

## POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

NOMBRE: \_\_\_\_\_

1º) Factorizar los polinomios:

a)  $x^6 + x^5 - 17x^4 - 50x^3 - 65x^2 - 47x - 15$

(1'5 p)

b)  $-15x^4 + 60x^3 - 60x^2$

(1'5 p)

2º) Simplifica las siguientes fracciones:

a)  $\frac{3x^2 - 3x}{3x^3 - 6x^2 + 3x}$

(1p)

b)  $\frac{x^3 + 3x^2 - 13x - 15}{x^3 + x^2 - 9x - 9}$

(1p)

3º) Efectuar:

a)  $(x + a)^7$

(1p.)

b)  $\frac{2}{x^2 + 2x + 1} - \frac{3}{x^2 - 1} - \frac{4}{x^2 - 2x + 1}$

(2p)

4º) Hallar el polinomio  $P(x)$  sabiendo que es de grado 3, que al dividirlo por  $(x-1)$  da de resto 4, que al dividirlo por  $(x+1)$  da de resto 4 y que al dividirlo por  $(x+3)$  también da de resto 4.

(1p)

5º) Si  $P(x)$  es un polinomio de grado 5, determina todas las posibles formas que puede tener su factorización.

(1p)

1°) a) Utilizando la regla de Ruffini:

obtenemos:  $(x+1)^2 \cdot (x-5) \cdot (x+3) \cdot (x^2+x+1)$

b) Sacando factor común:  $-15x^2 \cdot (x^2-4x+4) = -15x^2 \cdot (x-2)^2$

2°) a)  $\frac{3x^2-3x}{3x^3-6x^2+3x} = \frac{3x \cdot (x-1)}{3x \cdot (x^2-2x+1)} = \frac{3x \cdot (x-1)}{3x \cdot (x-1)^2} = \frac{1}{x-1}$

b)  $\frac{x^3+3x^2-13x-15}{x^3+x^2-9x-9} = \frac{(x+1)(x+5)(x+3)}{(x-3) \cdot (x+1) \cdot (x+3)} = \frac{x+5}{x-3}$

Ruffini

3°) a)  $\binom{7}{0}x^7 + \binom{7}{1}x^6 \cdot a + \binom{7}{2}x^5 \cdot a^2 + \binom{7}{3}x^4 \cdot a^3 + \binom{7}{4}x^3 \cdot a^4 + \binom{7}{5}x^2 \cdot a^5 + \binom{7}{6}x \cdot a^6 + \binom{7}{7}a^7 = x^7 + 7x^6a + 21x^5a^2 + 35x^4a^3 + 35x^3a^4 + 21x^2a^5 + 7xa^6 + a^7$

b)  $\frac{2}{x^2+2x+1} - \frac{3}{x^2-1} - \frac{4}{x^2-2x+1} = \frac{2}{(x+1)^2} - \frac{3}{(x+1)(x-1)} - \frac{4}{(x-1)^2}$

$$= \frac{2(x-1)^2}{(x+1)^2(x-1)^2} - \frac{3(x+1)(x-1)}{(x+1)^2(x-1)^2} - \frac{4(x+1)^2}{(x+1)^2(x-1)^2} = \frac{2(x^2-2x+1) - 3(x^2-1) - 4(x^2+2x+1)}{(x+1)^2(x-1)^2}$$

$$= \frac{2x^2 - 4x + 2 - 3x^2 + 3 - 4x^2 - 8x - 4}{(x+1)^2 \cdot (x-1)^2} = \frac{-5x^2 - 12x + 1}{(x+1)^2 \cdot (x-1)^2}$$

4° Si al dividir  $P(x)$  entre  $(x-1)$  da resto 4  $\Rightarrow P(x) = (x-1) \cdot A(x) + 4$

Si al dividir  $P(x)$  entre  $(x+1)$  da resto 4  $\Rightarrow P(x) = (x+1) \cdot B(x) + 4$

Si al dividir  $P(x)$  entre  $(x+3)$  da resto 4  $\Rightarrow P(x) = (x+3) \cdot C(x) + 4$

Donde  $A(x), B(x), C(x)$  son de grado 2.

Luego  $P(x) = (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x+3) + 4 = x^3 + 3x^2 - x + 1.$

siendo:  $A(x) = (x+1) \cdot (x+3)$

$$B(x) = (x-1)(x+3)$$

$$C(x) = (x+1)(x-1)$$

5° Si tiene 5 raíces:  $P(x) = a \cdot (x-a_1) \cdot (x-a_2) \cdot (x-a_3) \cdot (x-a_4) \cdot (x-a_5)$

Si tiene 3 raíces:  $P(x) = a \cdot (x-a_1) \cdot (x-a_2) \cdot (x-a_3) \cdot (x^2+bx+c)$

Si tiene 1 raíz:  $P(x) = a \cdot (x-a_1) \cdot (x^2+bx+c) \cdot (x^2+mx+n)$