

Página 97

PRACTICA

Traducción a lenguaje algebraico

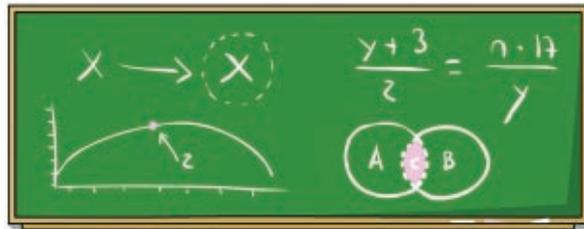
1 Asocia a cada uno de los siguientes enunciados una de las expresiones algebraicas:

- | | |
|--|---------------------|
| a) A un número se le quita 7. | $0,2x$ |
| b) El doble de un número más su cuadrado. | $2x + 1$ |
| c) Un múltiplo de 3 menos 1. | $2x + x^2$ |
| d) El 20% de un número. | $1,1x$ |
| e) Cuatro veces un número menos sus dos tercios. | $4x - \frac{2x}{3}$ |
| f) El precio de un pantalón aumentado en un 10%. | $3x - 1$ |
| g) Un número impar. | $x - 7$ |

- | | | | |
|------------------------|---------------|-------------|-----------|
| a) $x - 7$ | b) $2x + x^2$ | c) $3x - 1$ | d) $0,2x$ |
| e) $4x - \frac{2x}{3}$ | f) $1,1x$ | g) $2x + 1$ | |

2 Llama x al ancho de la pizarra y expresa su altura en cada caso:

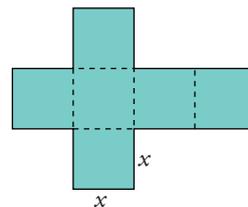
- La altura es la mitad del ancho.
- La altura es 20 cm menos que el ancho.
- La altura es los tres cuartos del ancho.
- La altura es un 20% menor de su ancho.



- | | | | |
|------------------|-------------|-------------------|-----------|
| a) $\frac{x}{2}$ | b) $x - 20$ | c) $\frac{3x}{4}$ | d) $0,8x$ |
|------------------|-------------|-------------------|-----------|

3 Expresa con un monomio:

- El perímetro de esta figura.
- El área de la misma.
- El volumen del cubo que se puede formar con esos seis cuadrados.



- | | | |
|----------|-----------|----------|
| a) $14x$ | b) $6x^2$ | c) x^3 |
|----------|-----------|----------|

4 Traduce al lenguaje algebraico, empleando una sola incógnita:

- a) Los tres quintos de un número menos 1.
- b) La suma de tres números consecutivos.
- c) Un múltiplo de 3 más su doble.
- d) La suma de un número y su cuadrado.
- e) El producto de un número por su siguiente.

a) $\frac{3}{5}x - 1$

b) $x + (x + 1) + (x + 2) = 3x + 3$

c) $3x + 2 \cdot (3x) = 3x + 6x = 9x$

d) $x + x^2$

e) $x(x + 1) = x^2 + x$

5 (ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO).

6 Traduce al lenguaje algebraico, utilizando dos incógnitas:

- a) Un número más la mitad de otro.
- b) El cuadrado de la suma de dos números.
- c) La diferencia de los cuadrados de dos números.
- d) El doble del producto de dos números.
- e) La semisuma de dos números.

a) $x + \frac{y}{2}$

b) $(x + y)^2$

c) $x^2 - y^2$

d) $2xy$

e) $\frac{x + y}{2}$

Operaciones con polinomios

7 Indica el grado de cada uno de los siguientes monomios y di cuáles son semejantes:

a) $-7x^2$

b) $\frac{5}{3}x$

c) $\left(\frac{1}{2}x\right)^2$

d) $-6x$

e) $7x^3$

f) $\frac{5}{3}x^2$

g) $\frac{2}{3}x \cdot 4x^2$

a) grado 2

b) grado 1

c) grado 2

d) grado 1

e) grado 3

f) grado 2

g) grado 3

Son semejantes: $\begin{cases} \text{a) c) y f)} \\ \text{b) y d)} \\ \text{e) y g)} \end{cases}$

Página 98

8 Efectúa:

a) $5x^2 - 3x^2 - x^2$

b) $-2x + 7x - 10x$

c) $-x^3 - 2x^3 + 3x^3$

d) $x - \frac{2x}{5} - \frac{1}{3}x$

e) $3x - \frac{2}{5}x - \frac{x}{2}$

f) $\frac{5}{3}x^2 - x^2 + \frac{x^2}{2}$

a) $5x^2 - 3x^2 - x^2 = x^2$

b) $-2x + 7x - 10x = -5x$

c) $-x^3 - 2x^3 + 3x^3 = 0$

d) $x - \frac{2x}{5} - \frac{1}{3}x = \left(1 - \frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right)x = \frac{4}{15}x$

e) $3x - \frac{2}{5}x - \frac{x}{2} = \left(3 - \frac{2}{5} - \frac{1}{2}\right)x = \frac{21}{10}x$

f) $\frac{5}{3}x^2 - x^2 + \frac{x^2}{2} = \left(\frac{5}{3} - 1 + \frac{1}{2}\right)x^2 = \frac{7}{6}x^2$

9 Simplifica estas expresiones:

a) $2x^3 - 5x + 3 - 1 - 2x^3 + x^2$

b) $(2x^2 + 5x - 7) - (x^2 - 6x + 1)$

c) $3x - (2x + 8) - (x^2 - 3x)$

d) $7 - 2(x^2 + 3) + x(x - 3)$

a) $2x^3 - 5x + 3 - 1 - 2x^3 + x^2 = x^2 - 5x + 2$

b) $(2x^2 + 5x - 7) - (x^2 - 6x + 1) = 2x^2 + 5x - 7 - x^2 + 6x - 1 = x^2 + 11x - 8$

c) $3x - (2x + 8) - (x^2 - 3x) = 3x - 2x - 8 - x^2 + 3x = -x^2 + 4x - 8$

d) $7 - 2(x^2 + 3) + x(x - 3) = 7 - 2x^2 - 6 + x^2 - 3x = -x^2 - 3x + 1$

10 Efectúa y reduce:

a) $3x^2 \cdot 5x + 2x(-3x^2)$

b) $\frac{3}{5}x^2 \left(-\frac{2}{3}x^3\right)$

c) $\frac{x^3}{3} - \frac{2x}{3}x^2$

d) $\frac{6x^3}{3x} - \frac{x^4}{x^2}$

a) $3x^2 \cdot 5x + 2x(-3x^2) = 15x^3 - 6x^3 = 9x^3$

b) $\frac{3}{5}x^2 \left(-\frac{2}{3}x^3\right) = -\frac{2}{5}x^5$

c) $\frac{x^3}{3} - \frac{2x}{3}x^2 = \frac{x^3}{3} - \frac{2x^3}{3} = \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right)x^3 = -\frac{1}{3}x^3$

d) $\frac{6x^3}{3x} - \frac{x^4}{x^2} = 2x^2 - x^2 = x^2$

11 Opera y simplifica:

a) $(2x)^3 - (3x)^2x - 5x^2(-3x + 1)$ b) $\frac{5}{3} \left(\frac{3}{4}x \right) (-4x) - \frac{1}{2} (4x^2 - 5)$

c) $(2x^2 - x + 3)(x - 3)$ d) $(-x^2 + 3x - 5)(2x - 1)$

a) $(2x)^3 - (3x)^2x - 5x^2(-3x + 1) = 8x^3 - 9x^3 + 15x^3 - 5x^2 = 14x^3 - 5x^2$

b) $\frac{5}{3} \left(\frac{3}{4}x \right) (-4x) - \frac{1}{2} (4x^2 - 5) = -5x^2 - 2x^2 + \frac{5}{2} = -7x^2 + \frac{5}{2}$

c) $(2x^2 - x + 3)(x - 3) = 2x^3 - x^2 + 3x - 6x^2 + 3x - 9 = 2x^3 - 7x^2 + 6x - 9$

d) $(-x^2 + 3x - 5)(2x - 1) = -2x^3 + x^2 + 6x^2 - 3x - 10x + 5 =$
 $= -2x^3 + 7x^2 - 13x + 5$

12 Considera estos polinomios: $A = x^4 - 3x^2 + 5x - 1$; $B = 2x^2 - 6x + 3$; $C = 2x^4 + x^3 - x - 4$. Calcula: $A + B$, $A + C$, $A + B + C$, $A - B$, $C - B$.

$$\begin{array}{r} A = x^4 - 3x^2 + 5x - 1 \\ + B = \quad 2x^2 - 6x + 3 \\ \hline A + B = x^4 - \quad x^2 - x + 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A = x^4 - 3x^2 + 5x - 1 \\ + C = 2x^4 + x^3 - x - 4 \\ \hline A + C = 3x^4 + x^3 - 3x^2 + 4x - 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A + B = x^4 - x^2 - x + 2 \\ + C = 2x^4 + x^3 - x - 4 \\ \hline A + B + C = 3x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A = x^4 - 3x^2 + 5x - 1 \\ - B = -2x^2 + 6x - 3 \\ \hline A - B = x^4 - 5x^2 + 11x - 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} C = 2x^4 + x^3 - x - 4 \\ - B = -2x^2 + 6x - 3 \\ \hline C - B = 2x^4 + x^3 - 2x^2 + 5x - 7 \end{array}$$

13 Multiplica:

a) $(x^2 - 5x - 1) \cdot (x - 2)$

b) $(3x^3 - 5x^2 + 6) \cdot (2x + 1)$

c) $(2x^2 + x - 3) \cdot (x^2 - 2)$

a) $(x^2 - 5x - 1) \cdot (x - 2) = x^3 - 7x^2 + 9x + 2$

$$\begin{array}{r} x^2 - 5x - 1 \\ \quad x - 2 \\ \hline -2x^2 + 10x + 2 \\ \hline x^3 - 5x^2 - x \\ \hline x^3 - 7x^2 + 9x + 2 \end{array}$$

$$b) (3x^3 - 5x^2 + 6) \cdot (2x + 1) = 6x^4 - 7x^3 - 5x^2 + 12x + 6$$

$$\begin{array}{r} 3x^3 - 5x^2 \quad + 6 \\ \quad \quad \quad 2x + 1 \\ \hline 6x^4 - 10x^3 \quad + 12x \\ \hline 6x^4 - 7x^3 - 5x^2 + 12x + 6 \end{array}$$

$$c) (2x^2 + x - 3) \cdot (x^2 - 2) = 2x^4 + x^3 - 7x^2 - 2x + 6$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 + x - 3 \\ \quad \quad \quad x^2 - 2 \\ \hline -4x^2 - 2x + 6 \\ \hline 2x^4 + x^3 - 3x^2 \\ \hline 2x^4 + x^3 - 7x^2 - 2x + 6 \end{array}$$

14 Desarrolla los siguientes cuadrados:

$$a) (x + 7)^2$$

$$b) (x - 11)^2$$

$$c) (2x + 1)^2$$

$$d) (3x - 4)^2$$

$$e) \left(\frac{2}{5}x - 5\right)^2$$

$$f) \left(\frac{2}{5} + 4x\right)^2$$

$$a) (x + 7)^2 = x^2 + 14x + 49$$

$$b) (x - 11)^2 = x^2 - 22x + 121$$

$$c) (2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

$$d) (3x - 4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$$

$$e) \left(\frac{2}{5}x - 5\right)^2 = \frac{4}{25}x^2 - 4x + 25$$

$$f) \left(\frac{2}{5} + 4x\right)^2 = \frac{4}{25} + \frac{16}{5}x + 16x^2$$

15 Extrae factor común:

$$a) 5x + 10x^2$$

$$b) -x^2 + x - 3x^3$$

$$c) 3x^2 - 6x + 9x^2$$

$$d) 2x^3 - \frac{4}{3}x^2 + 2x$$

$$e) a(x - 1) + b(x - 1) + c(x - 1)$$

$$f) x^2(x - 1) + x^2(x - 2) + x^2(x - 3)$$

$$g) 2x(y - 1) + x(y - 1) - x(y - 1)$$

$$a) 5x + 10x^2 = 5x(1 + 2x)$$

$$b) -x^2 + x - 3x^3 = x(-x + 1 - 3x^2)$$

$$c) 3x^2 - 6x + 9x^2 = 12x^2 - 6x = 6x(2x - 1)$$

$$d) 2x^3 - \frac{4}{3}x^2 + 2x = 2x\left(x^2 - \frac{2}{3}x + 1\right)$$

$$e) a(x-1) + b(x-1) + c(x-1) = (x-1)(a+b+c)$$

$$f) x^2(x-1) + x^2(x-2) + x^2(x-3) = x^2(x-1+x-2+x-3) = x^2(3x-6)$$

$$g) 2x(y-1) + x(y-1) - x(y-1) = 2x(y-1)$$

16 Desarrolla los siguientes productos notables:

$$a) (x-3y)^2$$

$$b) \left(\frac{x}{3} - \frac{y}{2}\right)^2$$

$$c) (3x+2x^2)^2$$

$$d) \left(x - \frac{1}{2x}\right)^2$$

$$e) \left(\frac{5x}{2} + x^2\right)^2$$

$$f) \left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{4}y\right)^2$$

$$a) (x-3y)^2 = x^2 - 6xy + 9y^2$$

$$b) \left(\frac{x}{3} - \frac{y}{2}\right)^2 = \frac{x^2}{9} - \frac{xy}{3} + \frac{y^2}{4}$$

$$c) (3x+2x^2)^2 = 9x^2 + 12x^3 + 4x^4$$

$$d) \left(x - \frac{1}{2x}\right)^2 = x^2 - 1 + \frac{1}{4x^2}$$

$$e) \left(\frac{5x}{2} + x^2\right)^2 = \frac{25x^2}{4} + 5x^3 + x^4$$

$$f) \left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{4}y\right)^2 = \frac{9}{4}x^2 - \frac{3}{4}xy + \frac{1}{16}y^2$$

17 Multiplica:

$$a) (x+7)(x-7)$$

$$b) (1+x)(1-x)$$

$$c) (3-4x)(3+4x)$$

$$d) (2x-1)(2x+1)$$

$$e) \left(\frac{1}{3} - 2x^2\right)\left(\frac{1}{3} + 2x^2\right)$$

$$f) \left(1 - \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{x}\right)$$

$$a) (x+7)(x-7) = x^2 - 49$$

$$b) (1+x)(1-x) = 1 - x^2$$

$$c) (3-4x)(3+4x) = 9 - 16x^2$$

$$d) (2x-1)(2x+1) = 4x^2 - 1$$

$$e) \left(\frac{1}{3} - 2x^2\right)\left(\frac{1}{3} + 2x^2\right) = \frac{1}{9} - 4x^4$$

$$f) \left(1 - \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{x}\right) = 1 - \frac{1}{x^2}$$

18 Transforma en diferencia de cuadrados:

$$a) \left(3x + \frac{1}{2}\right)\left(3x - \frac{1}{2}\right)$$

$$b) (x^2+1)(x^2-1)$$

$$c) \left(\frac{x}{2} + y\right)\left(\frac{x}{2} - y\right)$$

$$d) (x^2-x)(x^2+x)$$

$$a) \left(3x + \frac{1}{2}\right)\left(3x - \frac{1}{2}\right) = 9x^2 - \frac{1}{4}$$

$$b) (x^2+1)(x^2-1) = x^4 - 1$$

$$c) \left(\frac{x}{2} + y\right)\left(\frac{x}{2} - y\right) = \frac{x^2}{4} - y^2$$

$$d) (x^2-x)(x^2+x) = x^4 - x^2$$

Página 99

19 Reduce la siguiente expresión: $\frac{3}{5}(x-1) - \frac{1}{3}(x+1) + \frac{1}{2}$

- Quitamos paréntesis: $\frac{3x-3}{5} - \frac{x+1}{3} + \frac{1}{2}$
- Reducimos a común denominador: $\frac{6(3x-3) - 10(x+1) + 15}{30}$
- Efectuamos las operaciones indicadas: $\frac{18x-18-10x-10+15}{30} = \frac{8x-13}{30}$

20 Reduce las siguientes expresiones:

a) $\frac{3(x+3)}{2} - 2(2-3x) + 2(-x+3)$

b) $\frac{3x+3}{4} - \frac{3x-2}{3} - \frac{x+3}{12}$

c) $\frac{x+7}{2} - \frac{7-x}{7} - \frac{x-7}{12}$

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{3(x+3)}{2} - 2(2-3x) + 2(-x+3) &= \frac{3x+9}{2} - 4 + 6x - 2x + 6 = \\ &= \frac{3x+9}{2} + 4x + 2 = \frac{3x+9+8x+4}{2} = \\ &= \frac{11x+13}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{3x+3}{4} - \frac{3x-2}{3} - \frac{x+3}{12} &= \frac{9x+9}{12} - \frac{12x-8}{12} - \frac{x+3}{12} = \\ &= \frac{9x+9-12x+8-x-3}{12} = \frac{-4x+14}{12} = \\ &= \frac{2(-2x+7)}{12} = \frac{-2x+7}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{x+7}{2} - \frac{7-x}{7} - \frac{x-7}{12} &= \frac{42x+294}{84} - \frac{84-12x}{84} - \frac{7x-49}{84} = \\ &= \frac{42x+294-84+12x-7x+49}{84} = \frac{47x+259}{84} \end{aligned}$$

21 Reduce las siguientes expresiones:

a) $(x+1)(x-1) - 3(x+2) - x(x+2)$

b) $(2x+3)^2 - (2x-3)^2 - x(x+3)$

c) $\frac{5+x}{4} - \frac{5-x}{5} - \frac{1+x}{4}$

$$d) \frac{2}{3}(x+3) - \frac{1}{2}(x+1) + \frac{3}{4}(x+3)$$

$$e) \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{3}(x^2 + 1)$$

$$f) (x+1)^2 - (x-2)(x-3) - \frac{5}{4}x$$

$$g) \frac{x(x-3)}{2} + \frac{x(x-2)}{4} - \frac{(3x-2)^2}{8}$$

$$h) \frac{3}{2}\left(\frac{x}{2} - 2\right)^2 - \frac{x+1}{8} + \frac{x-1}{4}$$

$$i) \frac{5}{8} + \frac{3}{2}\left[\frac{x}{2} - \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{6}\right) - \frac{5}{2}\right]$$

$$a) (x+1)(x-1) - 3(x+2) - x(x+2) = x^2 - 1 - 3x - 6 - x^2 - 2x = -5x - 7$$

$$b) (2x+3)^2 - (2x-3)^2 - x(x+3) = 4x^2 + 12x + 9 - (4x^2 - 12x + 9) - x^2 - 3x = \\ = 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 + 12x - 9 - x^2 - 3x = \\ = -x^2 + 21x$$

$$c) \frac{5+x}{4} - \frac{5-x}{5} - \frac{1+x}{4} = \frac{25+5x}{20} - \frac{20-4x}{20} - \frac{5+5x}{20} = \\ = \frac{25+5x-20+4x-5-5x}{20} = \frac{4x}{20} = \frac{x}{5}$$

$$d) \frac{2}{3}(x+3) - \frac{1}{2}(x+1) + \frac{3}{4}(x+3) = \frac{2(x+3)}{3} - \frac{(x+1)}{2} + \frac{3(x+3)}{4} = \\ = \frac{2x+6}{3} - \frac{x+1}{2} + \frac{3x+9}{4} = \\ = \frac{8x+24}{12} - \frac{6x+6}{12} + \frac{9x+27}{12} = \\ = \frac{8x+24-6x-6+9x+27}{12} = \frac{11x+45}{12}$$

$$e) \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{3}(x^2 + 1) = x^2 - \frac{1}{9} - \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{9}$$

$$f) (x+1)^2 - (x-2)(x-3) - \frac{5}{4}x = x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 5x + 6) - \frac{5}{4}x = \\ = x^2 + 2x + 1 - x^2 + 5x - 6 - \frac{5}{4}x = \frac{23}{4}x - 5$$

$$\begin{aligned}
 \text{g) } \frac{x(x-3)}{2} + \frac{x(x-2)}{4} - \frac{(3x-2)^2}{8} &= \frac{x^2-3x}{2} + \frac{x^2-2x}{4} - \frac{9x^2-12x+4}{8} = \\
 &= \frac{4x^2-12x}{8} + \frac{2x^2-4x}{8} - \frac{9x^2-12x+4}{8} = \\
 &= \frac{4x^2-12x+2x^2-4x-9x^2+12x-4}{8} = \\
 &= \frac{-3x^2-4x-4}{8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{h) } \frac{3}{2} \left(\frac{x}{2} - 2 \right)^2 - \frac{x+1}{8} + \frac{x-1}{4} &= \frac{3}{2} \left(\frac{x^2}{4} - 2x + 4 \right) - \frac{x+1}{8} + \frac{x-1}{4} = \\
 &= \frac{3x^2}{8} - 3x + 6 - \frac{x+1}{8} + \frac{x-1}{4} = \\
 &= \frac{3x^2}{8} - \frac{24x}{8} + \frac{48}{8} - \frac{x+1}{8} + \frac{2x-2}{8} = \\
 &= \frac{3x^2-24x+48-x-1+2x-2}{8} = \\
 &= \frac{3x^2-23x+45}{8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{i) } \frac{5}{8} + \frac{3}{2} \left[\frac{x}{2} - \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{6} \right) - \frac{5}{2} \right] &= \frac{5}{8} + \frac{3}{2} \left[\frac{x}{2} - \frac{x}{4} - \frac{1}{6} - \frac{5}{2} \right] = \\
 &= \frac{5}{8} + \frac{3x}{4} - \frac{3x}{8} - \frac{1}{4} - \frac{15}{4} = \frac{5}{8} + \frac{6x}{8} - \frac{3x}{8} - \frac{2}{8} - \frac{30}{8} = \frac{3x-27}{8}
 \end{aligned}$$

Fracciones algebraicas

22 Suma estas fracciones algebraicas: $\frac{2}{x} + \frac{5}{x+3}$

• El denominador común será $x(x+3)$

$$\frac{2}{x} + \frac{5}{x+3} = \frac{2(x+3) + 5x}{x(x+3)} = \frac{2(x+3) + 5x}{x(x+3)} = \frac{2x+6+5x}{x(x+3)} = \frac{7x+6}{x^2+3x}$$

23 Reduce a denominador común, suma y simplifica si es posible:

a) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$

b) $\frac{3}{x} + \frac{1}{2x} - \frac{5}{3x}$

c) $\frac{5}{2x} - \frac{3}{x^2}$

d) $\frac{x}{x+1} - \frac{5}{2(x-1)}$

e) $\frac{3-x}{x} + \frac{x-1}{x^2}$

f) $2x + \frac{3}{x-1}$

g) $\frac{2x}{x+1} - x$

h) $\frac{1-x}{x} + \frac{5}{x+1}$

$$a) \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} = \frac{x}{x^2} + \frac{2}{x^2} = \frac{x+2}{x^2}$$

$$b) \frac{3}{x} + \frac{1}{2x} - \frac{5}{3x} = \frac{18}{6x} + \frac{3}{6x} - \frac{10}{6x} = \frac{11}{6x}$$

$$c) \frac{5}{2x} - \frac{3}{x^2} = \frac{5x}{2x^2} - \frac{6}{2x^2} = \frac{5x-6}{2x^2}$$

$$d) \frac{x}{x+1} - \frac{5}{2(x-1)} = \frac{2x(x-1)}{2} - \frac{5(x+1)}{2} = \frac{4x^2-7x-5}{2} = x^2 - 1$$

$$e) \frac{3-x}{x} + \frac{x-1}{x^2} = \frac{3x-x^2}{x^2} + \frac{x-1}{x^2} = \frac{3x-x^2+x-1}{x^2} = \frac{-x^2+4x-1}{x^2}$$

$$f) 2x + \frac{3}{x-1} = \frac{2x(x-1)}{x-1} + \frac{3}{x-1} = \frac{2x^2-2x}{x-1} + \frac{3}{x-1} = \frac{2x^2-2x+3}{x-1}$$

$$g) \frac{2x}{x+1} - x = \frac{2x}{x+1} - \frac{x(x+1)}{x+1} = \frac{2x}{x+1} - \frac{x^2+x}{x+1} = \frac{2x-x^2-x}{x+1} = \frac{-x^2+x}{x+1}$$

$$h) \frac{1-x}{x} + \frac{5}{x+1} = \frac{(1-x)(x+1)}{x(x+1)} + \frac{5x}{x(x+1)} = \frac{1-x^2+5x}{x(x+1)} = \frac{-x^2+5x+1}{x^2+x}$$

24 Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

$$a) \frac{5x^2}{15x}$$

$$b) \frac{x(x+1)}{3(x+1)}$$

$$c) \frac{x^2-3x}{x}$$

$$d) \frac{x^2-x}{2x}$$

$$e) \frac{x+2}{(x+2)^2}$$

$$f) \frac{x^2+2x}{x^2}$$

$$a) \frac{5x^2}{15x} = \frac{x}{3}$$

$$b) \frac{x(x+1)}{3(x+1)} = \frac{x}{3}$$

$$c) \frac{x^2-3x}{x} = \frac{x(x-3)}{x} = x-3$$

$$d) \frac{x^2-x}{2x} = \frac{x(x-1)}{2x} = \frac{x-1}{2}$$

$$e) \frac{x+2}{(x+2)^2} = \frac{1}{x+2}$$

$$f) \frac{x^2+2x}{x^2} = \frac{x(x+2)}{x^2} = \frac{x+2}{x}$$

PIENSA Y RESUELVE

25 Expresa como cuadrado de una suma o de una diferencia:

$$a) x^2 + 4x + 4$$

$$b) x^2 - 10x + 25$$

$$c) x^2 + 9 + 6x$$

$$d) x^2 + 49 - 14x$$

$$e) 4x^2 + 4x + 1$$

$$f) 4x^2 + 9 - 12x$$

$$g) 9x^2 - 12x + 4$$

$$h) x^4 + 4x^2 + 4$$

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2 & \text{b) } x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2 \\ \text{c) } x^2 + 9 + 6x = (x + 3)^2 & \text{d) } x^2 + 49 - 14x = (x - 7)^2 \\ \text{e) } 4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2 & \text{f) } 4x^2 + 9 - 12x = (2x - 3)^2 \\ \text{g) } 9x^2 - 12x + 4 = (3x - 2)^2 & \text{h) } x^4 + 4x^2 + 4 = (x^2 + 2)^2 \end{array}$$

26 Expresa como producto de una suma por una diferencia:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 9x^2 - 25 & \text{b) } 1 - x^2 & \text{c) } 4x^2 - 9 \\ \text{d) } 16x^2 - 1 & \text{e) } x^4 - 16 & \text{f) } 49 - 4x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 9x^2 - 25 = (3x + 5)(3x - 5) & \text{b) } 1 - x^2 = (1 + x)(1 - x) \\ \text{c) } 4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3) & \text{d) } 16x^2 - 1 = (4x + 1)(4x - 1) \\ \text{e) } x^4 - 16 = (x^2 + 4)(x^2 - 4) & \text{f) } 49 - 4x^2 = (7 + 2x)(7 - 2x) \end{array}$$

Página 100

27 Transforma en producto esta expresión: $x^3 + 2x^2 + x$.

- Sacamos factor común: $x(x^2 + 2x + 1)$
- El polinomio $x^2 + 2x + 1$ es el cuadrado de una suma.
Por tanto, $x^3 + 2x^2 + x = x(x^2 + 2x + 1) = x(x + 1)^2$

28 Transforma en producto:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x^3 + 6x^2 + 9x & \text{b) } x^4 - 16x^2 \\ \text{c) } 4x^3 + 4x^2 + x & \text{d) } x(x - 1) + x(x + 2) \\ \text{e) } x^3 - x & \text{f) } 3x^4 - 24x^3 + 48x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{a) } x^3 + 6x^2 + 9x = x(x^2 + 6x + 9) = x(x + 3)^2 \\ \text{b) } x^4 - 16x^2 = x^2(x^2 - 16) = x^2(x + 4)(x - 4) \\ \text{c) } 4x^3 + 4x^2 + x = x(4x^2 + 4x + 1) = x(2x + 1)^2 \\ \text{d) } x(x - 1) + x(x + 2) = x(x - 1 + x + 2) = x(2x + 1) \\ \text{e) } x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x + 1)(x - 1) \\ \text{f) } 3x^4 - 24x^3 + 48x^2 = 3x^2(x^2 - 8x + 16) = 3x^2(x - 4)^2 \end{array}$$

29 Descompón en producto de dos factores:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x^2 - 9 & \text{b) } 1 - a^2 \\ \text{c) } 4x^2 - 9 & \text{d) } x^2 - \frac{16}{25} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3) & \text{b) } 1 - a^2 = (1 + a)(1 - a) \\ \text{c) } 4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3) & \text{d) } x^2 - \frac{16}{25} = \left(x + \frac{4}{5}\right)\left(x - \frac{4}{5}\right) \end{array}$$

30 Simplifica:

$$a) \frac{3x-6}{2x-4}$$

$$b) \frac{2x^2+4x}{2x^2+6x}$$

$$c) \frac{x^2-4}{x+2}$$

$$d) \frac{x-5}{x^2-25}$$

$$e) \frac{x^2-3x}{x^2-9}$$

$$f) \frac{x^2-2x+1}{x^2-1}$$

$$a) \frac{3x-6}{2x-4} = \frac{3(x-2)}{2(x-2)} = \frac{3}{2}$$

$$b) \frac{2x^2+4x}{2x^2+6x} = \frac{2x(x+2)}{2x(x+3)} = \frac{x+2}{x+3}$$

$$c) \frac{x^2-4}{x+2} = \frac{(x+2)(x-2)}{x+2} = x-2$$

$$d) \frac{x-5}{x^2-25} = \frac{x-5}{(x+5)(x-5)} = \frac{1}{x+5}$$

$$e) \frac{x^2-3x}{x^2-9} = \frac{x(x-3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{x}{x+3}$$

$$f) \frac{x^2-2x+1}{x^2-1} = \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} = \frac{x-1}{x+1}$$

31 Expresa con un monomio el área de la parte coloreada en esta figura.

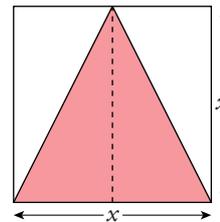
Es un triángulo de base x y de altura x .

$$\text{Su área es } \frac{x \cdot x}{2} = \frac{x^2}{2}$$

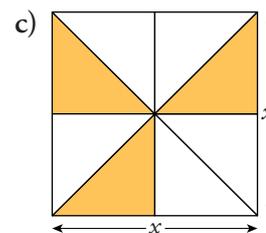
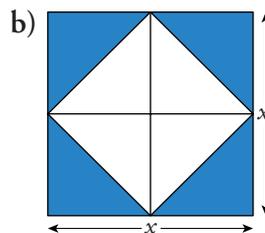
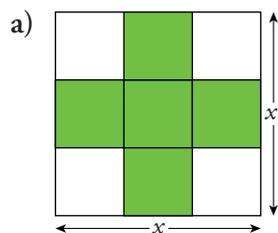
Podemos resolverlo de otra forma:

Dividimos el cuadrado en cuatro partes iguales.
El área del triángulo es la mitad de la del cuadrado:

$$\frac{x^2}{2}$$



32 Expresa con un monomio el área de la parte coloreada en estas figuras:

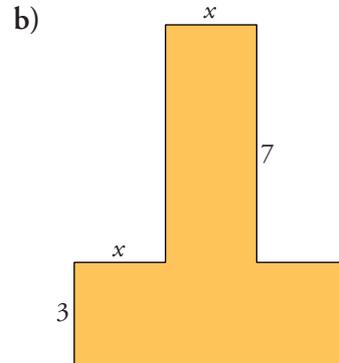
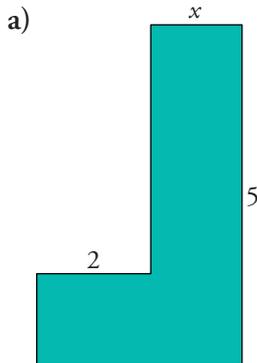


$$a) \frac{5}{9}x^2$$

$$b) \frac{x^2}{2}$$

$$c) \frac{3}{8}x^2$$

33 Escribe el área y el perímetro de estas figuras utilizando la x y los números que aparezcan en ellas:



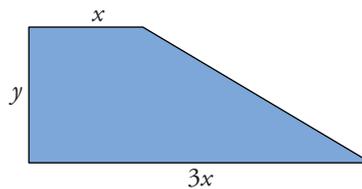
a) Perímetro = $5 + x + (5 - x) + 2 + x + (2 + x) = 2x + 14$

Área = $5x + 2x = 7x$

b) Perímetro = $7 + x + 7 + x + 3 + 3x + 3 + x = 6x + 20$

Área = $7x + 3 \cdot 3x = 7x + 9x = 16x$

34 Comprueba que el área de este trapecio es $A = 2xy$.



• Sabemos que el área del trapecio es:

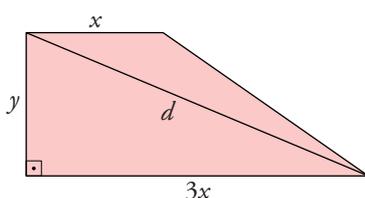
$$A = \frac{B + b}{2} \cdot h$$

En esta fórmula, sustituye B por $3x$, b por x , h por y , y simplifica para obtener la expresión dada.

$$A = \frac{3x + x}{2} \cdot y = \frac{4x}{2} \cdot y = 2xy$$

Página 101

35 En el trapecio del problema anterior, expresa la diagonal mayor del trapecio utilizando x e y .



La diagonal, d , es la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos $3x$ e y . Por tanto, aplicando el teorema de Pitágoras, tenemos que:

$$d = \sqrt{(3x)^2 + y^2} = \sqrt{9x^2 + y^2}$$

36 Calcula el área y la diagonal mayor del trapecio anterior en estos casos:

a) $x = 5, y = 3$

b) $x = 2,5; y = 4,2$

a) Área = $2xy = 2 \cdot 5 \cdot 3 = 30$

Diagonal mayor = $\sqrt{9x^2 + y^2} = \sqrt{9 \cdot 25 + 9} = \sqrt{225 + 9} = \sqrt{234} \approx 15,30$

b) Área = $2xy = 2 \cdot 2,5 \cdot 4,2 = 21$

Diagonal mayor = $\sqrt{9x^2 + y^2} = \sqrt{9 \cdot 6,25 + 17,64} = \sqrt{56,25 + 17,64} =$
 $= \sqrt{73,89} \approx 8,60$

37 Expresa cada enunciado con una identidad y pon ejemplos para comprobarlas:

a) La raíz cuadrada del producto de dos números es igual al producto de las raíces cuadradas de los factores.

b) El cociente de dos potencias de la misma base es otra potencia con esa misma base, que tiene como exponente la diferencia de los exponentes del dividendo y del divisor.

c) La suma de dos números por su diferencia es igual a la diferencia de los cuadrados de los números.

a) $\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$

Por ejemplo: $x = 4, y = 25 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{x \cdot y} = \sqrt{4 \cdot 25} = \sqrt{100} = 10 \\ \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{25} = 2 \cdot 5 = 10 \end{cases}$

b) $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

Por ejemplo: $m = 5, n = 3, x = 2 \rightarrow \begin{cases} \frac{2^5}{2^3} = \frac{32}{8} = 4 \\ 2^{5-3} = 2^2 = 4 \end{cases}$

c) $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$

Por ejemplo: $x = 3, y = 1 \rightarrow \begin{cases} (x + y)(x - y) = (3 + 1)(3 - 1) = 4 \cdot 2 = 8 \\ x^2 - y^2 = 3^2 - 1^2 = 9 - 1 = 8 \end{cases}$

38 Halla, en cada caso, cuál es el polinomio $Q(x)$ que hay que sumar a $P(x) = 5x^2 - 3x + 2$ para obtener como resultado $R(x)$:

a) $R(x) = 5x - 1$

b) $R(x) = -4x^2$

c) $R(x) = 10$

d) $R(x) = x^3 - 2x^2$

$P(x) + Q(x) = R(x) \rightarrow Q(x) = R(x) - P(x)$

a) $Q(x) = (5x - 1) - (5x^2 - 3x + 2) = 5x - 1 - 5x^2 + 3x - 2 = -5x^2 + 8x - 3$

b) $Q(x) = -4x^2 - (5x^2 - 3x + 2) = -4x^2 - 5x^2 + 3x - 2 = -9x^2 + 3x - 2$

$$c) Q(x) = 10 - (5x^2 - 3x + 2) = 10 - 5x^2 + 3x - 2 = -5x^2 + 3x + 8$$

$$d) Q(x) = (x^3 - 2x^2) - (5x^2 - 3x + 2) = x^3 - 2x^2 - 5x^2 + 3x - 2 = x^3 - 7x^2 + 3x - 2$$

PROFUNDIZA

39 ¿Cuánto debe valer x para que al sustituirla en cada una de las casillas sea este un cuadrado mágico?

$x - 1$	$3x - 2$	$4 - (1 - x)$
$3x$	$10 - (x + 2)$	$x - 2$
$x + 1$	$2x - 3$	$3x - 1$

• La suma de las filas, de las columnas y de las diagonales debe ser la misma.

$$\text{Las filas suman } \begin{cases} 1^{\text{a}}) 5x \\ 2^{\text{a}}) 3x + 6 \\ 3^{\text{a}}) 6x - 3 \end{cases}$$

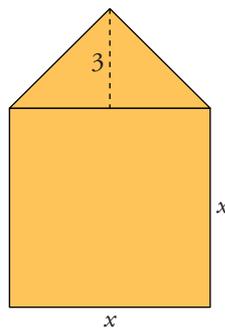
Y han de valer todas lo mismo.

Por eso, debemos tener $x = 3$.

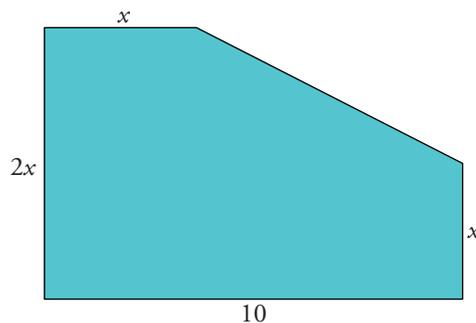
Comprobando con las filas, con las columnas y con las diagonales, vemos que se cumple que su suma es siempre 15.

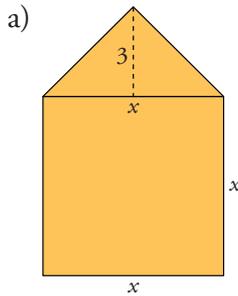
40 Expresa el área de estas figuras mediante un polinomio:

a)



b)

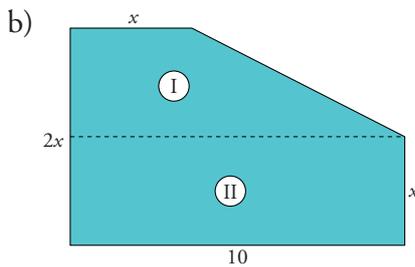




El área del triángulo es: $\frac{x \cdot 3}{2}$

El área del cuadrado es: x^2

Luego el área total es: $A = \frac{3x}{2} + x^2$

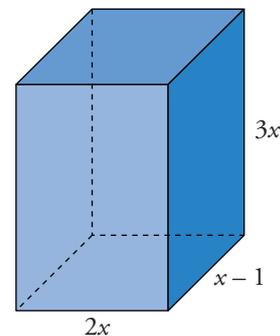
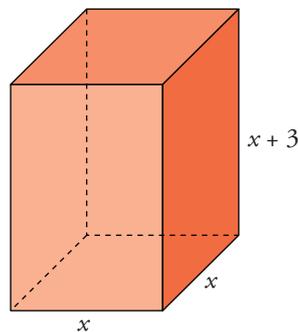


El área de I es: $\frac{10 + x}{2} \cdot x = \frac{10x + x^2}{2}$

El área de II es: $10x$

Por tanto, el área total será: $A = \frac{10x + x^2}{2} + 10x = \frac{10x + x^2 + 20}{2} = \frac{x^2 + 30x}{2}$

41 Expresa el área total y el volumen de estos cuerpos geométricos mediante un polinomio:



a) Área = $2 \cdot x^2 + 4 \cdot x(x + 3) = 2x^2 + 4x^2 + 12x = 6x^2 + 12x$

Volumen = $x \cdot x \cdot (x + 3) = x^2(x + 3) = x^3 + 3x^2$

b) Área = $2 \cdot 2x \cdot (x - 1) + 2 \cdot 3x \cdot (x - 1) + 2 \cdot 2x \cdot 3x =$

$= 4x(x - 1) + 6x(x - 1) + 12x^2 = 4x^2 - 4x + 6x^2 - 6x + 12x^2 =$

$= 22x^2 - 10x$

Volumen = $2x \cdot (x - 1) \cdot 3x = 6x^2(x - 1) = 6x^3 - 6x^2$