

Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Problema 1 Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es $4x - y + 3 = 0$. Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abscisas.

Solución:

$$r : \begin{cases} \vec{u}_r = (1, 4) \\ A(0, 3) \end{cases}$$

- Vectorial: $(x, y) = (0, 3) + \lambda(1, 4)$
- Paramétrica: $\begin{cases} x = \lambda \\ y = 3 + 4\lambda \end{cases}$
- Continua: $\frac{x}{1} = \frac{y - 3}{4}$
- General: $4x - y + 3 = 0$
- Explícita: $y = 4x + 3$
- Punto pendiente: $y - 3 = 4x$
- Ángulo con el eje de abscisas: $m = \tan \alpha = 4 \implies \alpha = 75^\circ 57' 50''$

Problema 2 Si los puntos $A(-2, 1)$, $B(3, -1)$ y $C(2, 6)$ tres vértices consecutivos de un triángulo, se pide calcular su circuncentro.

Solución:

Calculamos dos de sus mediatrices:

- Mediatriz entre A y B :

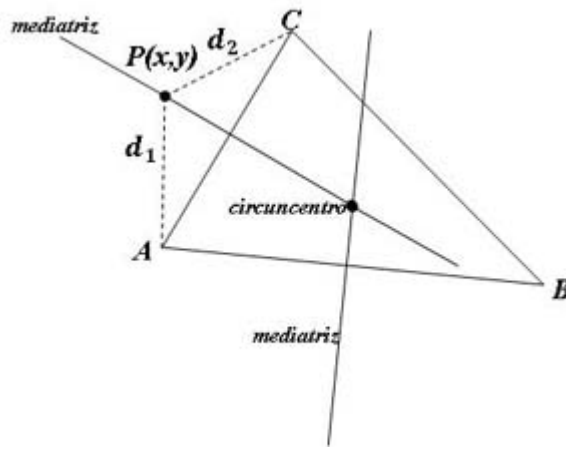
$$\sqrt{(x + 2)^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{(x - 3)^2 + (y + 1)^2} \implies 10x - 4y - 5 = 0$$

- Mediatriz entre A y C :

$$\sqrt{(x + 2)^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 6)^2} \implies 8x + 10y - 35 = 0$$

- Circuncentro:

$$\begin{cases} 10x - 4y - 5 = 0 \\ 8x + 10y - 35 = 0 \end{cases} \implies \left(\frac{95}{66}, \frac{155}{66} \right)$$

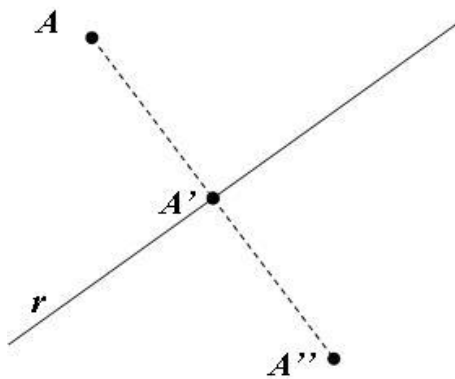


Problema 3 Sea el punto $A(2,5)$ y la recta $r : 2x - 5y + 3 = 0$. Se pide calcular:

- Una recta paralela a r que pase por el punto A .
- Una recta perpendicular a r que pase por el punto A .
- El punto A'' simétrico de A respecto de la recta r .
- Las rectas bisectrices de r con $s : 2x + 5y - 3 = 0$.

Solución:

- $2x - 5y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \implies 4 - 25 + \lambda = 0 \implies \lambda = 21$. La recta buscada es $h : 2x - 5y + 21 = 0$
- $5x + 2y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \implies 10 + 10 + \lambda = 0 \implies \lambda = -20$. La recta buscada es $t : 5x + 2y - 20 = 0$
- Calculamos A'' simétrico de A respecto de la recta r :



- Calculamos una recta t perpendicular a r y que pase por A , calculada en el apartado anterior.
- Calculamos el punto de corte entre r y t :

$$\begin{cases} r : 2x - 5y + 3 = 0 \\ t : 5x + 2y - 20 = 0 \end{cases} \implies A' \left(\frac{94}{29}, \frac{55}{29} \right)$$

- El punto A' calculado es el punto medio entre el punto A y el punto A'' que tenemos que calcular:

$$\frac{A + A''}{2} = A' \implies A'' = 2A' - A = 2 \left(\frac{94}{29}, \frac{55}{29} \right) - (2, 5) = \left(\frac{36}{29}, -\frac{90}{29} \right)$$

d)

$$d(P, r) = d(P, s) \implies \frac{|2x - 5y + 3|}{\sqrt{29}} = \frac{|2x + 5y - 3|}{\sqrt{29}} \implies |2x - 5y + 3| = |2x + 5y - 3|$$

- $2x - 5y + 3 = 2x + 5y - 3 \implies 5y - 3 = 0$
- $2x - 5y + 3 = -2x - 5y + 3 \implies x = 0$