Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Diciembre 2010

Problema 1 Encontrar todas las razones trigonométricas de $\alpha \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$, sabiendo que $\tan\alpha = \frac{3}{2}$

Solución:

$$\tan\alpha = \frac{3}{2} \Longrightarrow \cot\alpha = \frac{2}{3}$$

$$1 + \cot^2\alpha = \csc^2\alpha \Longrightarrow \csc\alpha = -\frac{\sqrt{13}}{3} \Longrightarrow \sin\alpha = -\frac{3\sqrt{13}}{13}$$

$$\tan^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha \Longrightarrow \sec\alpha = -\frac{\sqrt{13}}{2} \Longrightarrow \cos\alpha = -\frac{2}{\sqrt{13}} = -\frac{2\sqrt{13}}{13}$$

Problema 2 Resolver la siguiente ecuación trigonométrica

$$6\cos^2 x + 7\sin x - 8 = 0$$

Solución:

$$6(1 - \sin^2 x) + 7\sin x - 8 = 0 \Longrightarrow 6\sin^2 x - 7\sin x + 2 = 0 \Longrightarrow$$

$$(t = \sin x) \Longrightarrow\ 6t^2 - 7t + 2 = 0 \Longrightarrow\ t = \frac{1}{2},\ \ t = \frac{2}{3}$$

$$\sin x = \left\{\begin{array}{l} \frac{1}{2} \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 30^{\circ} + 2k\pi \\ x = 150^{\circ} + 2k\pi \end{array}\right. \\ \\ \frac{2}{3} \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 41^{\circ}48'37'' + 2k\pi \\ x = 138^{\circ}11'23'' + 2k\pi \end{array}\right. \end{array}\right.$$

Problema 3 Demostrar que:

$$\cot 2\alpha = \frac{1}{2}(\cot\alpha - \tan\alpha)$$

Solución:

$$\cot 2\alpha = \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{1}{2}\left(\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right) = \frac{1}{2}(\cot\alpha - \tan\alpha)$$

Problema 4 Enunciar y demostrar el teorema del coseno.

Solución:(Ver Teoría)