

Proporcionalidad práctica

- Hay tres pesas iguales en la báscula que marca 600 gramos.**
 - ¿Cuánto marcaría la báscula si hubiera solo dos pesas?
 - ¿Cuántas pesas habría si la báscula marcara un kilo?

a) Con dos pesas, la báscula marcaría $(600 : 3) \cdot 2 = 400$ gramos.
b) Si una pesa son 200 gramos, se necesitarán $1\ 000 : 200 = 5$ pesas para completar un kilo.
- Vamos en coche por la autovía a velocidad constante, y desde un poste kilométrico al siguiente, cuento 30 segundos.**
 - ¿Qué distancia recorremos en 10 minutos?
 - ¿A qué velocidad vamos?

a) Un kilómetro en medio minuto, dos kilómetros por minuto, son 20 kilómetros en 10 minutos.
b) En 60 minutos recorreremos $20 \cdot 6 = 120$ km, por lo que vamos a una velocidad de 120 km/h.
- He estado anotando, desde mi ventana, los colores de los últimos 100 coches que han pasado por la calle y 20 eran grises. Completa la frase:**
Uno de cada ... coches era gris.
De cada 100, 20 eran grises. De cada 10, dos eran grises. Uno de cada cinco coches era gris.

Proporcionalidad y porcentaje

- En un cine hay 20 filas de 10 butacas. He llegado un poco pronto, y mientras esperaba la película, he contado 79 butacas ocupadas. ¿Qué tanto por ciento del cine se ha ocupado aproximadamente?**
En el cine hay 200 butacas, de las que casi 80 están ocupadas. De cada 100, 40 están ocupadas. Se ha ocupado, aproximadamente, un 40 % de las butacas.
- Compro una trenca de 450 euros rebajada un 20 %.**
 - ¿Cuánto me rebajan?
 - ¿Cuánto me cobran?

a) Si de cada 100 euros me rebajan 20, de 450 me rebajan cuatro veces y media 20, que son $20 \cdot 4,5 = 90$ euros.
b) Por la trenca me cobrarán $450 - 90 = 360$ euros.

6. El banco me ofrece préstamos al 5%. ¿Cuánto tendré que devolver si...

a) ... pido 3 000 euros durante un año?

b) ... pido 3 000 euros durante medio año?

a) Si pido 100 durante un año me cobran 5, así que tendré que devolver 105 €.

Si pido 3 000 = $30 \cdot 100$ euros durante un año, me cobrarán $30 \cdot 5 = 150$ y tendré que devolver 3 150 €.

b) Si pido 3 000 euros durante medio año, me cobrarán $150 : 2 = 75$, así que tendrá que devolver 3 075 €.

Proporcionalidad y teoría

7. Piensa y contesta.

a) Completa la tabla.

MAGNITUD I	1	2	4	5	8	...	<i>a</i>	<i>c</i>
MAGNITUD II	3	6	12			...	<i>b</i>	<i>d</i>

b) Y observando la tabla, debe ocurrir que: $a \cdot d = b \cdot \dots$

a)

MAGNITUD I	1	2	4	5	8	...	<i>a</i>	<i>c</i>
MAGNITUD II	3	6	12	15	24	...	<i>b</i>	<i>d</i>

b) $a \cdot d = b \cdot c$

1 Razones y proporciones

Página 90

1. Elige la respuesta correcta en cada caso.

a) La razón de 5 y 15 es $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$.

b) La razón de 24 y 36 es: $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$.

a) La razón de 5 y 15 es: $\frac{1}{3}$

b) La razón de 24 y 36 es: $\frac{2}{3}$

2. Escribe en tu cuaderno tres parejas de números cuya razón sea $2/5$.

Por ejemplo: 4 y 10; 12 y 30; 18 y 45.

3. Calcula el término desconocido en cada proporción.

a) $\frac{1}{3} = \frac{5}{x}$

b) $\frac{6}{9} = \frac{10}{x}$

c) $\frac{x}{3} = \frac{35}{7}$

d) $\frac{15}{6} = \frac{x}{14}$

e) $\frac{14}{x} = \frac{21}{33}$

f) $\frac{91}{42} = \frac{x}{9}$

a) $\frac{1}{3} = \frac{5}{x} \rightarrow x = 5 \cdot 3 = 15$

b) $\frac{6}{9} = \frac{10}{x} \rightarrow 6 \cdot x = 9 \cdot 10 \rightarrow x = 15$

c) $\frac{x}{3} = \frac{35}{7} \rightarrow 7 \cdot x = 3 \cdot 35 \rightarrow x = 15$

d) $\frac{15}{6} = \frac{x}{14} \rightarrow 15 \cdot 14 = 6 \cdot x \rightarrow x = 35$

e) $\frac{14}{x} = \frac{21}{33} \rightarrow 14 \cdot 33 = 21 \cdot x \rightarrow x = 22$

f) $\frac{91}{42} = \frac{x}{9} \rightarrow 91 \cdot 9 = 42 \cdot x \rightarrow x = \frac{39}{2}$

4. La razón de los pesos de Marcos y su padre es de $3/5$. Si Marcos pesa 45 kilos, ¿cuánto pesa su padre?

$$\frac{\text{Peso de Marcos}}{\text{Peso de su padre}} = \frac{3}{5} \rightarrow \frac{45}{x} = \frac{3}{5} \rightarrow x = \frac{45 \cdot 5}{3} = 75 \text{ kilos}$$

2 Magnitudes directamente proporcionales

Página 91

1. Resuelve mentalmente.

a) Un grifo arroja 12 litros de agua en 3 minutos. ¿Cuántos litros arroja en 5 minutos?

b) Tres cajas de chinchetas pesan 150 gramos. ¿Cuánto pesan 10 cajas?

a) En 5 minutos arroja $\frac{12 \text{ l}}{3 \text{ min}} \cdot 5 \text{ min} = 20 \text{ l}$.

b) 10 cajas pesan $\frac{150 \text{ g}}{3 \text{ cajas}} \cdot 10 \text{ cajas} = 500 \text{ g}$.

2. ¿Cuánto pagaré por 300 gramos de un salmón ahumado que se vende a 16 € el kilo?

$\frac{16 \text{ €}}{1000 \text{ g}} \cdot 300 \text{ g} = 4,80 \text{ €}$ o

GRAMOS	100	300	1000
EUROS	16 : 10	(16 : 10) · 3	16

Pagaré 4,80 €.

3. Un ciclista, que avanza a velocidad constante, ha recorrido 200 metros en 20 segundos. ¿Qué distancia recorrerá en 5 minutos?

TIEMPO (segundos)	20	1 min = 60 (20 · 3)	300 (60 · 5)
DISTANCIA (metros)	200	600 (200 · 3)	3000 (600 · 5)

En 5 minutos recorre 3 000 metros = 3 km.

Página 93

4. Si una máquina embotelladora llena 750 botellas en un cuarto de hora, ¿cuánto tardará en llenar 1 000 botellas?

$$\left. \begin{array}{l} 750 \text{ botellas} \rightarrow 1/4 \text{ h} = 15 \text{ min} \\ 1\ 000 \text{ botellas} \rightarrow x \text{ min} \end{array} \right\} x = \frac{100 \cdot 15}{750} = 20 \text{ min. Tardará 20 minutos.}$$

5. En un taller de confección se han necesitado siete metros y medio de tela para confeccionar 6 camisas.

¿Cuántos metros de tela se necesitarán para cubrir un pedido de ochenta camisas?

$$\left. \begin{array}{l} 6 \text{ camisas} \rightarrow 7,5 \text{ m} \\ 80 \text{ camisas} \rightarrow x \text{ m} \end{array} \right\} x = \frac{80 \cdot 7,5}{6} = 100 \text{ m. Se necesitarán 100 metros de tela.}$$

6. Un granjero ha gastado 260 € en 325 dosis de vacuna para su ganado. ¿Cuánto debe gastar aún si necesita adquirir 180 dosis más?

$$\left. \begin{array}{l} 325 \text{ dosis} \rightarrow 260 \text{ €} \\ 180 \text{ dosis} \rightarrow x \text{ €} \end{array} \right\} x = \frac{180 \cdot 260}{325} = 144 \text{ €. Gastará 144 €.}$$

7. En un colegio que tiene 480 estudiantes, tres de cada diez han tenido gripe. ¿Cuántos estudiantes han padecido esa enfermedad?

$$\left. \begin{array}{l} 10 \text{ estudiantes} \rightarrow 3 \text{ enfermos} \\ 480 \text{ estudiantes} \rightarrow x \text{ enfermos} \end{array} \right\} x = \frac{480 \cdot 3}{10} = 144 \text{ enfermos.}$$

Han tenido gripe 144 estudiantes.

8. En una viña, de la vendimia de las 10 primeras parras se han obtenido 125 kilos de uva. ¿Qué cosecha cabe esperar de toda la viña, que tiene 362 parras?

$$\left. \begin{array}{l} 10 \text{ parras} \rightarrow 125 \text{ kilos de uva} \\ 362 \text{ parras} \rightarrow x \text{ kilos} \end{array} \right\} x = \frac{362 \cdot 125}{10} = 4\ 525 \text{ kilos}$$

Cabe esperar una cosecha de 4 525 kilos de uva.

9. ¿Cuánto costará un trozo de queso de 465 gramos si el queso se vende a 13,50 euros el kilo?

 Redondea el resultado a los céntimos.

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ kilo} = 1\ 000 \text{ g} \rightarrow 13,50 \text{ €} \\ 465 \text{ g} \rightarrow x \text{ €} \end{array} \right\} x = \frac{465 \cdot 13,50}{1\ 000} = 6,2775 \text{ €} \rightarrow 6,28 \text{ € costará.}$$

10. Obtén la constante de proporcionalidad y los valores de x e y en esta tabla de proporcionalidad directa:

3	4	5	6
1,2	1,6	x	y

Constante de proporcionalidad = $\frac{2}{5} = 0,4$

$\cdot 0,4$	3	4	5	6
	1,2	$4 \cdot 0,4 = 1,6$	$5 \cdot 0,4 = 2$	$6 \cdot 0,4 = 2,4$

11. Repite los problemas 5 y 7 usando la constante de proporcionalidad.

PROBLEMA 5:

CAMISAS	6	80
TELA (m)	7,5	x

$$\rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{Constante de} \\ \text{proporcionalidad} \end{array} \right\} = \frac{7,5}{6} = 1,25 \rightarrow x = 80 \cdot 1,25 = 100 \text{ m de tela.}$$

PROBLEMA 7:

ESTUDIANTES	10	480
ENFERMOS	3	x

$$\rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{Constante de} \\ \text{proporcionalidad} \end{array} \right\} = \frac{3}{10} = 0,3 \rightarrow x = 480 \cdot 0,3 = 144 \text{ enfermos.}$$

3 Magnitudes inversamente proporcionales

Página 95

1. Completa en tu cuaderno estas tablas:

MAGNITUD A	1	2	3	4			10
MAGNITUD B	30	15			6	5	

MAGNITUD H	1	2	3	4	6	8	
MAGNITUD N			16	12			4

MAGNITUD A	1	2	3	4	5	6	10
MAGNITUD B	30	15	10	7,5	6	5	3

MAGNITUD H	1	2	3	4	6	8	12
MAGNITUD N	48	24	16	12	8	6	4

2. Construye tres proporciones diferentes con los valores de esta tabla de proporcionalidad inversa:

MAGNITUD A	1	2	4	5
MAGNITUD B	40	20	10	8

Por ejemplo: $\frac{2}{40} = \frac{1}{20}$, $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$, $\frac{20}{4} = \frac{10}{2}$ o cualquiera que resulte de las relaciones:

$$40 \cdot 1 = 2 \cdot 20 = 4 \cdot 10 = 5 \cdot 8$$

3. Un coche, a 80 km/h, tarda 2 h en llegar a Barcelona. ¿Cuánto tardaría un camión, a 40 km/h? ¿Y un tren de alta velocidad, a 160 km/h?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Coche: } 80 \text{ km/h} \rightarrow 2 \text{ h} \\ \text{Camión: } 40 \text{ km/h} \rightarrow x \text{ h} \\ \text{Tren: } 160 \text{ km/h} \rightarrow y \text{ h} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 80 \cdot 2 = 40 \cdot x \rightarrow x = 4 \text{ horas el camión.} \\ 80 \cdot 2 = 160 \cdot y \rightarrow y = 1 \text{ hora el tren.} \end{array}$$

4. Tres operarios limpian un parque en 7 horas. ¿Cuánto tardarían en hacer el mismo trabajo 7 operarios?

$$\left. \begin{array}{l} 3 \text{ operarios} \rightarrow 7 \text{ h} \\ 7 \text{ operarios} \rightarrow x \text{ h} \end{array} \right\} \text{ Prop. inversa} \rightarrow 3 \cdot 7 = 7 \cdot x \rightarrow x = \frac{3 \cdot 7}{7} = 3 \text{ h. Tardarán 3 horas.}$$

5. Un conducto de agua, con un caudal de 3 litros por segundo, tarda 20 minutos en llenar un depósito.

a) ¿Cuánto tardaría con un caudal de 2 litros por segundo?

b) ¿Y si fuera de 10 litros por segundo?

a) 30 minutos

b) 6 minutos

$$\left. \begin{array}{l} 3 \text{ l/s} \rightarrow 20 \text{ min} \\ 2 \text{ l/s} \rightarrow x \text{ min} \\ 10 \text{ l/s} \rightarrow y \text{ min} \end{array} \right\} \text{ Proporcionalidad inversa} \rightarrow 3 \cdot 20 = 2 \cdot x = 10 \cdot y \rightarrow x = \frac{3 \cdot 20}{2} = 30 \text{ min}$$

$$y = \frac{3 \cdot 20}{10} = 6 \text{ min}$$

6. Un tractor ara un campo en 15 horas.

a) ¿Cuánto tardarían dos tractores?

b) ¿Y tres tractores?

c) ¿Y cuatro tractores?

a) 7,5 horas

b) 5 horas

c) 3,75 horas

TRACTORES	1	2	3	4
HORAS	15	7,5	5	3,75

→ Proporcionalidad inversa:
 $1 \cdot 15 = 2 \cdot 7,5 = 3 \cdot 5 = 4 \cdot 3,75$

7. Un embalse tiene reservas de agua para abastecer a una población de 2000 habitantes durante 6 meses.

a) Si fueran 1 000 habitantes, ¿para cuántos meses tendrían?

b) ¿Y si fueran 3 000 habitantes?

c) ¿Y si fueran 6 000 habitantes?

$$\left. \begin{array}{l} 2\,000 \text{ habitantes} \rightarrow 6 \text{ meses} \\ 1\,000 \text{ habitantes} \rightarrow x \text{ meses} \\ 3\,000 \text{ habitantes} \rightarrow y \text{ meses} \\ 6\,000 \text{ habitantes} \rightarrow z \text{ meses} \end{array} \right\} \text{Proporcionalidad inversa} \rightarrow 2\,000 \cdot 6 = 1\,000 \cdot x = 3\,000 \cdot y = 6\,000 \cdot z$$

a) $x = \frac{2\,000 \cdot 6}{1\,000} = 12 \text{ meses}$

b) $y = \frac{2\,000 \cdot 6}{3\,000} = 4 \text{ meses}$

c) $z = \frac{2\,000 \cdot 6}{6\,000} = 2 \text{ meses}$

4 Problemas de proporcionalidad compuesta

Página 97

1. Una cuadrilla de albañiles, trabajando 10 horas al día, han construido 600 m² de pared en 18 días. ¿Cuántos metros cuadrados construirán en 15 días, trabajando 8 horas diarias?

$$\begin{array}{ccc}
 \text{h/día} & & \text{días} & & \text{m}^2 \\
 10 & \longrightarrow & 18 & \longrightarrow & 600 \\
 8 & \longrightarrow & 15 & \longrightarrow & x
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} \text{h/día} & & \text{días} & & \text{m}^2 \\ 10 & \longrightarrow & 18 & \longrightarrow & 600 \\ 8 & \longrightarrow & 15 & \longrightarrow & x \end{array}} \right\} \rightarrow \frac{10}{8} \cdot \frac{18}{15} = \frac{600}{x} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 15 \cdot 600}{10 \cdot 18} = 400 \text{ m}^2$$

Construirán 400 m².

2. Un granjero ha necesitado 294 kilos de pienso para alimentar a 15 vacas durante 7 días. ¿Durante cuántos días podría alimentar a 10 vacas si dispusiese de 840 kilos de pienso?

$$\begin{array}{ccc}
 \text{Pienso (kg)} & & \text{vacas} & & \text{días} \\
 294 & \longrightarrow & 15 & \longrightarrow & 7 \\
 840 & \longrightarrow & 10 & \longrightarrow & x
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} \text{Pienso (kg)} & & \text{vacas} & & \text{días} \\ 294 & \longrightarrow & 15 & \longrightarrow & 7 \\ 840 & \longrightarrow & 10 & \longrightarrow & x \end{array}} \right\} \rightarrow \frac{294}{840} \cdot \frac{10}{15} = \frac{7}{x} \rightarrow x = \frac{840 \cdot 15 \cdot 7}{294 \cdot 10} = 30 \text{ días}$$

Durante 30 días.

3. Una excavadora, trabajando 10 horas al día, abre una zanja de 1 000 metros en 8 días. ¿Cuánto tardaría en abrir una zanja de 600 m, trabajando 12 horas al día?

$$\begin{array}{ccc}
 \text{metros} & & \text{h/día} & & \text{días} \\
 1\ 000 & \longrightarrow & 10 & \longrightarrow & 8 \\
 600 & \longrightarrow & 12 & \longrightarrow & x
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} \text{metros} & & \text{h/día} & & \text{días} \\ 1\ 000 & \longrightarrow & 10 & \longrightarrow & 8 \\ 600 & \longrightarrow & 12 & \longrightarrow & x \end{array}} \right\} \rightarrow \frac{1\ 000}{600} \cdot \frac{12}{10} = \frac{8}{x} \rightarrow x = \frac{600 \cdot 10 \cdot 8}{1\ 000 \cdot 12} = 4 \text{ días}$$

Tardaría 4 días.

4. Si se abren tres aspersores con un caudal de 1,5 litros por segundo cada uno, un depósito se vacía en 8 horas. ¿Durante cuánto tiempo daría servicio el depósito si se abrieran cuatro aspersores con un caudal de 0,9 litros por segundo cada uno?

$$\begin{array}{ccc}
 \text{Aspersores} & & \text{Caudal (l/s)} & & \text{horas} \\
 3 & \longrightarrow & 1,5 & \longrightarrow & 8 \\
 4 & \longrightarrow & 0,9 & \longrightarrow & x
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} \text{Aspersores} & & \text{Caudal (l/s)} & & \text{horas} \\ 3 & \longrightarrow & 1,5 & \longrightarrow & 8 \\ 4 & \longrightarrow & 0,9 & \longrightarrow & x \end{array}} \right\} \rightarrow \frac{4}{3} \cdot \frac{0,9}{1,5} = \frac{8}{x} \rightarrow x = \frac{3 \cdot 1,5 \cdot 8}{4 \cdot 0,9} = 10 \text{ horas}$$

Durante 10 horas.

5 Problemas de repartos proporcionales

Página 99

1. Reparte:

a) 180 en partes directamente proporcionales a 2, 5 y 8.

b) 130 en partes directamente proporcionales a $1/2$, $1/3$ y $1/4$.

$$a) C = 180 \quad S = 2 + 5 + 8 = 15 \quad p = 180 : 15 = 12$$

Las partes son $12 \cdot 2 = 24$; $12 \cdot 5 = 60$ y $12 \cdot 8 = 96$.

$$b) C = 130 \quad S = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12} \quad p = \frac{130}{\frac{13}{12}} = 120$$

Las partes son $120 \cdot 1/2 = 60$; $120 \cdot 1/3 = 40$ y $120 \cdot 1/4 = 30$.

2. Tres familias alquilan conjuntamente un apartamento en la costa por 1 200 euros para 20 días.

Los Rodríguez lo disfrutan durante la primera semana; los Riveiro, los 6 días siguientes y, el resto del tiempo, los Ochoa. ¿Cuánto debe pagar cada familia por la estancia?

$$C = 1\,200 \quad S = 20 \quad p = \frac{1\,200}{20} = 60$$

$$\text{Rodríguez} \rightarrow 60 \cdot 7 = 420 \text{ €}$$

$$\text{Riveiro} \rightarrow 60 \cdot 6 = 360 \text{ €}$$

$$\text{Ochoa} \rightarrow 60 \cdot 7 = 420 \text{ €}$$

3. Reparte:

a) 620 en partes inversamente proporcionales a 2, 3 y 5.

b) 2 000 en partes inversamente proporcionales a $1/2$, $1/3$ y $1/5$.

$$a) C = 620 \quad S = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{31}{30} \quad p = 620 : \frac{31}{30} = 600$$

Las partes son $600 \cdot 1/2 = 300$; $600 \cdot 1/3 = 200$ y $600 \cdot 1/5 = 120$.

$$b) C = 2\,000 \quad S = 2 + 3 + 5 = 10 \quad p = 2\,000 : 10 = 200$$

Las partes son $200 \cdot 2 = 400$; $200 \cdot 3 = 600$ y $200 \cdot 5 = 1\,000$.

4. Un concurso de televisión está dotado con un premio de 22 000 € que se repartirá entre los tres primeros clasificados de forma que la cantidad asignada a cada uno sea inversamente proporcional al puesto en el que se ha clasificado: primero, segundo y tercero. ¿Cuánto se lleva cada concursante?

$$C = 22\,000 \quad S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{11}{6} \quad p = 22\,000 : \frac{11}{6} = 12\,000$$

El primero se lleva $12\,000 \cdot 1 = 12\,000$ €.

El segundo, $12\,000 \cdot 1/2 = 6\,000$ €.

El tercero, $12\,000 \cdot 1/3 = 4\,000$ €.

6 Porcentajes

Página 101

1. Calcula mentalmente.

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| a) 20 % de 200 | b) 15 % de 200 | c) 10 % de 200 |
| d) 8 % de 200 | e) 60 % de 50 | f) 30 % de 50 |
| g) 12 % de 50 | h) 8 % de 50 | i) 2 % de 50 |
| a) 40 | b) 30 | c) 20 |
| d) 16 | e) 30 | f) 15 |
| g) 6 | h) 4 | i) 1 |

2. Calcula mentalmente.

- | | | |
|----------------|----------------|---------------|
| a) 50 % de 46 | b) 50 % de 120 | c) 25 % de 40 |
| d) 75 % de 40 | e) 25 % de 24 | f) 75 % de 24 |
| g) 10 % de 460 | h) 5 % de 460 | i) 10 % de 70 |
| a) 23 | b) 60 | c) 10 |
| d) 30 | e) 6 | f) 18 |
| g) 46 | h) 23 | i) 7 |

3. Calcula.

- | | | |
|----------------|-----------------|----------------|
| a) 12 % de 750 | b) 35 % de 240 | c) 85 % de 360 |
| d) 14 % de 650 | e) 2,5 % de 20 | f) 95 % de 20 |
| g) 150 % de 40 | h) 115 % de 200 | i) 200 % de 10 |
| a) 90 | b) 84 | c) 306 |
| d) 91 | e) 0,5 | f) 19 |
| g) 60 | h) 230 | i) 20 |

4. Copia y completa en tu cuaderno, asociando cada porcentaje con un número decimal:

PORCENTAJE	35 %	24 %		8 %		95 %	120 %	
EXPRESIÓN DECIMAL	0,35		0,52		0,03			1,50

PORCENTAJE	35 %	24 %	52 %	8 %	3 %	95 %	120 %	150 %
EXPRESIÓN DECIMAL	0,35	0,24	0,52	0,08	0,03	0,95	1,20	1,50

5. El 62 % de los cargos directivos de una empresa metalúrgica son varones. ¿Qué porcentaje son mujeres?

El 38 % son mujeres.

- 6. Unos grandes almacenes anuncian rebajas del 15 %. Al comprar un producto rebajado, ¿qué porcentaje se paga?**

Se paga el 85 % del precio.

- 7. Una biblioteca pública adquiere 260 nuevos libros de los que el 25 % son novelas. ¿Cuántas novelas se han adquirido?**

$$25 \% \text{ de } 260 = \frac{1}{4} \text{ de } 260 = \frac{260}{4} = 65$$

Se han adquirido 65 novelas.

- 8. En una aldea de 875 habitantes solo queda un 12 % de jóvenes. ¿Cuántos jóvenes viven en la aldea?**

$$12 \% \text{ de } 875 = \frac{12 \cdot 875}{100} = 105$$

Viven 105 jóvenes.

- 9. En clase somos treinta y el 90 % hemos aprobado el examen de Matemáticas. ¿Cuántos hemos aprobado?**

$$90 \% \text{ de } 30 = \frac{90 \cdot 30}{100} = 27$$

Hemos aprobado 27.

- 10. En un país de quince millones de habitantes el 8 % son inmigrantes extranjeros. ¿Cuántos inmigrantes alberga?**

$$8 \% \text{ de } 15 = \frac{8 \cdot 15}{100} = 1,2$$

Alberga 1,2 millones de inmigrantes.

- 11. Un avión transporta 425 viajeros. El 52 % son europeos; el 28 %, americanos; el 12 %, africanos, y el resto, asiáticos. ¿Cuál es el porcentaje de asiáticos? ¿Cuántos asiáticos viajan en el avión?**

$$100 - 52 - 28 - 12 = 8 \rightarrow 8 \% \text{ asiáticos}$$

$$8 \% \text{ de } 425 = \frac{8 \cdot 425}{100} = 34$$

El 8 % de los viajeros son asiáticos. Viajan 34 asiáticos.

7 Problemas con porcentajes

Página 105

1. Calcula x como en el ejemplo.

• 12% de $x = 42 \rightarrow x \cdot 0,12 = 42 \rightarrow x = 42 : 0,12 = 350$

a) 50% de $x = 20$

b) 25% de $x = 15$

c) 12% de $x = 27$

d) 30% de $x = 255$

e) 16% de $x = 20$

f) 84% de $x = 504$

g) 25% de $x = 42,5$

h) 13% de $x = 7,54$

a) 50% de $x = 20 \rightarrow x \cdot 0,5 = 20 \rightarrow x = 20 : 0,5 = 40$

b) 25% de $x = 15 \rightarrow x \cdot 0,25 = 15 \rightarrow x = 15 : 0,25 = 60$

c) 12% de $x = 27 \rightarrow x \cdot 0,12 = 27 \rightarrow x = 27 : 0,12 = 225$

d) 30% de $x = 255 \rightarrow x \cdot 0,3 = 255 \rightarrow x = 255 : 0,3 = 850$

e) 16% de $x = 20 \rightarrow x \cdot 0,16 = 20 \rightarrow x = 20 : 0,16 = 125$

f) 84% de $x = 504 \rightarrow x \cdot 0,84 = 504 \rightarrow x = 504 : 0,84 = 600$

g) 25% de $x = 42,5 \rightarrow x \cdot 0,25 = 42,5 \rightarrow x = 42,5 : 0,25 = 170$

h) 13% de $x = 7,54 \rightarrow x \cdot 0,13 = 7,54 \rightarrow x = 7,54 : 0,13 = 58$

2. Calcula, mentalmente, el valor de x .

a) 50% de $x = 80$

b) 25% de $x = 6$

c) 10% de $x = 40$

d) 75% de $x = 15$

e) 5% de $x = 2$

f) 20% de $x = 6$

g) $x\%$ de $15 = 30$

h) $x\%$ de $40 = 10$

i) $x\%$ de $8 = 80$

j) $x\%$ de $80 = 20$

a) $x = 160$

b) $x = 24$

c) $x = 400$

d) $x = 20$

e) $x = 40$

f) $x = 30$

g) $x = 200$

h) $x = 25$

i) $x = 1000$

j) $x = 25$

CADA PROBLEMA CON SUS INVERSOS

3. Resuelve cada apartado:

a) En un rebaño de 175 ovejas, el 8% son negras. ¿Cuántas ovejas negras tiene el rebaño?

b) En un rebaño hay 14 ovejas negras, lo que supone el 8% del total. ¿Cuántas ovejas tiene en total el rebaño?

c) En un rebaño que tiene 175 ovejas, 14 son negras. ¿Cuál es el porcentaje de negras?

a) 8% de 175 = $\frac{8 \cdot 175}{100} = 14$. Tiene 14 ovejas negras.

b) 8% de $x = 14 \rightarrow x \cdot 0,08 = 14 \rightarrow x = 14 : 0,08 = 175$. Tiene un total de 175 ovejas.

c) $\left. \begin{array}{l} 175 \text{ ovejas} \rightarrow 14 \text{ negras} \\ 100 \text{ ovejas} \rightarrow x \text{ negras} \end{array} \right\} \frac{175}{100} = \frac{14}{x} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 14}{175} = 8$

Hay un 8% de ovejas negras.

4. Resuelve.

- a) Alberto ha comprado un abrigo que costaba 148 €, pero le han hecho una rebaja del 25 %. ¿Cuánto ha pagado por el abrigo?
 b) Alberto ha pagado 111 € por un abrigo rebajado un 25 %. ¿Cuánto costaba sin rebaja?
 c) Alberto ha pagado 111 € por un abrigo que costaba 148 €. ¿Qué porcentaje de descuento ha conseguido?

a) $75\% \text{ de } 148 = \frac{75 \cdot 148}{100} = 111$

Ha pagado 111 €.

b)

<u>Precio inicial</u>	→	<u>Precio final</u>
100	→	75
x	→	111

 } $x = \frac{100 \cdot 111}{75} = 148$ o $75\% \text{ de } x = 111 \rightarrow$

$\rightarrow x = 111 : 0,75 = 148$

Costaba 148 €.

c)

<u>Precio inicial</u>	→	<u>Precio final</u>
148	→	111
100	→	x

 } $x = \frac{100 \cdot 111}{148} = 75 \rightarrow \text{descuento} = 25\%$

5. Resuelve estos problemas:

- a) En un supermercado se vendieron, el mes pasado, 2 500 botes de refresco. ¿Cuántos botes se han vendido este mes, si las ventas han crecido un 12%?
 b) En un supermercado se han vendido este mes 2 800 botes de refresco, lo que significa un 12% más que el mes pasado. ¿Cuántos botes se vendieron el mes pasado?
 c) En un supermercado se han vendido este mes 2 800 botes de refresco, y el mes pasado, 2 500 botes. ¿En qué porcentaje han crecido las ventas?

a) $12\% \text{ de } 2500 = 300 \rightarrow \text{vendidos, } 2500 + 300 = 2800$

O bien, $112\% \text{ de } 2500 = 2800$

Este mes se han vendido 2 800 botes.

b) $112\% \text{ de } x = 2800 \rightarrow x \cdot 1,12 = 2800 \rightarrow x = 2800 : 1,12 = 2500$

Se vendieron 2 500 botes el mes pasado.

c)

<u>Mes pasado</u>	→	<u>Este mes</u>
2 500 botes	→	2 800 botes
100 botes	→	x

 } $x = \frac{100 \cdot 2800}{2500} = 112 \rightarrow \text{aumento del } 12\%$

PROBLEMAS PARA CALCULAR LA CANTIDAD INICIAL

- 6. Hoy han faltado al ensayo de la banda 6 músicos, lo que supone un 20% del total. ¿Cuántos músicos componen la banda?**

$20\% \text{ de } x = 6 \rightarrow 0,20 \cdot x = 6 \rightarrow x = 6 : 0,20 = 30$

La banda la componen 30 músicos.

- 7. A Marta le han subido el sueldo un 10 % y ahora gana 1 760 € al mes. ¿Cuál era su sueldo antes de la subida?**

$$110\% \text{ de } x = 1760 \rightarrow 1,10 \cdot x = 1760 \rightarrow x = 1760 : 1,10 = 1600 \text{ €}$$

Su sueldo era de 1 600 €.

- 8. Una falda, rebajada un 15 %, ha costado 36,55 €. ¿Cuánto costaba sin rebaja?**

$$\text{Rebaja } 15\% \rightarrow \text{Pago } 85\%$$

$$85\% \text{ de } x = 36,55 \rightarrow x = 36,55 : 0,85 = 43$$

Costaba 43 € sin rebaja.

- 9. En cierta ciudad, el número de usuarios de Internet ha llegado a 21 000, lo que supone un aumento de un 20 % respecto del año anterior. ¿Cuántos usuarios de Internet había hace un año?**

$$120\% \text{ de } x = 21\,000 \rightarrow 1,20 \cdot x = 21\,000 \rightarrow x = 21\,000 : 1,2 = 17\,500$$

Hace un año había 17 500 usuarios.

PROBLEMAS PARA CALCULAR EL TANTO POR CIENTO

- 10. Adriano tenía ahorrados 200 € y ha gastado 50 € en un reproductor MP3. ¿Qué tanto por ciento de sus ahorros ha gastado?**

AHORRADO (€)		GASTADO (€)		}	$\frac{200}{100} = \frac{50}{x} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 50}{200} = 25$ de cada 100
200	→	50			
100	→	x			

Ha gastado el 25 % de los ahorros.

- 11. De las 24 solicitudes de trabajo que ha recibido una empresa, ha aceptado 21. ¿Qué porcentaje ha sido rechazado?**

SOLICITUDES		ACEPTADAS		RECHAZADAS	}	$\frac{24}{100} = \frac{3}{x} \rightarrow$
24		21		$24 - 21 = 3$		
100	→			x		

$$\rightarrow x = \frac{100 \cdot 3}{24} = 12,5 \text{ de cada } 100$$

El 12,5 % de las solicitudes han sido rechazadas.

- 12. Una vivienda que costó 280 000 € hace tres años se ha vendido ahora por 350 000 €. ¿Qué tanto por ciento ha subido en este periodo?**

HACE 3 AÑOS (€)		AHORA (€)	}	$\frac{280\,000}{100} = \frac{350\,000}{x} \rightarrow$
280 000	→	350 000		
100	→	x		

$$\rightarrow x = \frac{350\,000 \cdot 100}{280\,000} = 125 \rightarrow 100 \text{ € se han convertido en } 125 \text{ €}$$

Ha subido un 25 %.

8 Interés bancario

Página 106

1. Un banco ofrece un beneficio del 5 % anual.

a) ¿Qué beneficio producen 100 euros en 4 años?

b) ¿Qué beneficio producen 600 euros en 1 año?

c) ¿Qué beneficio producen 600 euros en 4 años?

$$a) I = \frac{100 \cdot 5 \cdot 4}{100} = 20 \text{ €}$$

$$b) I = \frac{600 \cdot 5 \cdot 1}{100} = 30 \text{ €}$$

$$c) I = \frac{600 \cdot 5 \cdot 4}{100} = 120 \text{ €}$$

2. Calcula el interés producido por 8 000 euros colocados al 5 % durante 3 años.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{8000 \cdot 5 \cdot 3}{100} = 1200$$

El interés producido es de 1 200 €.

3. ¿Qué interés debo pagar por un préstamo de 3 000 € al 8 % que devuelvo al cabo de 2 años?

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{3000 \cdot 8 \cdot 2}{100} = 480$$

Debo pagar 480 €.

Ejercicios y problemas

Página 107

Razones y proporciones

1.  Escribe:

- a) Tres pares de números cuya razón sea $2/3$.
 - b) Tres parejas de números que estén en relación de cinco a uno.
 - c) Tres parejas de números que estén en razón de tres a cuatro.
- a) Por ejemplo: 4 y 6; 10 y 15; 18 y 27.
 b) Por ejemplo: 15 y 3; 20 y 4; 35 y 7.
 c) Por ejemplo: 15 y 20; 21 y 28; 33 y 44.

2.  Calcula x en las siguientes proporciones:

- | | | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| a) $\frac{6}{9} = \frac{10}{x}$ | b) $\frac{6}{4} = \frac{x}{6}$ | c) $\frac{8}{x} = \frac{12}{15}$ | d) $\frac{x}{21} = \frac{4}{28}$ | e) $\frac{x}{39} = \frac{30}{65}$ |
| f) $\frac{14}{x} = \frac{49}{42}$ | g) $\frac{15}{24} = \frac{55}{x}$ | h) $\frac{42}{54} = \frac{x}{63}$ | i) $\frac{16}{x} = \frac{32}{16}$ | |
| a) $x = 15$ | b) $x = 9$ | c) $x = 10$ | d) $x = 3$ | e) $x = 18$ |
| f) $x = 12$ | g) $x = 88$ | h) $x = 49$ | i) $x = 8$ | |

3.  ¿Verdadero o falso?

- a) La razón de dos números no puede ser un número entero.
 - b) Si la razón de a y b es la unidad, entonces $a = b$.
 - c) La razón de a y b es igual a la razón de b y a .
 - d) Una proporción es la igualdad de dos fracciones equivalentes.
 - e) La proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ da la misma información que la proporción $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$.
 - f) En la proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, si $a = d$, entonces $b = c$.
 - g) En la proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, si $a = b$, entonces $c = d$.
- a) Falso.
 b) Verdadero.
 c) Falso.
 d) Verdadero.
 e) Verdadero.
 f) Falso.
 g) Verdadero.

Relaciones de proporcionalidad

4.  Completa en tu cuaderno estas tablas de proporcionalidad directa:

a)

1	2	3	7	
5	10			60

b)

1	2	3	4	
	5		10	25

a)

1	2	3	7	12
5	10	15	35	60

b)

1	2	3	4	10
2,5	5	7,5	10	25

5.  Completa en tu cuaderno estas tablas de proporcionalidad inversa:

a)

1	2	4	5	
20	10			2

b)

1	2	3	4	
	18		9	6

a)

1	2	4	5	10
20	10	5	4	2

b)

1	2	3	4	6
36	18	12	9	6

6.  Indica, entre los siguientes pares de magnitudes, los que guardan relación de proporcionalidad directa, los que guardan relación de proporcionalidad inversa y los que no guardan relación de proporcionalidad.

- El número de kilos vendidos y el dinero recaudado.
- El número de operarios que hacen un trabajo y el tiempo invertido.
- La edad de una persona y su altura.
- La velocidad de un vehículo y la distancia que ha recorrido en media hora.
- El tiempo que permanece abierto un grifo y la cantidad de agua que arroja.
- El caudal de un grifo y el tiempo que tarda en llenar un depósito.
- El número de páginas de un libro y su precio.

- Proporcionalidad directa.
- Proporcionalidad inversa.
- Sin relación de proporcionalidad.
- Proporcionalidad directa.
- Proporcionalidad directa.
- Proporcionalidad inversa.
- Sin relación de proporcionalidad.

7.  Escribe tres proporciones diferentes con los valores de esta tabla de proporcionalidad directa:

MAGNITUD A	2	3	5	6
MAGNITUD B	10	15	25	30

Por ejemplo: $\frac{10}{2} = \frac{15}{3}$; $\frac{5}{3} = \frac{25}{15}$; $\frac{30}{6} = \frac{25}{5}$

8.  Escribe tres proporciones diferentes con los valores de esta tabla de proporcionalidad inversa:

MAGNITUD A	2	3	4	6
MAGNITUD B	36	24	18	12

Por ejemplo: $\frac{2}{3} = \frac{24}{36}$; $\frac{3}{18} = \frac{4}{24}$; $\frac{18}{12} = \frac{6}{4}$

Problemas de proporcionalidad directa e inversa

9.  Calcula mentalmente y contesta.
- Un tren recorre 240 km en 3 horas. ¿Qué distancia recorre en 2 horas?
 - Dos kilos de manzanas cuestan 1,80 €. ¿Cuánto cuestan tres kilos?
 - Cuatro obreros hacen un trabajo en 3 horas. ¿Cuánto tardarían seis obreros?
 - Cinco entradas para un concierto han costado 40 euros. ¿Cuánto cuestan cuatro entradas?
 - Un ciclista, a 20 km/h, recorre cierta distancia en 3 horas. ¿Cuánto tardará una moto a 60 km/h?
- Recorre 160 km.
 - Cuestan 2,70 €.
 - Tardarían 2 horas.
 - Cuestan 32 euros.
 - Tardará 1 hora.

Página 108

10. Dos kilos y medio de patatas cuestan 1,75 €. ¿Cuánto cuestan tres kilos y medio?

$$\left. \begin{array}{l} 2,5 \text{ kg} \rightarrow 1,75 \text{ €} \\ 3,5 \text{ kg} \rightarrow x \text{ €} \end{array} \right\} x = \frac{3,5 \cdot 1,75}{2,5} = 2,45 \text{ €}. \text{ Cuestan } 2,45 \text{ €}.$$

11. Cuatro operarios tardan 10 horas en limpiar un solar. ¿Cuánto tardarían cinco operarios?

$$\left. \begin{array}{l} 4 \text{ operarios} \rightarrow 10 \text{ h} \\ 5 \text{ operarios} \rightarrow x \text{ h} \end{array} \right\} \text{P. inversa} \rightarrow \frac{4}{5} = \frac{x}{10} \rightarrow x = \frac{4 \cdot 10}{5} = 8 \text{ h}. \text{ Tardarán } 8 \text{ horas}.$$

12. Un paquete de 500 folios pesa 1,8 kg. ¿Cuánto pesará una pila de 850 folios?

$$\left. \begin{array}{l} 500 \text{ folios} \rightarrow 1,8 \text{ kg} \\ 850 \text{ folios} \rightarrow x \text{ kg} \end{array} \right\} x = \frac{850 \cdot 1,8}{500} = 3,06 \text{ kg}. \text{ Pesará } 3,06 \text{ kg}.$$

13. Una piscina tiene tres desagües iguales. Si se abren dos, la piscina se vacía en 45 minutos. ¿Cuánto tardará en vaciarse si se abren los tres?

$$\left. \begin{array}{l} 2 \text{ desagües} \rightarrow 45 \text{ min} \\ 3 \text{ desagües} \rightarrow x \text{ min} \end{array} \right\} \text{Prop. inversa} \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{x}{45} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 45}{3} = 30 \text{ min}$$

Tardará 30 minutos en vaciarse.

14. Una máquina embotelladora llena 750 botellas en un cuarto de hora. ¿Cuántas botellas llena en hora y media?

$$\left. \begin{array}{l} 15 \text{ min} \rightarrow 750 \text{ botellas} \\ 1,5 \text{ h} = 90 \text{ min} \rightarrow x \text{ botellas} \end{array} \right\} x = \frac{90 \cdot 750}{15} = 4500 \text{ botellas}. \text{ Llena } 4500 \text{ botellas}.$$

15. Un tractor, trabajando 8 horas al día, labra un campo en 9 días. ¿Cuántas horas diarias debe trabajar para realizar el trabajo en solo 6 días?

$$\left. \begin{array}{l} 8 \text{ h/día} \rightarrow 9 \text{ días} \\ x \text{ h/día} \rightarrow 6 \text{ días} \end{array} \right\} \text{Proporcionalidad inversa} \rightarrow \frac{8}{x} = \frac{6}{9} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 9}{6} = 12 \text{ h/día}$$

Debe trabajar 12 horas al día.

16. Un ganadero tiene forraje para alimentar a sus 65 vacas durante 32 días. ¿Cuánto le durarán las provisiones si compra 15 vacas más?

$$\left. \begin{array}{l} 65 \text{ vacas} \rightarrow 32 \text{ días} \\ 65 + 15 = 80 \text{ vacas} \rightarrow x \text{ días} \end{array} \right\} \text{P. inversa} \rightarrow \frac{65}{80} = \frac{x}{32} \rightarrow x = \frac{65 \cdot 32}{80} = 26 \text{ días}.$$

Durarán 26 días.

17. Una merluza de dos kilos y trescientos gramos ha costado 28,75 €. ¿Cuánto pagaré por otra más pequeña de kilo y medio?

$$\left. \begin{array}{l} 2 \text{ kg y } 300 \text{ g} = 2300 \text{ g} \rightarrow 28,75 \text{ €} \\ 1,5 = 1500 \text{ g} \rightarrow x \text{ €} \end{array} \right\} x = \frac{1500 \cdot 28,75}{2300} = 18,75 \text{ €}. \text{ Pagaré } 18,75 \text{ €}.$$

- 18.** Un ciclista ha recorrido 6,3 km en 18 minutos. Expresa su velocidad media en kilómetros por hora.

$$\left. \begin{array}{l} 18 \text{ min} \rightarrow 6,3 \text{ km} \\ 1 \text{ h} = 60 \text{ min} \rightarrow x \text{ km} \end{array} \right\} x = \frac{60 \cdot 6,3}{18} = 21 \text{ km en 1 h} \rightarrow v_m = 21 \text{ km/h}$$

- 19.** Un tren de mercancías, a una velocidad media de 72 km/h, realiza el trayecto entre la ciudad A y la ciudad B en 7 horas. ¿Cuál debería ser la velocidad media para hacer el mismo viaje en solo 6 horas?

$$\left. \begin{array}{l} 72 \text{ km/h} \rightarrow 7 \text{ h} \\ x \text{ km/h} \rightarrow 6 \text{ h} \end{array} \right\} \text{Prop. inversa} \rightarrow \frac{72}{x} = \frac{6}{7} \rightarrow x = \frac{72 \cdot 7}{6} = 84 \text{ km/h}$$

La velocidad media debe ser de 84 km/h.

- 20.** Dos poblaciones separadas 5 cm en un mapa están a 35 km de distancia en la realidad. ¿Cuál es la distancia real entre dos poblaciones que en el mapa distan 13 cm?

MAPA	REALIDAD
5 cm	35 km
13 cm	x km

$$\left. \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} \right\} x = \frac{13 \cdot 35}{5} = 91 \text{ km. La distancia real es de 91 km.}$$

- 21.** Un coche a 90 km/h tarda 20 minutos en ir de la población A a la población B. ¿Cuánto tardaría un camión a 60 km/h? ¿Y una furgoneta a 80 km/h?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Coche } 90 \text{ km/h} \rightarrow 20 \text{ min} \\ \text{Camión } 60 \text{ km/h} \rightarrow x \text{ min} \\ \text{Furgoneta } 80 \text{ km/h} \rightarrow y \text{ min} \end{array} \right\} \text{Proporcionalidad inversa} \rightarrow 90 \cdot 20 = 60 \cdot x = 80 \cdot y$$

$$x = \frac{90 \cdot 20}{60} = 30 \text{ min}; y = \frac{90 \cdot 20}{80} = 22,5 \text{ min}$$

- 22.** Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

- 23.** Un ciclista ha recorrido 25 kilómetros en hora y cuarto. A esa velocidad, ¿cuánto tardaría en recorrer una etapa de 64 kilómetros?

$$\left. \begin{array}{l} 25 \text{ km} \rightarrow 1,25 \text{ h} \\ 64 \text{ km} \rightarrow x \text{ h} \end{array} \right\} x = \frac{64 \cdot 1,25}{25} = \frac{80}{25} \text{ h}$$

$$\begin{array}{r} 80 \text{ h} \quad | 25 \\ \quad 5 \quad \quad | 3 \text{ h } 12 \text{ min} \\ \times 60 \\ \hline 300 \text{ min} \end{array}$$

Tardaría 3 horas y 12 minutos.

- 24.** Un tren, a 90 km/h, cubre un recorrido en 6 horas. ¿Cuánto tardaría a 100 km/h?

$$\left. \begin{array}{l} 90 \text{ km/h} \rightarrow 6 \text{ h} \\ 100 \text{ km/h} \rightarrow x \text{ h} \end{array} \right\} \text{Proporcionalidad inversa} \rightarrow \frac{90}{100} = \frac{x}{6} \rightarrow x = \frac{90 \cdot 6}{100} = \frac{54}{10} \text{ h}$$

$$\begin{array}{r} 54 \text{ h} \quad | 10 \\ \quad 4 \quad \quad | 5 \text{ h } 24 \text{ min} \\ \times 60 \\ \hline 240 \text{ min} \end{array}$$

Tardaría 5 horas y 24 minutos.

- 25.**  Un manantial que aporta un caudal de 3,5 litros por minuto llena un depósito en una hora y media. ¿Cuánto tardaría si el caudal aumentara a 4,5 litros por minuto?

$$\left. \begin{array}{l} 3,5 \text{ //min} \rightarrow 1,5 \text{ h} \\ 4,5 \text{ //min} \rightarrow x \text{ h} \end{array} \right\} \text{Proporcionalidad inversa} \rightarrow \frac{3,5}{4,5} = \frac{x}{1,5} \rightarrow x = \frac{5,25}{4,5} = \frac{525}{450} \text{ h}$$

$$\begin{array}{r} 525 \text{ h} \quad | \quad 450 \\ 75 \quad \quad | \quad 1 \text{ h } 10 \text{ min} \\ \times 60 \\ \hline 4500 \text{ min} \end{array}$$

Tardaría 1 hora y 10 minutos.

Problemas de proporcionalidad compuesta

- 26.**  Cincuenta terneros consumen 4 200 kilos de alfalfa a la semana.

- ¿Cuál es el consumo de alfalfa por ternero y día?
- ¿Cuántos kilos de alfalfa se necesitan para alimentar a 20 terneros durante 15 días?
- ¿Durante cuántos días podemos alimentar a 10 terneros si disponemos de 600 kilos de alfalfa?

TERNEROS	DÍAS	PIENSO (kg)
50	7	4 200
1	1	x
20	15	y
10	z	600

PROP. DIRECTA (red line from 50 to 10)

PROP. DIR. (green line from 7 to 15)

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } \frac{50}{1} \cdot \frac{7}{1} = \frac{4\,200}{x} \rightarrow x = \frac{4\,200}{50 \cdot 7} = 12 \text{ kg} \\ \text{b) } \frac{50}{20} \cdot \frac{7}{15} = \frac{4\,200}{y} \rightarrow y = \frac{4\,200 \cdot 20 \cdot 15}{50 \cdot 7} = 3\,600 \text{ kg} \\ \text{c) } \frac{50}{10} \cdot \frac{7}{z} = \frac{4\,200}{600} \rightarrow z = \frac{50 \cdot 7 \cdot 600}{10 \cdot 4\,200} = 5 \text{ días} \end{array} \right\}$$

- 27.**  En un taller de confección, con 6 máquinas tejedoras, se han fabricado 600 chaquetas en 10 días.

- ¿Cuántas prendas se fabricarían con 5 máquinas en 15 días?
- ¿Cuántas máquinas habría que poner en producción para fabricar 750 prendas en 15 días?
- Si se trabajara solamente con 5 máquinas, ¿cuántos días se tardaría en fabricar 750 prendas?

MÁQUINAS	DÍAS	CHAQUETAS
6	10	600
5	15	x
y	15	750
5	z	750

PROP. DIRECTA (red line from 6 to 5)

PROP. DIR. (green line from 10 to 15)

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } \frac{6}{5} \cdot \frac{10}{15} = \frac{600}{x} \rightarrow x = \frac{600 \cdot 5 \cdot 15}{6 \cdot 10} = 750 \text{ chaquetas} \\ \text{b) } \frac{6}{y} \cdot \frac{10}{15} = \frac{600}{750} \rightarrow y = \frac{6 \cdot 10 \cdot 750}{15 \cdot 600} = 5 \text{ máquinas} \\ \text{c) } \frac{6}{5} \cdot \frac{10}{z} = \frac{600}{750} \rightarrow z = \frac{6 \cdot 10 \cdot 750}{5 \cdot 600} = 15 \text{ días} \end{array} \right\}$$

Página 109

- 28.** Cinco encuestadores, trabajando 8 horas diarias, completan los datos para un estudio de mercado en 27 días. ¿Cuánto tardarían en hacer el mismo trabajo 9 encuestadores trabajando 10 horas cada día?

ENCUESTADORES	H/DÍA	DÍAS	} → $\frac{5}{9} \cdot \frac{8}{10} = \frac{x}{27} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 8 \cdot 27}{9 \cdot 10} = 12 \text{ días}$
5	8	27	
9	10	x	

┌── PROP. INVERSA ──┐
└── P. INV. ──┘

Repartos proporcionales

- 29.** Reparte 1 710 en:

a) Partes directamente proporcionales a 3, 6 y 10.

b) Partes inversamente proporcionales a 3, 6 y 10.

a) $C = 1710 \quad S = 3 + 6 + 10 = 19 \quad p = \frac{1710}{19} = 90$

Las partes son: $90 \cdot 3 = 270$; $90 \cdot 6 = 540$ y $90 \cdot 10 = 900$.

b) $C = 1710 \quad S = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} = \frac{18}{30} \quad p = \frac{1710}{\frac{18}{30}} = 2850$

Las partes son: $2850 \cdot 1/3 = 950$; $2850 \cdot 1/6 = 475$ y $2850 \cdot 1/10 = 285$.

- 30.** Un emprendedor pone una empresa de paquetería que logra distribuir 2 800 paquetes en el primer trimestre de actividad. Durante el primer mes entregó unos pocos envíos, en el segundo triplicó la actividad y en el tercero multiplicó por cuatro la del mes anterior. ¿Cuántas entregas hizo en cada uno de esos meses?

Si en el primer mes entrega 1 parte, el segundo mes entrega el triple, que son 3 partes, y el tercer mes entrega cuatro veces 3, que son 12 partes. En total tenemos 16 partes, por lo que:

$$C = 2800 \quad S = 16 \quad p = \frac{2800}{16} = 175$$

El primer mes entregó 175; el segundo, $175 \cdot 3 = 525$ y el tercero, $4 \cdot 525 = 2100$ paquetes.

- 31.** ¿Cómo repartirán tres socios 50 000 € de beneficios, generados por su negocio, si en su constitución el primero invirtió el doble de capital que el segundo y este el triple que el tercero?

Si el tercero invirtió 1, el segundo invirtió el triple, que son 3, y el primero el doble de éste, que son 6, por lo que se repartirá de manera directamente proporcional a lo invertido, que son 1, 3 y 6:

$$C = 50000 \quad S = 1 + 3 + 6 = 10 \quad p = \frac{50000}{10} = 5000$$

Le corresponderá al tercero que es el que menos puso, $1 \cdot 5000 = 5000$ €; al segundo que puso el triple que este, $3 \cdot 5000 = 15000$ €, y al primero que puso el doble del segundo, $2 \cdot 15000 = 30000$ €.

- 32.** El dueño de una empresa decide repartir entre sus tres empleados un plus de beneficios de 1 300 €. Cada uno recibirá una cantidad inversamente proporcional a los días que hayan faltado al trabajo. El dependiente ha faltado 4 días; el contable, 3, y el reparador, 2. ¿Qué cantidad asignará a cada uno?

$$C = 1\,300 \quad S = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{13}{12} \quad p = \frac{1\,300}{\frac{13}{12}} = 1\,200$$

Les corresponderá $1\,200 \cdot 1/4 = 300$ € al dependiente, $1\,200 \cdot 1/3 = 400$ € al contable y $1\,200 \cdot 1/2 = 600$ € al reparador.

- 33.** En un concurso de televisión se reparte el premio entre los tres finalistas que recibirán cantidades inversamente proporcionales al número de preguntas falladas. El tercer clasificado, que falló 4 preguntas, recibió 3 000 euros. ¿Cuánto recibieron el primero y el segundo que tuvieron uno y tres fallos respectivamente?

El tercer clasificado recibió: $P \cdot 1/4 = 3\,000$ € $\rightarrow P = 12\,000$ €

El primero recibió 12 000 € y el segundo, $12\,000 \cdot 1/3 = 4\,000$ €.

Cálculo con porcentajes

- 34.** Calcula mentalmente.

- | | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|--------|--------|-------|
| a) 50 % de 220 | b) 50 % de 82 | c) 50 % de 12 | | | |
| d) 25 % de 800 | e) 75 % de 800 | f) 25 % de 280 | | | |
| a) 110 | b) 41 | c) 6 | d) 200 | e) 600 | f) 70 |

- 35.** Obtén mentalmente el valor de x en cada caso:

- | | | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|-------------|--------------|-------------|
| a) 50 % de $x = 150$ | b) 50 % de $x = 7$ | c) 25 % de $x = 120$ | | | |
| d) 25 % de $x = 6$ | e) 75 % de $x = 150$ | f) 75 % de $x = 9$ | | | |
| a) $x = 300$ | b) $x = 14$ | c) $x = 480$ | d) $x = 24$ | e) $x = 200$ | f) $x = 12$ |

- 36.** Obtén, mentalmente, el valor de x en cada caso:

- | | | | | | |
|---------------------|--------------------|---------------------|--------------|--------------|-------------|
| a) 10 % de $x = 31$ | b) 10 % de $x = 4$ | c) 20 % de $x = 18$ | | | |
| d) 20 % de $x = 86$ | e) 5 % de $x = 35$ | f) 5 % de $x = 2$ | | | |
| a) $x = 310$ | b) $x = 40$ | c) $x = 90$ | d) $x = 430$ | e) $x = 700$ | f) $x = 40$ |

- 37.** Calcula.

- | | | | |
|------------------|----------------|------------------|-------------------|
| a) 15 % de 160 | b) 13 % de 700 | c) 12 % de 3 625 | d) 4 % de 75 |
| e) 76 % de 1 200 | f) 5 % de 182 | g) 2,4 % de 350 | h) 1,7 % de 2 500 |
| a) 24 | b) 91 | c) 435 | d) 3 |
| e) 912 | f) 9,1 | g) 8,4 | h) 42,5 |

Relaciones porcentajes-fracciones-decimales

38.  Completa en tu cuaderno.

PORCENTAJE	25 %	20 %	80 %	5 %	2 %
FRACCIÓN	1/4				
N.º DECIMAL	0,25	0,20			

PORCENTAJE	25 %	20 %	80 %	5 %	2 %
FRACCIÓN	1/4	1/5	4/5	1/20	1/50
N.º DECIMAL	0,25	0,20	0,80	0,05	0,02

39.  Calcula como se hace en el ejemplo.

• 15 % de 280 = $280 \cdot 0,15 = 42$

a) 18 % de 1 350

b) 57 % de 2 400

c) 8 % de 125

d) 6 % de 40

a) $1\,350 \cdot 0,18 = 243$

b) $2\,400 \cdot 0,57 = 1\,368$

c) $125 \cdot 0,08 = 10$

d) $40 \cdot 0,06 = 2,4$

40.  Calcula x como en el ejemplo.

• 15 % de $x = 42 \rightarrow x \cdot 0,15 = 42 \rightarrow x = 42 : 0,15 = 280$

a) 20 % de $x = 27$

b) 17 % de $x = 595$

c) 5 % de $x = 3,2$

d) 7 % de $x = 17,5$

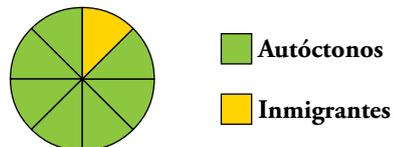
a) $x \cdot 0,20 = 27 \rightarrow x = 27 : 0,20 = 135$

b) $x \cdot 0,17 = 595 \rightarrow x = 595 : 0,17 = 3\,500$

c) $x \cdot 0,05 = 3,2 \rightarrow x = 3,2 : 0,05 = 64$

d) $x \cdot 0,07 = 17,5 \rightarrow x = 17,5 : 0,07 = 250$

41.  El gráfico representa la relación entre la población autóctona y la inmigrante en un pueblo agrícola del sur de España.



a) ¿Qué fracción de la población es inmigrante?

b) ¿Cuántas de cada 1 000 personas son inmigrantes?

c) ¿Cuántas de cada 100 personas son inmigrantes?

d) ¿Cuál es el porcentaje de inmigrantes?

a) $\frac{1}{8}$

b) $\frac{1}{8} = \frac{x}{1\,000} \rightarrow x = 125$

c) 12,5

d) 12,5 %

Problemas con porcentajes

- 42.**  Un empleado gana 1 700 euros al mes y gasta el 40 % en pagar la hipoteca de su vivienda. ¿Cuánto le queda para afrontar el resto de sus gastos?

Queda el 60 % de 1 700 € = $1\,700 \cdot 0,6 = 1\,020$. Le quedan 1 020 €.

- 43.**  De una clase de 35 alumnos y alumnas, han ido de excursión 28. ¿Qué tanto por ciento de la clase ha faltado a la excursión?

$$\left. \begin{array}{l} 35 \text{ alumnos} \rightarrow 35 - 28 = 7 \text{ han faltado} \\ 100 \text{ alumnos} \rightarrow \quad \quad \quad x \end{array} \right\} x = \frac{7 \cdot 100}{35} = 20$$

De cada 100 alumnos, 20 han faltado. Ha faltado un 20 % de la clase.

- 44.**  Un hotel tiene 187 habitaciones ocupadas, lo que supone el 85 % del total. ¿De cuántas habitaciones dispone el hotel?

$$85\% \text{ de } x = 187 \rightarrow 0,85 \cdot x = 187 \rightarrow x = 187 : 0,85 = 220 \text{ habitaciones}$$

- 45.**  Un jugador de baloncesto ha efectuado 25 lanzamientos y ha conseguido 16 canastas. ¿Cuál es su porcentaje de aciertos?

$$\left. \begin{array}{l} 25 \text{ lanz.} \rightarrow 16 \text{ aciertos} \\ 100 \text{ lanz.} \rightarrow \quad \quad \quad x \end{array} \right\} x = \frac{16 \cdot 100}{25} = 64 \text{ aciertos de } 100 \text{ lanzamientos} \rightarrow 64\%$$

- 46.**  Un embalse está al final del verano al 23 % de su capacidad. Si en ese momento contiene 35 dam³ de agua, ¿cuál es la capacidad total del embalse?

$$23\% \text{ de } x = 35 \text{ dam}^3 \rightarrow 0,23 \cdot x = 35 \rightarrow x = 35 : 0,23 = 152,2 \text{ dam}^3$$

La capacidad del embalse es de 152,2 dam³.

- 47.**  De 5 475 estudiantes encuestados, solamente 76 declaran saber planchar. ¿Qué tanto por ciento de los estudiantes reconoce saber planchar?

$$\frac{76 \text{ saben planchar}}{5\,475 \text{ total encuestados}} = 0,014 \rightarrow 1,4\% \text{ de los estudiantes sabe planchar.}$$

- 48.**  Luisa tiene de tarea resolver 18 problemas de matemáticas de los que ya ha solucionado más del 65 %, pero menos del 70 %. ¿Cuántos problemas le quedan por resolver?

$$\left. \begin{array}{l} 65\% \text{ de } 18 = 0,65 \cdot 18 = 11,7 \\ 70\% \text{ de } 18 = 0,7 \cdot 18 = 12,6 \end{array} \right\} \text{ Ha terminado } 12 \text{ problemas} \rightarrow \text{ Le quedan } 18 - 12 = 6$$

- 49.**  Un depósito de agua está al 93 % de su capacidad. Si se añaden 14 000 litros, quedará completo. ¿Cuál es la capacidad del depósito?

$$100\% - 93\% = 7\% \rightarrow 7\% \text{ de } x = 14\,000 \rightarrow x = 14\,000 : 0,07 = 200\,000 \text{ l}$$

La capacidad es de 200 000 l.

- 50.**  Un jersey que costaba 45 € se vende en las rebajas por 36 €. ¿Qué tanto por ciento se ha rebajado?

PR. INICIAL	→	REBAJADO	}	x = $\frac{36 \cdot 100}{45} = 80$ €
45 €	→	36 €		
100 €	→	x		

De cada 100 € se pagan 80 €, es decir, se rebajan 20 €, un 20 %.

- 51.**  Hace cinco años compré un piso por 240 000 €. En este tiempo, la vivienda ha subido un 37 %. ¿Cuánto vale ahora mi piso?

$$137\% \text{ de } 240\,000 \text{ €} = 1,37 \cdot 240\,000 = 328\,800 \text{ €}$$

El piso cuesta ahora 328 800 €.

- 52.**  La barra de pan ha subido un 10 % y ya cuesta 0,55 €. ¿Cuánto costaba antes de la subida?

$$\left. \begin{array}{l} 110\% \rightarrow 0,55 \text{ €} \\ 100\% \rightarrow x \text{ €} \end{array} \right\} x = \frac{100 \cdot 0,55}{110} = 0,50 \text{ €}$$

Antes costaba 0,50 €.

- 53.**  Un embalse tenía, a principios de verano, 775 decámetros cúbicos de agua. Durante el estío, sus reservas han disminuido en un 68 %. ¿Cuáles son las reservas actuales ahora, al final del verano?

$$\text{Queda: } 100\% - 68\% = 32\% \text{ de } 775 \text{ dam}^3 = 0,32 \cdot 775 = 248 \text{ dam}^3$$

- 54.**  Un hortelano tiene un campo de 3 500 m² y desea plantar un 45 % de ellos con tomates. ¿Cuántas plantas debe comprar si coloca 9 por metro cuadrado y siempre compra un 10 % más?

- 45 % de 3 500 m² = 1 575 m² para tomates
- 9 · 1 575 = 14 175 plantas
- 10 % de 14 175 = 1 417,5 → 1 418 plantas extra

$$\text{Total} = 14\,175 + 1\,418 = 15\,593 \text{ plantas}$$

- 55.**  Calcula el interés producido por un capital de 3 500 euros, colocado al 5 % anual durante tres años.

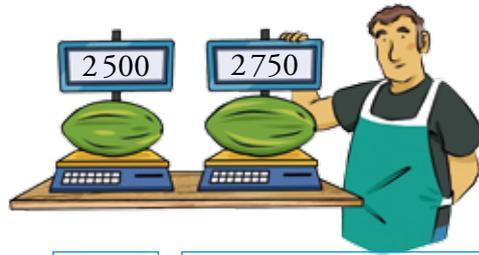
$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{3\,500 \cdot 5 \cdot 3}{100} = 525 \text{ €}$$

- 56.**  Si pido un préstamo de 4 500 euros, al 6,5 %, y lo devuelvo en 4 años, ¿qué intereses debo pagar?

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{4\,500 \cdot 6,5 \cdot 4}{100} = 1\,170 \text{ €}$$

Interpreta, describe, exprésate

57.  Analiza los datos y los procesos que aparecen en la ilustración siguiente y encuentra errores. Después, corrige los cálculos.



1,80	<u>PESO (kg)</u>	<u>PRECIO (€)</u>
1,80	2,5	→ 3,50
<u>0,90</u>	<u>0,25</u>	→ <u>3,5 : 10 = 0,35</u>
3,50	2,75	→ 3,85

El melón se vende a 1,80 €/kg.

El vendedor de la izquierda calcula mal el coste de un melón de dos kilos y medio:

$1,80 + 1,80 + 0,90 = 4,50$ € (y no 3,50 €).

Apoyándose en el dato erróneo, el vendedor de la derecha también se equivoca. Sus cálculos deberían ser:

Dos kilos y medio cuestan 4,50 € y un cuarto de kilo, $4,50 : 10 = 0,45$ €. Por tanto, un melón de 2,750 kg costará $4,50 + 0,45 = 4,95$ €.

58.  Eva, Juan y Sara han resuelto este problema de diferentes formas. Explica lo que ha hecho cada uno.

Una oficina tiene 45 empleados y en agosto se va de vacaciones el 80%. ¿Cuántos empleados trabajan en agosto?

Resolución de Eva

$$100\% - 80\% = 20\% \rightarrow 20\% \text{ de } 45 = 45 \cdot \frac{20}{100} = 9$$

Solución: En agosto trabajan 9 empleados.

Resolución de Juan

$$80\% \text{ de } 45 = \frac{45 \cdot 80}{100} = 36 \rightarrow 45 - 36 = 9$$

Solución: En agosto trabajan 9 empleados.

Resolución de Sara

<u>TOTAL</u>	→	<u>DE VACACIONES</u>	+	<u>TRABAJANDO</u>
100	→	80	+	20
10	→	8	+	2
5	→	4	+	1
40	→	32	+	8
45	→	36	+	9

Solución: En agosto trabajan 9 empleados.

Solución de Eva

Calcula primero el porcentaje de empleados que trabajan ($100\% - 80\% = 20\%$) y, después, el número de empleados que trabajan (20% de $45 = 9$).

Solución de Juan

Calcula el número de empleados que se va de vacaciones (80% de $45 = 36$) y se lo resta al total para obtener el número de los que trabajan ($45 - 36 = 9$).

Solución de Sara

Sigue un proceso de elaboración personal:

- De cada 100, hay 80 de vacaciones y 20 trabajando.
- De cada 10, hay la décima parte de las cantidades anteriores; es decir, 8 de vacaciones y 2 trabajando.
- De cada cinco (la mitad), hay 4 en vacaciones y uno en el trabajo.
- De cada 40 (el cuádruplo de 10), están $8 \cdot 4 = 32$ de vacaciones y $2 \cdot 4 = 8$ en el trabajo.
- De cada 45 ($40 + 5$) hay $32 + 4 = 36$ de vacaciones y $8 + 1 = 9$ en el trabajo.

Problemas “+”

59.  ¿Qué interés producen 800 euros al 6% durante un año? ¿Y durante un mes? ¿Y durante 7 meses?

- 1 año: $I_{\text{AÑO}} = \frac{800 \cdot 6 \cdot 1}{100} = 48 \text{ €}$
- 1 mes: $I_{\text{MES}} = I_{\text{AÑO}} : 12 = 48 : 12 = 4 \text{ €}$
- 7 meses: $I_{7 \text{ MESES}} = 4 \cdot 7 = 28 \text{ €}$

60.  Calcula el interés que produce en 5 meses un capital de 9000 € colocado al 4% anual.

Interés en un año $\rightarrow I_{\text{AÑO}} = \frac{9000 \cdot 4 \cdot 1}{100} = 360 \text{ €}$

Interés en un mes $\rightarrow I_{\text{MES}} = 360 : 12 = 30 \text{ €}$

Interés en 5 meses $\rightarrow I_{5 \text{ MESES}} = 30 \cdot 5 = 150 \text{ €}$

61.  Calcula los intereses que genera un préstamo de 6000 euros al 4,5% durante 2 meses y 13 días.

1 año $\rightarrow I = \frac{6000 \cdot 4,5 \cdot 1}{100} = 270 \text{ €}$

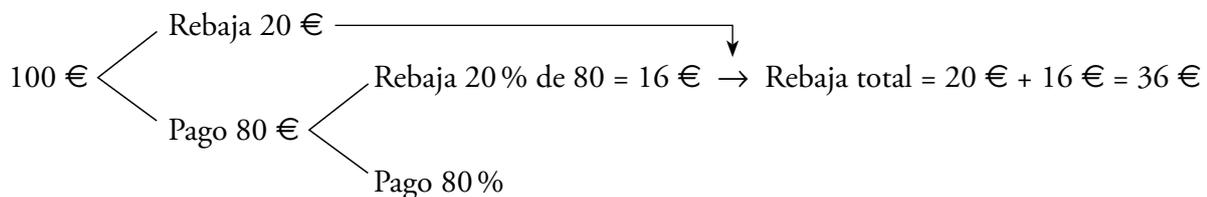
1 mes $\rightarrow 270 : 12 = 22,50 \text{ €}$

1 día $\rightarrow 22,5 : 30 = 0,75 \text{ €}$

El interés generado en dos meses y trece días es de $2 \cdot 22,50 + 13 \cdot 0,75 = 54,75 \text{ €}$.

62.  En unos grandes almacenes, rebajan un abrigo un 20% en las primeras rebajas y, sobre ese precio, vuelven a hacer otro 20% de descuento en las segundas rebajas. ¿Qué porcentaje del precio original se ha rebajado el abrigo?

 Supón que el abrigo costaba inicialmente 100 euros.



Se ha rebajado un 36% sobre el precio original.

63.  Un pantano perdió durante el mes de agosto el 20 % del agua que tenía embalsada y en septiembre recuperó el nivel anterior. ¿En qué porcentaje aumentó durante septiembre?

	AGOSTO	SEPTIEMBRE
SI FUESEN 100 LITROS	80 litros	100 litros
	100 litros	x

$$x = \frac{100 \cdot 100}{80} = 125$$

Durante septiembre el nivel aumentó un 25 %.

64.  Las ventas de una tienda bajaron un 35 % en febrero y en marzo se recuperaron al nivel de enero. ¿En qué porcentaje las ventas de marzo superaron a las de febrero?

ENERO	FEBRERO	MARZO
100	65	100
	100	x

$$x = \frac{100 \cdot 100}{65} = 153,85$$

Las ventas de marzo superaron en un 53,85 % a las de febrero.

65.  Alejandra ingresa en su banco un capital de 35 400 € en una cuenta retribuida con un interés del 6 % anual. Los beneficios se ingresan mensualmente en la cuenta.

¿Cuál será el saldo dentro de año y medio?

 Ayúdate de la calculadora.

$$1 \text{ año} \rightarrow I = \frac{35\,400 \cdot 6 \cdot 1}{100} = 2\,124 \text{ €}$$

$$1 \text{ mes} \rightarrow 2\,124 : 12 = 177 \text{ €}$$

Año y medio equivale a $12 + 6 = 18$ meses, por lo que al cabo de año y medio el saldo en la cuenta será de $35\,400 + 18 \cdot 177 = 38\,586 \text{ €}$.

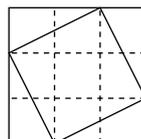
Taller de matemáticas

Página 112

Lee, comprende y calcula

Proporciones en el mosaico

- Calcula la razón entre los botes de pintura azul y amarilla que necesitarías comprar, teniendo en cuenta los datos del gráfico de la derecha.



ÁREA ROMBO → 4

ÁREA CUADRADO → 5

$$\frac{\text{N.º BOTES AZULES}}{\text{N.º BOTES AMARILLOS}} = \frac{\text{ÁREA PARTE AZUL}}{\text{ÁREA PARTE AMARILLA}} = \frac{\text{ÁREA ROMBO}}{\text{ÁREA CUADRADO}}$$

- Completa en tu cuaderno: por cada ... botes de pintura azul, gastaremos ... botes de amarilla.

Por cada 4 botes de pintura azul, gastaremos 5 botes de amarilla.

Piensa, experimenta y contesta

- Observa los dos cuadrados que ha cortado Ernesto de una plancha de madera. Uno es el doble de alto que el otro.

Sabiendo que el pequeño pesa 100 g, podríamos pensar que el grande pesa 200 g (a doble lado, doble peso). Sin embargo, el peso del grande es de 400 g, porque al multiplicar el lado por dos, la superficie se multiplica por cuatro.

Teniendo eso en cuenta, si de los dos dados que sostiene Paula, el pequeño pesa 100 g, ¿cuánto pesará el grande, cuya arista es el doble?

El dado grande contiene 8 dados pequeños ($2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$).

Su peso es de 800 gramos.

Entrena resolviendo problemas

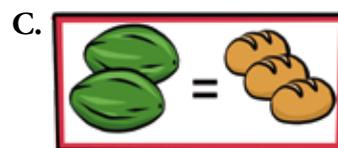
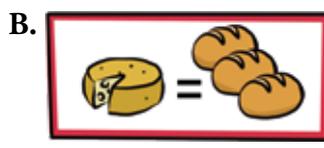
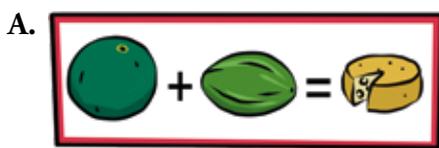
Utiliza la lógica

- Por término medio, cinco policías municipales tardan 5 minutos en poner cinco multas. ¿Cuánto tiempo emplearán diez policías municipales en poner diez multas?

Cada policía tarda 5 minutos en poner una multa.

Diez policías tardan 5 minutos en poner diez multas.

- En el mercado del trueque se cambia:



¿Cuántas sandías te darán por un queso?

$S + M = Q = 3P = 2M$ de lo que se deduce que una sandía equivale a un melón, por lo que por un queso me darán dos sandías.

Aplica lo que sabes

- ¿Qué porcentaje de rebaja consigues aprovechando esta oferta?

Supongamos que el objeto que se compra vale 100.

Si te llevas 3 objetos, pagas 200 \rightarrow Cada objeto cuesta $200 : 3 = 66,67$

Puesto que lo que valía 100 cuesta 6,67, la rebaja es 33,33.

Es decir, la oferta supone una rebaja del 33,33 %.

Autoevaluación

1. Completa esta tabla en tu cuaderno...

MAGNITUD M	1	2	4	5
MAGNITUD N	20			

- a) ... suponiendo que las magnitudes M y N son directamente proporcionales.
 b) ... suponiendo que las magnitudes M y N son inversamente proporcionales.

a)

MAGNITUD M	1	2	4	5
MAGNITUD N	20	40	80	100

b)

MAGNITUD M	1	2	4	5
MAGNITUD N	20	10	5	4

2. Resuelve por reducción a la unidad.

- a) Un manantial arroja 180 l de agua en 6 min. ¿Cuántos litros arrojará en un cuarto de hora?
 b) Abriendo 6 grifos, un depósito se vacía en 50 minutos. ¿Cuánto tardará en vaciarse abriendo solo 4?

- a) En 1 min arroja $180 : 6 = 30$ litros.
 En 15 min arroja $30 \cdot 15 = 450$ litros.
 b) Abriendo un grifo, el depósito se vacía en $50 \cdot 6 = 300$ minutos.
 Abriendo cuatro grifos, se vaciará en $300 : 4 = 75$ minutos = 1 h 15 min.

3. Resuelve utilizando la regla de tres.

- a) Un coche, a una media de 70 km/h, hace un viaje en 6 horas. ¿Cuánto tiempo invertirá en el viaje de vuelta si circula a una media de 100 km/h?
 b) Por un besugo de 875 g Eva ha pagado 10,85 €. ¿Cuánto pagará Miguel por otro besugo de 1,2 kg?

- a) Es una relación de proporcionalidad inversa.

$$\left. \begin{array}{l} 70 \text{ km/h} \rightarrow 6 \text{ h} \\ 100 \text{ km/h} \rightarrow x \end{array} \right\} x = \frac{6 \cdot 70}{100} = 4,2 \text{ h} = 4 \text{ h } 12 \text{ min}$$

- b) Es una relación de proporcionalidad directa.

$$\left. \begin{array}{l} 875 \text{ g} \rightarrow 10,85 \text{ €} \\ 1200 \text{ g} \rightarrow x \end{array} \right\} x = \frac{1200 \cdot 10,85}{875} = 14,88 \text{ €}$$

4. Si 50 terneros de engorde consumen 1 400 kg de alfalfa en una semana, ¿cuántos kilos de alfalfa se necesitan para alimentar a 30 terneros durante 20 días?

TERNEROS	DÍAS	KG	
50	7	1 400	}
30	20	x	

$\rightarrow \frac{50}{30} \cdot \frac{7}{20} = \frac{1400}{x} \rightarrow x = \frac{1400 \cdot 30 \cdot 20}{50 \cdot 7} = 2400 \text{ kg}$

5. Reparte 585 en:

a) Partes directamente proporcionales a 3, 4 y 6.

b) Partes inversamente proporcionales a 3, 4 y 6.

a) $C = 585 \quad p = 585 : (3 + 4 + 6) = 585 : 13 = 45$

Las partes son $3 \cdot 45 = 135$; $4 \cdot 45 = 180$ y $6 \cdot 45 = 270$.

b) $C = 585 \quad p = 585 : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) = 585 : \frac{9}{12} = 780$

Las partes son $1/3 \cdot 780 = 260$; $1/4 \cdot 780 = 195$ y $1/6 \cdot 780 = 130$.

6. Completa la tabla en tu cuaderno.

PORCENTAJE	25 %	80 %	6 %		
FRACCIÓN				1/5	
N.º DECIMAL					0,07

PORCENTAJE	25 %	80 %	6 %	20 %	7 %
FRACCIÓN	1/4	4/5	3/50	1/5	7/100
N.º DECIMAL	0,25	0,8	0,06	0,2	0,07

7. Calcula:

a) 65 % de 80

b) 4 % de 3 200

c) 16 % de 160

a) 52

b) 128

c) 25,6

8. De un pilón de agua que contenía 36 000 litros, se ha gastado un 15 %. ¿Cuántos litros quedan?

Queda un 85 % de lo que contenía, $36\,000 \cdot 0,85 = 30\,600$ litros.

9. En una clase de 30 alumnos y alumnas, hoy han faltado 6. ¿Qué porcentaje ha faltado?

Ha faltado $\frac{6}{30} = 0,2 \rightarrow 20\%$ de alumnos y alumnas.

10. Un hospital tiene 210 camas ocupadas, lo que supone el 84 % de las camas disponibles. ¿De cuántas camas dispone el hospital?

84% de $x = 210 \rightarrow 0,84 \cdot x = 210 \rightarrow x = 210 : 0,84 = 250$ camas

11. Calcula el interés producido por un capital de 5 500 €, colocados al 3,6 % durante 4 años.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{5\,500 \cdot 3,6 \cdot 4}{100} = 792 \text{ €}$$

12. ¿Cuál es el coste de un préstamo de 24 000 € al 8,2 % durante cinco meses?

1 año $\rightarrow I = \frac{24\,000 \cdot 8,2 \cdot 1}{100} = 1\,968 \text{ €}$

1 mes $\rightarrow 1\,968 : 12 = 164 \text{ €}$

En cinco meses hay que pagar $164 \cdot 5 = 820 \text{ €}$ de intereses.