

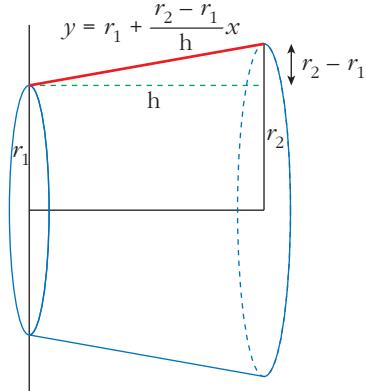
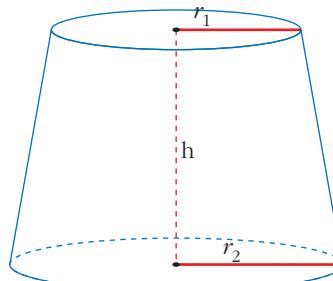
UNIDAD 12 La integral definida. Aplicaciones



5. Profundización práctica: volumenes de cuerpos conocidos, mediante integrales

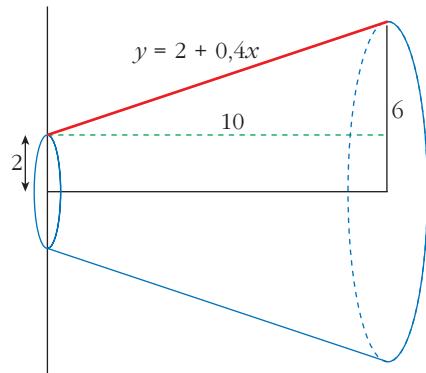
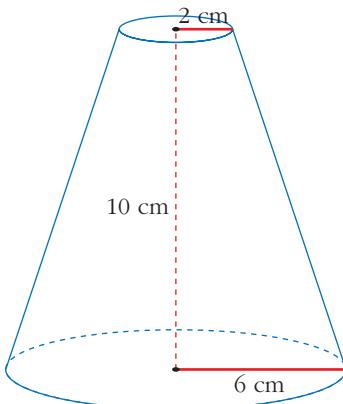
Pág. 1 de 2

Volumen de un tronco de cono. Obtención de la fórmula



$$\begin{aligned}
 \text{Volumen} &= \pi \int_0^h \left(r_1 + \frac{r_2 - r_1}{h} x \right)^2 dx = \pi \cdot \frac{h}{r_2 - r_1} \int_0^h \left(r_1 + \frac{r_2 - r_1}{h} x \right)^2 \frac{r_2 - r_1}{h} dx = \\
 &= \pi \cdot \frac{h}{r_2 - r_1} \frac{1}{3} \left[\left(r_1 + \frac{r_2 - r_1}{h} x \right)^3 \right]_0^h = \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{h}{r_2 - r_1} \left[\left(r_1 + \frac{r_2 - r_1}{h} \cdot h \right)^3 - \left(r_1 + \frac{r_2 - r_1}{h} \cdot 0 \right)^3 \right] = \\
 &= \frac{1}{3} \pi h \frac{1}{r_2 - r_1} [r_2^3 - r_1^3] = \frac{1}{3} \pi h \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2 - r_1} = \frac{1}{3} \pi h (r_2^2 + r_1^2 + r_1 r_2)
 \end{aligned}$$

Volumen de un tronco de cono concreto



$$\begin{aligned}
 \text{Volumen} &= \pi \int_0^{10} (2 + 0,4x)^2 dx = \pi \cdot \frac{1}{0,4} \int_0^{10} (2 + 0,4x)^2 \cdot 0,4 dx = \pi \cdot \frac{1}{0,4} \cdot \frac{1}{3} \left[(2 + 0,4x)^3 \right]_0^{10} = \\
 &= \frac{\pi}{1,2} \left[(2 + 0,4 \cdot 10)^3 - (2 + 0,4 \cdot 0)^3 \right] = \frac{\pi}{1,2} (6^3 - 2^3) \approx 544,54 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

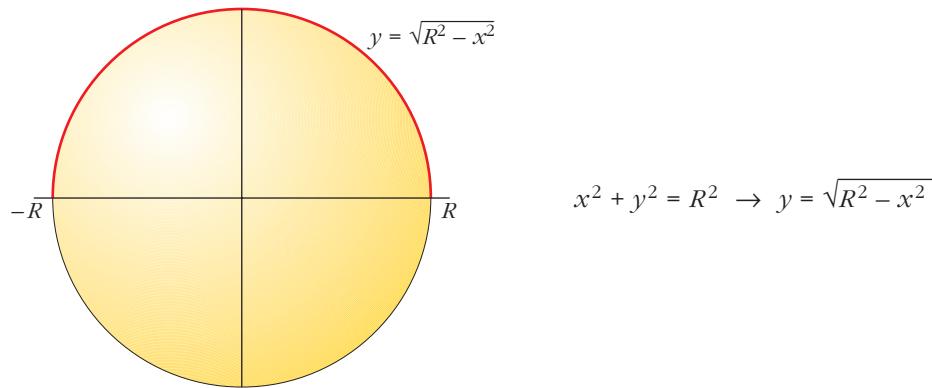
UNIDAD 12 La integral definida. Aplicaciones



5. Profundización práctica: volumenes de cuerpos conocidos, mediante integrales

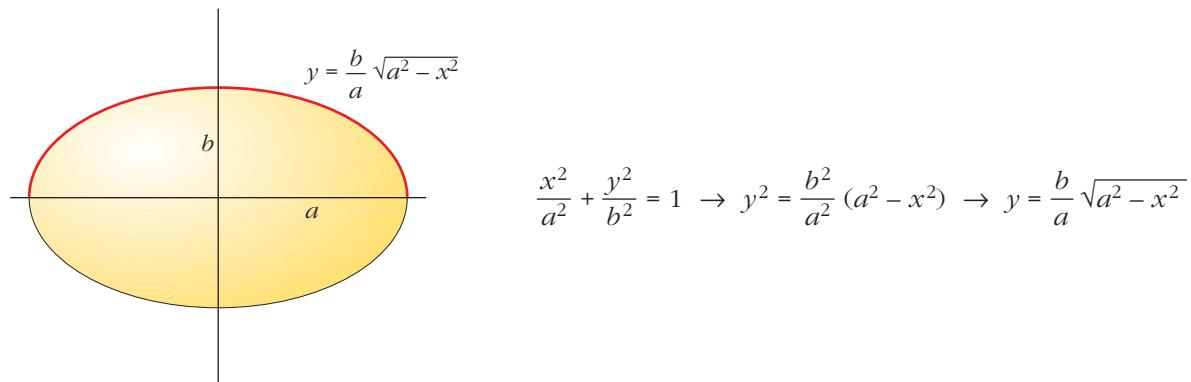
Pág. 2 de 2

Volumen de una esfera. Obtención de la fórmula



$$\begin{aligned} \text{Volumen} &= \pi \int_{-R}^R (\sqrt{R^2 - x^2})^2 dx = \pi \int_{-R}^R (R^2 - x^2) dx = \pi \left[R^2 x - \frac{x^3}{3} \right]_{-R}^R = \\ &= \pi \left[\left(R^3 - \frac{R^3}{3} \right) - \left(-R^3 - \frac{-R^3}{3} \right) \right] = \pi \left[\frac{2}{3} R^3 - \left(-\frac{2}{3} R^3 \right) \right] = \pi \frac{4}{3} R^3 = \frac{4}{3} \pi R^3 \end{aligned}$$

Volumen de un elipsoide. Obtención de la fórmula



$$\begin{aligned} \text{Volumen} &= \pi \int_{-a}^a \left(\frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} \right)^2 dx = \pi \frac{b^2}{a^2} \int_{-a}^a (a^2 - x^2) dx = \pi \frac{b^2}{a^2} \left[a^2 x - \frac{x^3}{3} \right]_{-a}^a = \pi \frac{b^2}{a^2} \frac{4}{3} a^3 = \frac{4}{3} \pi a b^2 \end{aligned}$$