Expresiones algebraicas.

Ejercicio 1.

Extrae factor común en las siguientes expresiones algebraicas:

$2x^2y^3-6x^2y^2+4x^3y=\boxed{2x^2y\left(y^2-3y+2x\right)}$

$3(x-2)+(x-2)^2+x(x-2)=3(x-2)+(x-2)(x-2)+x(x-2)=(x-2)(3+x-2+x)=\boxed{(x-2)(2x+1)}$

Ejercicio 2.

Calcula y simplifica:

$a)\ \dfrac{x^2+2x}{4}+\dfrac{3(x-2)}{2}-\dfrac{(x+3)^2}{6}+x=\dfrac{3(x^2+2x)}{12}+\dfrac{18(x-2)}{12}-\dfrac{2(x+3)^2}{12}+\dfrac{12x}{12}=$

$=\dfrac{3x^2+6x+18x-36-2(x^2+6x+9)+12x}{12}=\dfrac{3x^2+6x+18x-36-2x^2-12x-18+12x}{12}=$

$=\boxed{\dfrac{x^2+24x-54}{12}}$

$b)\ x(x+1)^2-(2x-1)^2+(3-2x)(3+2x)=x(x^2+2x+1)-(4x^2-4x+1)+(9-4x^2)=$

$=x^3+2x^2+x-4x^2+4x-1+9-4x^2=\boxed{x^3+2x^2+5x+8}$

Ejercicio 3.

Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

$a)\ \dfrac{2x-4}{x^2-2x}=\dfrac{2\cancel{(x-2)}}{x\cancel{(x-2)}}=\boxed{\dfrac{2}{x}}$

$b)\ \dfrac{x^3-6x^2+9x}{x^3-9x}=\dfrac{x(x^2-6x+9)}{x(x^2-9)}=\dfrac{x(x-3)^2}{x(x+3)(x-3)}=\dfrac{\cancel{x}(x-3)\cancel{(x-3)}}{\cancel{x}(x+3)\cancel{(x-3)}}=\boxed{\dfrac{x-3}{x+3}}$

Ejercicio 4.

Sean $p(x)=x^2+2x-2$, $q(x)=x^2-3x+1$ y $r(x)=2x-x^2+3$; calcula el valor de $p(x)\cdot\left[q(x)-r(x)\right]$

$p(x)\cdot\left[q(x)-r(x)\right]=(x^2+2x-2)\cdot\left[(x^2-3x+1)-(2x-x^2+3)\right]=(x^2+2x-2)\cdot\left[x^2-3x+1-2x+x^2-3\right]=$

$=(x^2+2x-2)\cdot(2x^2-5x-2)=2x^4-5x^3-2x^2+4x^3-10x^2-4x-4x^2+10x+4=\boxed{2x^4-x^3-16x^2+6x+4}$

Ejercicio 5.

Sean los polinomios $p(x)=\left[2(x+2)-x(2x-2)^2\right]$ y $q(x)=ax^3+2ax^2-x+4$,

- Calcula el valor numérico del polinomio $p(x)$ para $x=-2$.
- Calcula a, para que el valor numérico de $q(x)$ en $x=-1$ sea cero.

$$p(x)=\left[2(x+2)-x(2x-2)^2\right]=2x+4-x\left(4x^2-8x+4\right)=2x+4-4x^3+8x^2-4x=-4x^3+8x^2-2x+4$$

$$p(x)=-4x^3+8x^2-2x+4 \quad \Rightarrow \quad p(-2)=-4\cdot(-2)^3+8\cdot(-2)^2-2\cdot(-2)+4=-4\cdot(-8)+8\cdot 4+4+4=\boxed{72}$$

También se puede sustituir directamente:

$$p(-2)=2\cdot(-2+2)-(-2)\cdot\left[2\cdot(-2)-2\right]^2=2\cdot 0-(-2)\cdot[-4-2]^2=2\cdot(-6)^2=2\cdot 36=72$$

$$q(x)=ax^3+2ax^2-x+4 \quad \Rightarrow \quad q(-1)=0 \quad \Rightarrow \quad q(-1)=a(-1)^3+2a(-1)^2-(-1)+4 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad q(-1)=-a+2a+1+4=a+5 \quad \Rightarrow \quad a+5=0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{a=-5}$$

Ejercicio 6.

Realiza las operaciones y simplifica:

$a)$ $\dfrac{x+1}{x-1}-\dfrac{x^2+1}{x^2-x}=\dfrac{x+1}{x-1}-\dfrac{x^2+1}{x(x-1)}=\dfrac{x(x+1)}{x(x-1)}-\dfrac{x^2+1}{x(x-1)}=\dfrac{x^2+x-x^2-1}{x(x-1)}=\dfrac{\cancel{(x-1)}}{x\cancel{(x-1)}}=\boxed{\dfrac{1}{x}}$

$$m.c.m.\{(x-1)\ ,\ x\cdot(x-1)\}=x\cdot(x-1)$$

$b)$ $\dfrac{x+2}{x+3}:\dfrac{x^2+4x+4}{x^2-9}=\dfrac{(x+2)(x^2-9)}{(x+3)(x^2+4x+4)}=\dfrac{(x+2)(x+3)(x-3)}{(x+3)(x+2)^2}=\dfrac{\cancel{(x+2)}\ \cancel{(x+3)}\ (x-3)}{\cancel{(x+3)}\ \cancel{(x+2)}\ (x+2)}=\boxed{\dfrac{(x-3)}{(x+2)}}$