# 5.- GEOMETRÍA ANÁLITICA

## 1.- ECUACIÓN DE LA RECTA

1. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto P = (3,5) y cuyo vector director es $\vec{u}$ = (2, -4):
a) en forma vectorial
b) en forma paramétrica
c) en forma continua
d) en forma general
e) en forma explícita
f) en forma segmentaria
*Solución: a) (x, y) = (3, 5) + $\lambda$(2,-4), b)* $\begin{cases} x = 3 + 2\lambda \\ y = 5 - 4\lambda \end{cases}$, *c)* $\frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{-4}$
*d) 2x+y-11 = 0, e) y = -2x+11, f)* $\frac{x}{11/2} + \frac{y}{11} = 1$.

2. Halla la pendiente y la ordenada en el origen de la recta: 3x+2y-6=0
*Solución: m =* $-\frac{3}{2}$ *, n = 3.*

3. ¿Cuál es la pendiente de la recta que pasa por los puntos A = (3,1) y B = (2,4)?
*Solución: m = -3.*

4. Calcula la ecuación de las rectas que pasan por la intersección de r:2x+y-3 = 0 y s:x+y+5 = 0.
*Solución: y +13 = m(x-8)*

5. Escribe las ecuaciones paramétricas, continua, general y explícita de una recta que pasa por el punto A = (2, -4) y tiene de vector dirección $\vec{v}$ = (5, -2).
*Solución: a) paramétricas:* $\begin{cases} x = 2 + 5\lambda \\ y = -4 - 2\lambda \end{cases}$, *b) continua:* $\frac{x-2}{5} = \frac{y+4}{-2}$,
*c) general: 2x+5y+16 = 0, e) explícita: y =* $-\frac{2}{5}x - \frac{16}{5}$

6. Calcula la ecuación de la recta r, que pasa por A = (2, -1) y B = (4, 5) en sus formas:
a) paramétrica, b) continua, c) explícita, d) general, e) canónica.
*Solución: a)* $\begin{cases} x = 2 + 2\lambda \\ y = -1 + 6\lambda \end{cases}$, *b)* $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{6}$, *c) y = 3x- 7, d) 3x-y-7 = 0, e)* $\frac{x}{7/3} + \frac{y}{-7} = 1$.

7. Una recta pasa por el punto A(-1,3) y tiene de vector director $\vec{p}$ = (2,5). Halla la ecuación de dicha recta de todas las formas posibles.
*Solución: a) (x ,y) = (-1,3) +$\lambda$(2,5), b)* $\begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \end{cases}$, *c)* $\frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{3}$,
*d) 5x-2y+11=0, e) y =* $\frac{5}{2}x + \frac{11}{2}$ *, f)* $\frac{x}{-11/5} + \frac{y}{11/2} = 1$.

8. Halla un vector director de la recta 2x + 3y -5 = 0.
*Solución:* $\vec{v}$ *= (-3, 2).*

9. Determina la pendiente y la ordenada en el origen de la recta 2x + 3y - 5 = 0?.
*Solución: m =* $-\frac{2}{3}$ *y n =* $\frac{5}{3}$.

10. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto A = (5,2) y tiene de pendiente m=3.
*Solución: y = 3x-13.*

11. Halla la abscisa y la ordenada en el origen de la recta $2x - 4y + 4 = 0$.
*Solución: La abscisa en el origen es x =-2. La ordenada en el origen es y = 1.*

## 2.- POSICIÓN RELATIVA DE DOS RECTAS.

12. 1.- Dada las rectas r: $ax+2y+4 = 0$, s:$10x+by-2 = 0$, determina a y b para que se corten en (2, 3).
*Solución: a = -5, b = -6.*

13. 2.- Halla la ecuación de la recta que pasa por (1,0) y es paralela a la recta $\frac{x-2}{3}=\frac{y+4}{2}$
*Solución:* $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{2}$

14. 3.- Calcula la recta que pasa por (4, -1) y es paralela a la bisectriz del 1[er] y 3[er] cuadrante
*Solución: y = x-5.*

15. 4.- Halla el valor de k para que las rectas r: $3x + 2y = 5$ y s: $6x + ky = 7$ sean paralelas.
*Solución: k = 4.*

16. ¿Cuál es la posición relativa de las rectas r: $3x + 2y - 19 = 0$ y s: $5x + y - 20 = 0$?
*Solución: Secantes.*

17. Un haz de rectas tiene como rectas base r: $y - x = 0$ y s: $y = 3x - 1$.Encuentra la recta del haz que pasa por el punto P = (1, 3)
*Solución:* $\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{5}$

18. Calcula el haz de rectas que pasa por el punto P = (1, 2)
*Solución: y-2 = m(x-1)*

19. Halla el haz de rectas paralelas a la recta $x-2 = 0$

## 3.- ÁNGULO DE DOS RECTAS

20. Halla el ángulo que forman las rectas r: $x - y + 1 = 0$ y s: $x + y = 0$.
*Solución: (r, s) = 90°*

21. Halla la ecuación de la recta que contiene al punto P = (1, 2) y forma con la recta de ecuación r : $2x + 5y - 3 = 0$ un ángulo de 60º.
*Solución:* $y-2=\frac{5\sqrt{3}+2}{-5+2\sqrt{3}}(x-1)$ , $y-2=\frac{5\sqrt{3}-2}{5+2\sqrt{3}}(x-1)$

22. Halla la ecuación de la recta que contiene al punto P = (1, 1) y es perpendicular a la recta r: $x + y - 1 = 0$
*Solución: y = x.*

23. 4.- Halla la proyección del punto P = (2, 2) sobre la recta definida por los puntos Q = (1, -2) y S = (–2, -4).
*Solución:* $\left(\frac{46}{13},-\frac{4}{13}\right)$

24. Halla el simétrico del punto P = (1, 1) respecto de la recta r: $x+y-1 = 0$.
*Solución: P’ = (0, 0)*

25. Dos vértices opuestos de un cuadrado son los puntos $A = (3, 3)$ y $C = (2, 4)$. Halla los otros dos vértices.
*Solución: B= (2,3) y D = (3,4)*

26. Halla la ecuación de la recta que pasa por la intersección de las rectas $3x-y-3=0$ y $x-2=0$ formando un ángulo de 45° con la recta $x+y-6 = 0$.
*Solución: x = 2 e y = 3.*

27. Halla el valor de k para que las rectas r: $2x-5y-17 = 0$ y s: $3x-ky-8 = 0$ se corten formando un ángulo de 45°.
*Solución:* $k = -7$, $k = \frac{9}{7}$

28. Halla las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto P = (-3, 0) y forman con la recta de ecuación r: $3x-5y+9 = 0$ un ángulo de tangente $\frac{1}{3}$
*Solución: 7x-6y+21 = 0, 2x-9y+6 = 0*

## 4.- DISTANCIAS ENTRE PUNTOS Y RECTAS

29. Calcular la distancia entre los puntos A = (5, 4) y B = (2, 8).
*Solución: d(A, B) = 5*

30. La distancia del punto P(1, 2) a otro Q del eje de abscisas es 1. Halla las coordenadas de Q.
*Solución: Q = (2, 0).*

31. Calcula k para que la distancia entre los puntos P = (2, k) y Q = (–5, 1) sea 5.
*Solución: No tiene solución real.*

32. La distancia del punto A(10,6) a otro B situado en el eje de abscisas es 10. Hallar las coordenadas del punto B.
*Solución: B = (18, 0) o B = (2, 0)*

33. Calcula la distancia del punto P = (3, 4) a la recta
r: $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2}$
*Solución:* $d(P, r) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

34. Calcula la distancia del punto P = (3, 2) a la recta r: $3x-2y-25 = 0$.
*Solución:* $d(P, r) = \frac{20\sqrt{13}}{13}$

35. Calcula la distancia del punto P(1, 3) a la recta
r: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$
*Solución:* $d(P, r) = \sqrt{2}$

36. ¿Cuál es la distancia de P= (3, 2) a la recta s: $x + y = 0$.
*Solución:* $d(P, s) = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

37. Obtén la distancia entre las recta r: $2x+3y-5 = 0$ y, s: $2x+3y-7 = 0$.
*Solución:* $d(r, s) = \frac{2\sqrt{13}}{13}$

38. Calcula la distancia entre las rectas r: $4x-2y = 1$ y, s: $x - y = 0$
*Solución: Es nula ya que son secantes.*

39. Calcula la distancia entre las rectas
r: $\begin{cases} x = 5 + \lambda \\ y = -1 \end{cases}$ y $\begin{cases} x = 2 + 3\mu \\ y = 2 - \mu \end{cases}$
*Solución: Es nula ya que son secantes.*

40. Dado el triángulo de vértices A= (0, 1), B = (7, 2), C = (4, 5) halla la ecuación de la altura trazada desde B, exprésala en todas las formas que conozcas. ¿Cual es la longitud de la altura del triángulo?
*Solución: a) paramétricas:* $\begin{cases} x = 7 - \lambda \\ y = 2 + \lambda \end{cases}$, *b) continua:* $\frac{x-7}{-1} = \frac{y-2}{1}$, *c) general:* $x+y-9 = 0$, *d) explícita:* $y = -x+9$. *La longitud es* $d = 3\sqrt{2}$

41. Halla el área del triángulo determinado por los vértices A = (0, -1), B = (2, 0) y C = (1, 1)
*Solución:* $S_{ABC} = \frac{3}{2}\ u^2$.

42. Halla el área del triángulo determinado por el punto (1, -3) y por los puntos de intersección con los ejes coordenados de la recta que pasa por (-1, 3) y (1, 4).
*Solución:* $S_{ABC} = \frac{49}{2}\ u^2$.

43. Dos rectas de ecuaciones $x - y = a$, $x - by = -1$ son perpendiculares entre si y cortan al eje de abscisas en dos puntos distantes 3 unidades. Halla a y b
*Solución: a = 2, b=1; a = -4, b = -1.*