuyo vértice sea el punto *B* y uno de sus lados la semirrecta azul. ¿Cuántos ángulos puedes dibujar?

12. Mide los siguientes ángulos con el transportador. Prolonga los lados si lo necesitas.

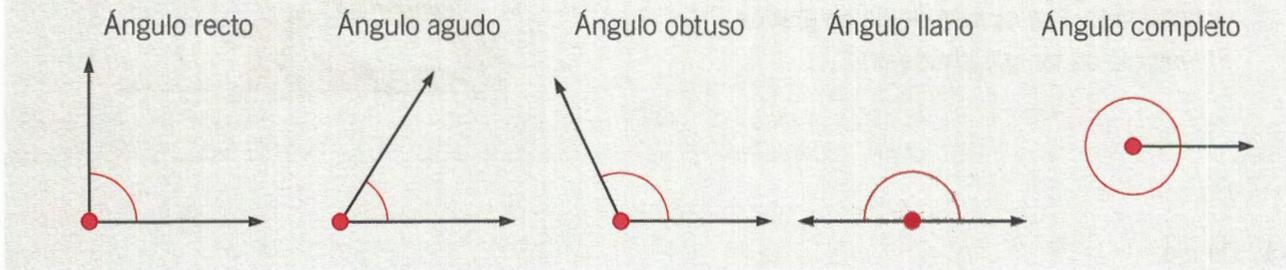


13. Dibuja un ángulo de 60° y otro de 140° .

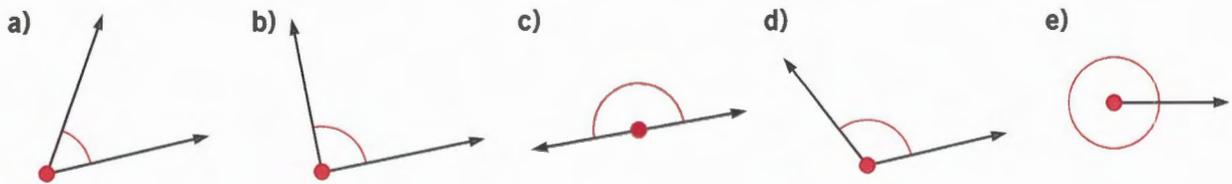
5 Clasificar ángulos

Según sea la abertura de sus lados, los ángulos se clasifican en:

- **Ángulo recto.** Sus lados son perpendiculares y mide 90° .
- **Ángulo agudo.** Mide menos de 90° .
- **Ángulo obtuso.** Mide más de 90° y menos de 180° .
- **Ángulo llano.** Sus lados están en la misma recta y mide 180° .
- **Ángulo completo.** Sus lados coinciden y mide 360° .



14. Clasifica los siguientes ángulos.



15. Traza.

- Un ángulo recto cuyo vértice sea el punto *A*.
- Un ángulo agudo cuyo vértice sea el punto *B*.
- Un ángulo obtuso cuyo vértice sea el punto *C*.
- Un ángulo llano cuyo vértice sea el punto *D*.
- Un ángulo completo cuyo vértice sea el punto *E*.

A

B

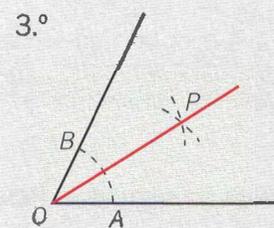
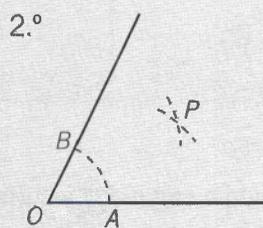
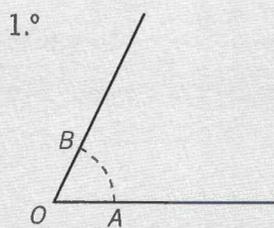
C

D

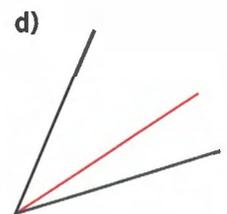
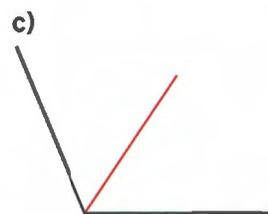
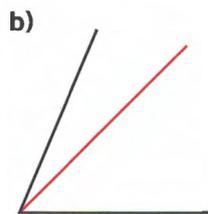
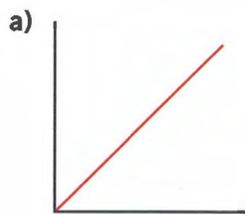
E

6 Trazar la bisectriz de un ángulo

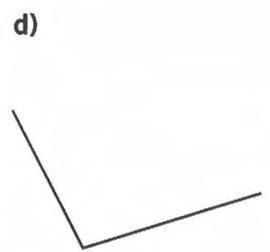
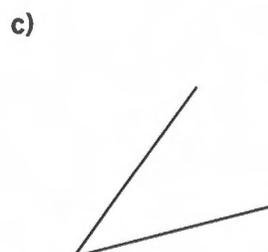
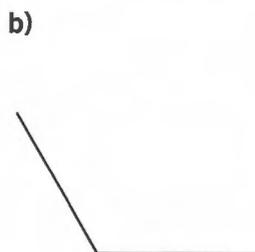
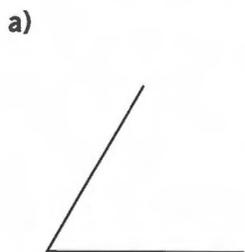
- La **bisectriz** de un ángulo es la semirrecta cuyo origen es el vértice del ángulo y lo divide en dos ángulos iguales.
- Para **trazar la bisectriz de un ángulo** con regla y compás sigue estos pasos:
 - 1.º Pincha en el vértice O del ángulo y traza un arco de circunferencia que corte a los lados del ángulo en los puntos A y B .
 - 2.º Pincha en el punto A y traza un arco de circunferencia. Después, con la misma abertura del compás, pincha en el punto B y traza otro arco de circunferencia que corte al anterior en el punto P .
 - 3.º Une con la regla el vértice del ángulo con el punto P .
La semirrecta trazada es la bisectriz del ángulo.



16. Utiliza el transportador y averigua en qué ángulos la semirrecta roja no es bisectriz.



17. Utiliza la regla y el compás y traza la bisectriz de cada ángulo.



18. Calcula y contesta.

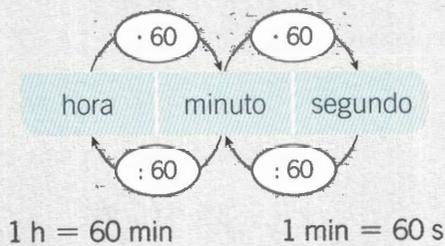
a) Marta dibuja la bisectriz de un ángulo de 120° . ¿Cuántos grados miden los ángulos que se forman al trazar la bisectriz?

b) David dibuja la bisectriz de un ángulo de 145° . ¿Cuántos grados miden los ángulos que se forma al trazar la bisectriz?

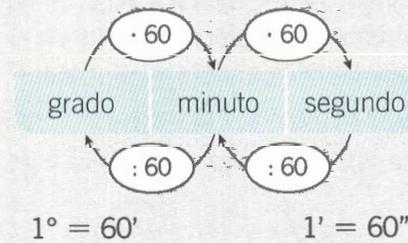
7 Transformar unidades de medida de ángulos y tiempos

- El **sistema sexagesimal** es un sistema de medida en el que cada unidad es 60 veces mayor que la inmediata inferior y 60 veces menor que la inmediata superior.
- El sistema sexagesimal se utiliza para medir tiempos y la amplitud de ángulos.

Las unidades de medida de tiempo son la **hora (h)**, el **minuto (min)** y el **segundo (s)**.



Las unidades de medida de ángulos son el **grado (°)**, el **minuto (')** y el **segundo (")**.



19. Expresa en segundos. Pasa cada medida a segundos y suma.

a) 1 h, 12 min y 15 s

c) 2° , 19' y 23''

b) 2 h, 23 min y 32 s

d) 8° , 17' y 34''

20. Expresa en la unidad que se indica. Recuerda que para pasar de una unidad a otra mayor hay que dividir.

En minutos

a) 1 440 s

b) 1 080''

En horas

c) 14 400 min

d) 32 400 min

En grados

e) 28 800'

f) 43 200'

21. El ganador de la carrera tardó en llegar a meta 2 h, 9 min y 15 s. El segundo clasificado tardó 8 955 s. ¿Cuántos segundos más tardó el segundo que el primero?

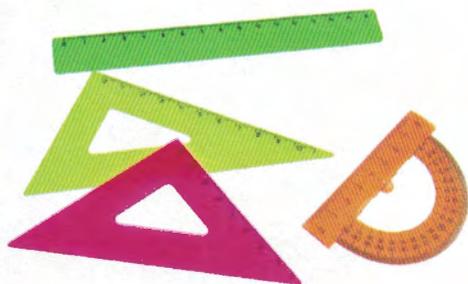


22. Manuel salió de casa a las 16:15 h y regresó a las 20:45 h. ¿Cuántas horas y minutos estuvo fuera? ¿Cuántos minutos son?

23. Cada día, Andrea empieza las clases a las 8:30 y termina a las 14:00. ¿Cuántas horas y minutos tiene de clase? ¿Cuántos minutos son?

24. Un barco estuvo parado durante 18 748 s y otro barco durante 13 348 s. ¿Cuántas horas estuvo parado el primer barco más que el segundo?

25. Un grifo tarda 1 minuto en llenar 2 botellas de 1 ℓ de capacidad. ¿Cuántas botellas llenará en 1 200 segundos?



26. Un ángulo mide 648 000". ¿Qué clase de ángulo es?

8 Calcular sumas en el sistema sexagesimal

- Para calcular **sumas en el sistema sexagesimal** sigue estos pasos:

- 1.º Coloca los sumandos escribiendo en la misma columna las unidades del mismo orden.
- 2.º Si al sumar los segundos, el resultado es mayor que 60", pasa los segundos a minutos.
- 3.º Si al sumar los minutos, el resultado es mayor que 60', pasa los minutos a grados.

$$\begin{array}{r} 5^{\circ} 32' 38'' \\ + 3^{\circ} 39' 42'' \\ \hline 8^{\circ} 71' 80'' \\ \quad \swarrow 80'' = 1' 20'' \\ + \quad 1' 20'' \\ \hline 8^{\circ} 72' 20'' \\ \quad \swarrow 72' = 1^{\circ} 12' \\ \hline 9^{\circ} 12' 20'' \end{array}$$

27. Calcula estas sumas.

a) 2 h 15 min 32 s + 3 h 42 min 39 s

d) 3 h 38 min 29 s + 36 min 40 s

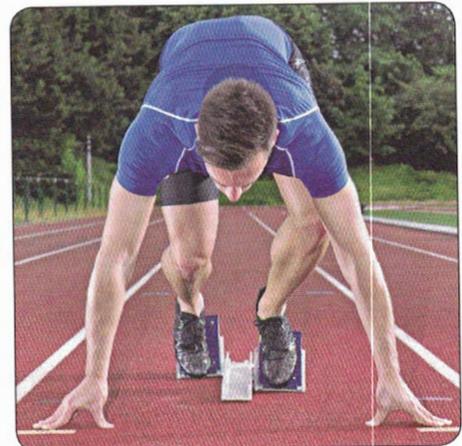
b) 6° 21' 48" + 6° 12' 37"

e) 7° 29' 37" + 9° 43"

c) 14° 22' 30" + 8° 27'

f) 2 h 37 min 28 s + 53 s

28. En la primera carrera, un corredor empleó 2 h, 39 min y 42 s y, en la segunda, empleó 2 h, 25 min y 49 s. ¿Cuánto tiempo empleó en total en las dos carreras?



9 Calcular restas en el sistema sexagesimal

- Para **calcular restas en el sistema sexagesimal** sigue estos pasos:

- 1.º Coloca los términos escribiendo en la misma columna las unidades del mismo orden.
- 2.º Si el número de segundos del sustraendo es mayor que el del minuendo, transforma un minuto del minuendo a segundos.
- 3.º Si el número de minutos del sustraendo es mayor que el del minuendo, transforma un grado del minuendo a minutos.
- 4.º Resta unidad a unidad.

$$\begin{array}{r} 7^\circ 12' 35'' \\ - 2^\circ 34' 46'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 46'' > 35'' \\ 12' = 11' 60'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7^\circ 11' 95'' \\ - 2^\circ 34' 46'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 34' > 11' \\ 7^\circ = 6^\circ 60' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6^\circ 71' 95'' \\ - 2^\circ 34' 46'' \\ \hline 4^\circ 37' 49'' \end{array}$$

29. Calcula estas restas.

a) $4 \text{ h } 9 \text{ min } 18 \text{ s} - 2 \text{ h } 5 \text{ min } 23 \text{ s}$

d) $6 \text{ h } 16 \text{ min } 9 \text{ s} - 2 \text{ h } 24 \text{ min } 12 \text{ s}$

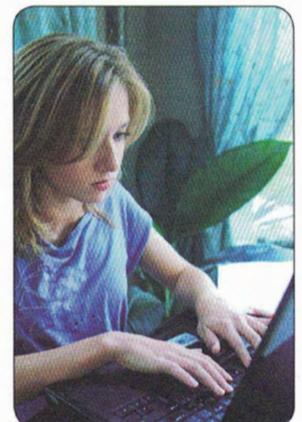
b) $12^\circ 9' 14'' - 4^\circ 23' 41''$

e) $17^\circ 9' 12'' - 3^\circ 31' 28''$

c) $16^\circ 19' 24'' - 10^\circ 39'$

f) $10 \text{ h } 19 \text{ min } 7 \text{ s} - 7 \text{ h } 25 \text{ s}$

30. Ayer Paula estuvo conectada a Internet durante 2 h y 8 min. Hoy ha estado 45 minutos menos. ¿Cuántas horas y minutos ha estado conectada hoy?



REPASA LO APRENDIDO

1 Factoriza estos números.

a) 64

b) 93

c) 230

d) 360

2 Calcula.

a) m.c.d. (15, 21)

c) m.c.d. (32, 40)

e) m.c.d. (54, 87)

b) m.c.m. (15, 21)

d) m.c.m. (18, 64)

f) m.c.m. (75, 90)

3 Ordena de menor a mayor.

a) $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{4}{6}$

b) $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ y $\frac{3}{8}$

c) $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{8}$ y $\frac{3}{2}$

4 Calcula.

a) $\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{4}{5} - \frac{1}{2}$

c) $\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \cdot 6$

b) $\frac{1}{5} : \left(\frac{2}{7} - \frac{1}{9}\right) + \frac{2}{5}$

d) $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} : \frac{3}{5} - \frac{2}{7} \cdot 3$