

## EXAMEN DE ANÁLISIS

1. Sea la función:

$$\begin{cases} -x + 4 & \text{si } x < 2 \\ \frac{4}{x} & \text{si } 2 \leq x < 4 \\ x^2 - 4x + 1 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

- a) **(1 punto)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de  $f$ .  
b) **(1 punto)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa  $x = 3$ .

2. Calcule las derivadas de las funciones:

a) **(1 punto)**  $\frac{e^{-2x}}{x^2 + 1}$

b) **(1 punto)** Deriva la función:  $\ln \sqrt{\frac{(3x^3 - 1)^3}{3}}$

(Sugerencia: aplica primero las propiedades de los logaritmos)

c) **(1 punto)** Utiliza el resultado anterior para derivar la función:  $(x^2 + x) \ln \sqrt{\frac{(3x^3 - 1)^3}{3}}$

3. Las funciones  $I(t) = -2t^2 + 51t$  y  $G(t) = t^2 - 3t + 96$  con  $0 \leq t \leq 18$  representan, respectivamente, los ingresos y gastos de una empresa, en miles de euros, en función de los años,  $t$ , transcurridos desde su inicio y en los últimos 18 años.

- a) **(0.5 puntos)** ¿Para qué valores de  $t$ , desde su entrada en funcionamiento, los ingresos coincidieron con los gastos?  
b) **(1 punto)** Determine la función que refleje los beneficios (ingresos menos gastos) en función de  $t$  y represéntela gráficamente.  
c) **(1 punto)** ¿Al cabo de cuántos años, desde su entrada en funcionamiento, los beneficios fueron máximos? Calcule el valor de ese beneficio.

4. Dada la función:

$$f(x) = \frac{3x}{1 + x^2}$$

- a) **(1'25 puntos)** Estudia los intervalos de crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos.  
b) **(1'25 punto2)** Estudia la curvatura, así como los puntos de inflexión.