

## 5.- GEOMETRÍA ANALÍTICA

### 1.- ECUACIÓN DE LA RECTA

1. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto  $P = (3,5)$  y cuyo vector director es  $\vec{u} = (2, -4)$ :
- en forma vectorial
  - en forma paramétrica
  - en forma continua
  - en forma general
  - en forma explícita
  - en forma segmentaria

$$\text{Solución: } a) (x, y) = (3, 5) + \lambda(2, -4), b) \begin{cases} x = 3 + 2\lambda \\ y = 5 - 4\lambda \end{cases}, c) \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{-4}$$

$$d) 2x+y-11 = 0, e) y = -2x+11, f) \frac{x}{11/2} + \frac{y}{11} = 1.$$

2. Halla la pendiente y la ordenada en el origen de la recta:  $3x+2y-6=0$

$$\text{Solución: } m = -\frac{3}{2}, n = 3.$$

3. ¿Cuál es la pendiente de la recta que pasa por los puntos  $A = (3,1)$  y  $B = (2,4)$ ?

$$\text{Solución: } m = -3.$$

4. Calcula la ecuación de las rectas que pasan por la intersección de  $r: 2x+y-3 = 0$  y  $s: x+y+5 = 0$ .

$$\text{Solución: } y + 13 = m(x-8)$$

5. Escribe las ecuaciones paramétricas, continua, general y explícita de una recta que pasa por el punto  $A = (2, -4)$  y tiene de vector dirección  $\vec{v} = (5, -2)$ .

$$\text{Solución: } a) \text{ paramétricas: } \begin{cases} x = 2 + 5\lambda \\ y = -4 - 2\lambda \end{cases}, b) \text{ continua: } \frac{x-2}{5} = \frac{y+4}{-2},$$

$$c) \text{ general: } 2x+5y+16 = 0, e) \text{ explícita: } y = -\frac{2}{5}x - \frac{16}{5}$$

6. Calcula la ecuación de la recta  $r$ , que pasa por  $A = (2, -1)$  y  $B = (4, 5)$  en sus formas:

a) paramétrica, b) continua, c) explícita, d) general, e) canónica.

$$\text{Solución: } a) \begin{cases} x = 2 + 2\lambda \\ y = -1 + 6\lambda \end{cases}, b) \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{6}, c) y = 3x - 7, d) 3x - y - 7 = 0, e) \frac{x}{7/3} + \frac{y}{-7} = 1.$$

7. Una recta pasa por el punto  $A(-1,3)$  y tiene de vector director  $\vec{p} = (2,5)$ . Halla la ecuación de dicha recta de todas las formas posibles.

$$\text{Solución: } a) (x, y) = (-1, 3) + \lambda(2, 5), b) \begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \end{cases}, c) \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{5},$$

$$d) 5x-2y+11=0, e) y = \frac{5}{2}x + \frac{11}{2}, f) \frac{x}{-11/5} + \frac{y}{11/2} = 1.$$

8. Halla un vector director de la recta  $2x + 3y - 5 = 0$ .

$$\text{Solución: } \vec{v} = (-3, 2).$$

9. Determina la pendiente y la ordenada en el origen de la recta  $2x + 3y - 5 = 0$ ?

$$\text{Solución: } m = -\frac{2}{3}, n = \frac{5}{3}.$$

10. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto  $A = (5,2)$  y tiene de pendiente  $m=3$ .

$$\text{Solución: } y = 3x-13.$$

11. Halla la abscisa y la ordenada en el origen de la recta  $2x - 4y + 4 = 0$ .  
*Solución: La abscisa en el origen es  $x = -2$ . La ordenada en el origen es  $y = 1$ .*

## 2.- POSICIÓN RELATIVA DE DOS RECTAS.

12. 1.- Dada las rectas  $r: ax+2y+4 = 0$ ,  $s: 10x+by-2 = 0$ , determina  $a$  y  $b$  para que se corten en  $(2, 3)$ .  
*Solución:  $a = -5$ ,  $b = -6$ .*
13. 2.- Halla la ecuación de la recta que pasa por  $(1,0)$  y es paralela a la recta  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{2}$   
*Solución:  $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{2}$*
14. 3.- Calcula la recta que pasa por  $(4, -1)$  y es paralela a la bisectriz del 1<sup>er</sup> y 3<sup>er</sup> cuadrante  
*Solución:  $y = x-5$ .*
15. 4.- Halla el valor de  $k$  para que las rectas  $r: 3x + 2y = 5$  y  $s: 6x + ky = 7$  sean paralelas.  
*Solución:  $k = 4$ .*
16. ¿Cuál es la posición relativa de las rectas  $r: 3x + 2y - 19 = 0$  y  $s: 5x + y - 20 = 0$ ?  
*Solución: Secantes.*
17. Un haz de rectas tiene como rectas base  $r: y - x = 0$  y  $s: y = 3x - 1$ . Encuentra la recta del haz que pasa por el punto  $P = (1, 3)$   
*Solución:  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{5}$*
18. Calcula el haz de rectas que pasa por el punto  $P = (1, 2)$   
*Solución:  $y-2 = m(x-1)$*
19. Halla el haz de rectas paralelas a la recta  $x-2 = 0$

## 3.- ÁNGULO DE DOS RECTAS

20. Halla el ángulo que forman las rectas  $r: x - y + 1 = 0$  y  $s: x + y = 0$ .  
*Solución:  $(r, s) = 90^\circ$*
21. Halla la ecuación de la recta que contiene al punto  $P = (1, 2)$  y forma con la recta de ecuación  $r: 2x + 5y - 3 = 0$  un ángulo de  $60^\circ$ .  
*Solución:  $y - 2 = \frac{5\sqrt{3} + 2}{-5 + 2\sqrt{3}}(x - 1)$ ,  $y - 2 = \frac{5\sqrt{3} - 2}{5 + 2\sqrt{3}}(x - 1)$*
22. Halla la ecuación de la recta que contiene al punto  $P = (1, 1)$  y es perpendicular a la recta  $r: x + y - 1 = 0$   
*Solución:  $y = x$ .*
23. 4.- Halla la proyección del punto  $P = (2, 2)$  sobre la recta definida por los puntos  $Q = (1, -2)$  y  $S = (-2, -4)$ .  
*Solución:  $\left(\frac{46}{13}, -\frac{4}{13}\right)$*
24. Halla el simétrico del punto  $P = (1, 1)$  respecto de la recta  $r: x+y-1 = 0$ .  
*Solución:  $P' = (0, 0)$*

25. Dos vértices opuestos de un cuadrado son los puntos  $A = (3, 3)$  y  $C = (2, 4)$ . Halla los otros dos vértices.  
*Solución:*  $B = (2, 3)$  y  $D = (3, 4)$
26. Halla la ecuación de la recta que pasa por la intersección de las rectas  $3x - y - 3 = 0$  y  $x - 2 = 0$  formando un ángulo de  $45^\circ$  con la recta  $x + y - 6 = 0$ .  
*Solución:*  $x = 2$  e  $y = 3$ .
27. Halla el valor de  $k$  para que las rectas  $r: 2x - 5y - 17 = 0$  y  $s: 3x - ky - 8 = 0$  se corten formando un ángulo de  $45^\circ$ .  
*Solución:*  $k = -7, k = \frac{9}{7}$
28. Halla las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto  $P = (-3, 0)$  y forman con la recta de ecuación  $r: 3x - 5y + 9 = 0$  un ángulo de tangente  $\frac{1}{3}$ .  
*Solución:*  $7x - 6y + 21 = 0, 2x - 9y + 6 = 0$

#### 4.- DISTANCIAS ENTRE PUNTOS Y RECTAS

29. Calcular la distancia entre los puntos  $A = (5, 4)$  y  $B = (2, 8)$ .  
*Solución:*  $d(A, B) = 5$
30. La distancia del punto  $P(1, 2)$  a otro  $Q$  del eje de abscisas es 1. Halla las coordenadas de  $Q$ .  
*Solución:*  $Q = (2, 0)$ .
31. Calcula  $k$  para que la distancia entre los puntos  $P = (2, k)$  y  $Q = (-5, 1)$  sea 5.  
*Solución:* No tiene solución real.
32. La distancia del punto  $A(10, 6)$  a otro  $B$  situado en el eje de abscisas es 10. Hallar las coordenadas del punto  $B$ .  
*Solución:*  $B = (18, 0)$  o  $B = (2, 0)$
33. Calcula la distancia del punto  $P = (3, 4)$  a la recta  
 $r: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2}$   
*Solución:*  $d(P, r) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$
34. Calcula la distancia del punto  $P = (3, 2)$  a la recta  $r: 3x - 2y - 25 = 0$ .  
*Solución:*  $d(P, r) = \frac{20\sqrt{13}}{13}$
35. Calcula la distancia del punto  $P(1, 3)$  a la recta  
 $r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$   
*Solución:*  $d(P, r) = \sqrt{2}$
36. ¿Cuál es la distancia de  $P = (3, 2)$  a la recta  $s: x + y = 0$ .  
*Solución:*  $d(P, s) = \frac{5\sqrt{2}}{2}$
37. Obtén la distancia entre las rectas  $r: 2x + 3y - 5 = 0$  y  $s: 2x + 3y - 7 = 0$ .  
*Solución:*  $d(r, s) = \frac{2\sqrt{13}}{13}$

38. Calcula la distancia entre las rectas  $r: 4x-2y = 1$  y  $s: x - y = 0$   
*Solución: Es nula ya que son secantes.*
39. Calcula la distancia entre las rectas  
 $r: \begin{cases} x = 5 + \lambda \\ y = -1 \end{cases}$  y  $s: \begin{cases} x = 2 + 3\mu \\ y = 2 - \mu \end{cases}$   
*Solución: Es nula ya que son secantes.*
40. Dado el triángulo de vértices  $A = (0, 1)$ ,  $B = (7, 2)$ ,  $C = (4, 5)$  halla la ecuación de la altura trazada desde B, exprésala en todas las formas que conozcas. ¿Cual es la longitud de la altura del triángulo?  
*Solución: a) paramétricas:  $\begin{cases} x = 7 - \lambda \\ y = 2 + \lambda \end{cases}$ , b) continua:  $\frac{x-7}{-1} = \frac{y-2}{1}$ , c) general:  $x+y-9 = 0$ ,  
d) explícita:  $y = -x+9$ . La longitud es  $d = 3\sqrt{2}$*
41. Halla el área del triángulo determinado por los vértices  $A = (0, -1)$ ,  $B = (2, 0)$  y  $C = (1, 1)$   
*Solución:  $S_{ABC} = \frac{3}{2} u^2$ .*
42. Halla el área del triángulo determinado por el punto  $(1, -3)$  y por los puntos de intersección con los ejes coordenados de la recta que pasa por  $(-1, 3)$  y  $(1, 4)$ .  
*Solución:  $S_{ABC} = \frac{49}{2} u^2$ .*
43. Dos rectas de ecuaciones  $x - y = a$ ,  $x - by = -1$  son perpendiculares entre si y cortan al eje de abscisas en dos puntos distantes 3 unidades. Halla a y b  
*Solución:  $a = 2, b=1; a = -4, b = -1$ .*