RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO

3 Método de reducción

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales utilizando este método, seguimos los siguientes pasos:

PASO 1: Se multiplican las ecuaciones por los números que hagan que ambas ecuaciones tengan el coeficiente de una de las variables iguales excepto tal vez por el signo.

PASO 2: Se suman o se retan las ecuaciones para eliminar esa variable.

PASO 3: Se resuelve la ecuación resultante para la variable que quedo.

PASO 4: Se sustituye este valor en cualquiera de las ecuaciones originales para encontrar el valor de la otra variable.

Ejemplo:

Resuelve por el método de igualación el siguiente sistema: $\begin{cases} 5x - 3y = -5 \\ 2x + 4y = 24 \end{cases}$

a) Vamos a eliminar la variable y, para ello tenemos que conseguir que los coeficientes de dicha variable en ambas ecuaciones sean opuestos. Multiplicamos de manera cruzada las ecuaciones.

(x 4) 5x - 3y = -5 → 20x -12y = -20

(x 3) 2x + 4y = 24 → <u>6x + 12y = 72</u>

26x = 52 $\rightarrow x = \frac{52}{26} = 2$

b) Sustituimos en la segunda ecuación para obtener el valor de y:

2(2) + 4y = 24 → 4 + 4y = 24 → 4y = 20 → y = 5

La solución del sistema es x = 2, y = 5

c) Comprobamos la solución obtenida:

5 · 2 – 3 · 5 = 10 – 15 = -5

2 · 2 + 4 · 5 = 4 + 20 = 24

Actividades propuestas

Resuelve los siguientes sistemas por el método de sustitución:

a) $\begin{cases} 2x - 7y = -22 \\ 2y + 2x = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 6x - 5y = 15 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + 5y = 20 \\ 2(x - 5y) = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + 5y = 4(x + 2) + 7 \\ y - 2(x + 1) = 1 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 10 \\ x + 5y = 2 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 2x = 3y \\ \frac{2}{3}x = \frac{4}{3}y + 2 \end{cases}$

Soluciones

1.- Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción:

a) $\begin{cases} 2x-7y=-22 \\ 2y+2x=5 \end{cases}$

Eliminamos la variable x, para ello cambiamos una de las dos ecuaciones de signo:

$$\begin{cases} 2x-7y=-22 \\ 2y+2x=5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x+7y=22 \\ \ \ 2y+2x=5 \end{cases}$$

Sumando término a término, obtenemos una ecuación de primer grado con una sola variable:

$$\begin{array}{l} \begin{cases} -2x+7y=22 \\ \ \ 2y+2x=5 \end{cases} \\ \hline \quad 9y=27 \qquad \rightarrow y=3 \end{array}$$

Calculamos la segunda variable, sustituyendo en la segunda ecuación:

Si y = 3 → 2 · 3 + 2x = 5 → 2x = -1 → x = $-\frac{1}{2}$

La solución del sistema es $\boxed{x=3\ ;\ y=-\frac{1}{2}}$

b) $\begin{cases} 6x-5y=15 \\ x+2y=11 \end{cases}$

Eliminamos la variable x, para ello multiplicamos por (-6) la segunda ecuación:

$$\begin{array}{l} \begin{cases} \ \ 6x-5y=15 \\ -6x-12y=-66 \end{cases} \\ \hline \quad -17y=-51 \quad \rightarrow y=3 \end{array}$$

Calculamos la segunda variable, sustituyendo en la segunda ecuación:

Si y = 3 → x + 6 = 11 → x = 5

La solución del sistema es $\boxed{x=5\ ;\ y=3}$

c) $\begin{cases} \ \ 3x+5y=20 \\ 2(x-5y)=0 \end{cases}$

En primer lugar reducimos al máximo la expresión de las ecuaciones, quitando paréntesis y agrupando términos semejantes:

$$\begin{cases} \ \ 3x+5y=20 \\ 2(x-5y)=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x+5y=20 \\ \ \ x-5y=0 \end{cases}$$

Eliminamos la variable x:

$$\begin{cases} 3x+5y=20 \\ \ \ x-5y=0 \end{cases}$$
$$\overline{4x \qquad =20} \quad \rightarrow x=5$$

Calculamos la segunda variable, sustituyendo en la segunda ecuación:

Si x = 5 $\rightarrow$ 5 – 5y = 0 $\rightarrow$ y = 1

La solución del sistema es $\boxed{x=5\,;\,y=1}$

d) $\begin{cases} 2x+5y=4(x+2)+7 \\ y-2(x+1)=1 \end{cases}$

En primer lugar reducimos al máximo la expresión de las ecuaciones, quitando paréntesis y agrupando términos semejantes:

$$\begin{cases} 2x+5y=4(x+2)+7 \\ y-2(x+1)=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x+5y=4x+8+7 \\ y-2x-2=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x+5y=15 \\ y-2x=3 \end{cases}$$

Eliminamos la variable x, para ello cambiamos de signo la segunda ecuación:

$$\begin{cases} -2x+5y=15 \\ 2x-y=-3 \end{cases}$$
$$\overline{\qquad 4y=12} \quad \rightarrow y=3$$

Calculamos la segunda variable, sustituyendo en la segunda ecuación:

Si y = 3 $\rightarrow$ 2x – 3 = -3 $\rightarrow$ 2x = 0 $\rightarrow$ x = 0

La solución del sistema es $\boxed{x=0\,;\,y=3}$

e) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=10 \\ x+5y=2 \end{cases}$

En primer lugar reducimos al máximo la expresión de las ecuaciones, quitando denominadores y agrupando términos semejantes:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=10 \\ x+5y=2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x+3y=60 \\ \ \ x+5y=2 \end{cases}$$

Eliminamos la variable x, para ello multiplicamos por (-2) la segunda ecuación:

$$\begin{cases} 2x+3y=60 \\ \ \ x+5y=2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \ \ 2x+3y=60 \\ -2x-10y=-4 \end{cases}$$
$$\overline{\qquad -7y=56} \quad \rightarrow y=-8$$

Calculamos la segunda variable, sustituyendo en la segunda ecuación:

Si y = -8 $\rightarrow$ x – 40 = 2 $\rightarrow$ x = 42

La solución del sistema es $\boxed{x = 42\,;\, y = -8}$

f) $\begin{cases} 2x = 3y \\ \frac{2}{3}x = \frac{4}{3}y + 2 \end{cases}$

En primer lugar reducimos al máximo la expresión de las ecuaciones, quitando denominadores y agrupando términos semejantes:

$$\begin{cases} 2x = 3y \\ \frac{2}{3}x = \frac{4}{3}y + 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 2x - 4y = 6 \end{cases}$$

Eliminamos la variable x, para ello cambiamos de signo la segunda ecuación:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 2x - 4y = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{r} \begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ -2x + 4y = -6 \end{cases} \\ \hline y = -6 \end{array}$$

Calculamos la segunda variable, sustituyendo en la primera ecuación:

2x + 18 = 0 $\rightarrow$ x = -9

La solución del sistema es $\boxed{x = -9\,;\, y = -6}$