

ACTIVIDADES: EXPRESIONES ALGEBRAICAS. ECUACIONES.

- Encuentra el polinomio $A(x)$ que satisfaga la siguiente igualdad:
 $(x^2 - 3) \cdot A(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 6$.
- Encuentra a y b para que el polinomio $P(x) = x^2 + ax + b$ sea divisible por $x-3$ y dé de resto -5 al dividirlo por $x+1$.
- Calcula k para que el resto de la siguiente división $5x^4 + x^2 - kx - 4 : (x-2)$ sea -3 .
- Halla m para que el resto de la división $-4x^3 + 3x^2 - mx + 1 : (x+3)$ sea 1 .
- Sabiendo que 2 , 3 y -1 son ceros (raíces) de un polinomio de tercer grado y que el coeficiente del término de mayor grado es 5 , escribir el polinomio.

- Saca factor común e identifica expresiones notables en cada caso para factorizar los siguientes polinomios:

a) $12x^3 - 3x =$ b) $2x^4 + 12x^3 + 18x^2 =$ c) $45x^2 - 120x + 80 =$

- Obtén las fracciones irreducibles a las dadas:

a) $\frac{x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$ b) $\frac{x^4 - x^3 - 2x^2}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}$ c) $\frac{2x^3 - 7x^2 + 8x - 3}{x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 1}$
d) $\frac{5x^2 - 15x}{10x^3 + 15x^2}$ e) $\frac{6 - x - x^2}{x^2 + 2x - 8}$

- Opera y simplifica:

a) $\left(x^2 - \frac{x^2 - 2x}{1 + 2x}\right) : \left(1 + \frac{x(x-2)}{1 + 2x}\right)$ b) $\frac{7x}{x-3} - \frac{5}{x+3} + \frac{6x}{x^2 - 9}$
c) $\frac{2x-6}{x^2-1} \cdot \frac{5x+5}{4x-12}$
d) $\left(\frac{x}{3} - \frac{3}{x}\right) \cdot \frac{x^3 + 9x}{x-3}$ e) $\frac{x+1}{2x} \cdot \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}\right)$ f) $\left(\frac{1+2x}{x-2} - 2\right) : \left(1 + \frac{2+4x}{x-2}\right)$
g) $\frac{x-a}{x+a} - \frac{x^2+a^2}{x^2-a^2}$ h) $\frac{\left(1 - \frac{m}{m+1}\right)^2}{1 + \frac{m}{m+1}} \cdot \frac{2}{m} + \frac{1}{m^2} - \frac{1}{m}$

- Resuelve las siguientes ecuaciones racionales:

a) $\frac{6x+1}{x^2-4} = \frac{x+1}{x+2} + \frac{x}{x-2}$ b) $\frac{2x}{x+1} = \frac{4}{x^2-1}$ c) $\frac{x}{x+3} - \frac{2}{x^2-9} = \frac{1}{x-3}$
d) $x^2 - \frac{64}{x^2} = -12$

Soluciones: a) 3 ; $-\frac{1}{2}$ b) 2 ; -1 no es válida c) 5 ; -1 d) $+2$; -2

10. Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales:

a) $x - \sqrt{x} = 6$ b) $x + \sqrt{x} = 6$ c) $\sqrt{x+5} + \sqrt{2x+8} = 7$ d) $\sqrt{x^2 - 5} = 2$
 e) $\sqrt{x^2 + 9} + x^2 = 21$
 f) $\sqrt{2x-1} - \sqrt{2x-4} = 3$ g) $3x - 3\sqrt{x+3} = x + 3$
 h) $\sqrt{x+3} + \sqrt{x+6} = \frac{3}{\sqrt{x+3}}$

Soluciones: a) 9 b) 4 c) 4 (28 no válida) d) 3, -3 e) 4, -4, ($\pm\sqrt{27}$ no so válidas) f) No tiene (5/2 no es válida) g) 6 (-3/4 no es válida) h) -2.

11. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{8}{x} - 1 = \frac{4}{x}$ b) $x + 1 = \frac{6}{x}$ c) $\frac{9}{x} - \frac{x}{3} = 2$
 d) $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$ e) $-x^4 + x^3 - 4x^2 + 4x = 0$ f) $4x^4 - 65x^2 + 16 = 0$
 g) $x^6 + 19x^3 - 216 = 0$ h) $x^2 - 3x + 1 = \frac{2}{x^2 - 3x}$

Soluciones: a) 4 b) 2, -3 c) 3, -9 d) -1, 2, -3 e) 0, 1 f) $\frac{1}{2}, -1/2, 4, -4$ g) 2, -3
 h) $1, 2, \frac{3+\sqrt{13}}{2}, \frac{3-\sqrt{13}}{2}$

12. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $3^{x-5} = 0,3$ b) $2^{x-5} + 2^{x-3} = 5$ c) $4^x + 4^{x-1} + 3 \cdot 4^{x-2} = 23$ d) $3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2} = 13$
 e) $9^{x+1} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$ f) $128^{x+1} = 2^{x^2-x-2}$ g) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 7$
 h) $9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81 = 0$
 i) $4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0$ j) $5^{x+1} = 10 + 3 \cdot 5^{2-x}$ k) $6^{1-x} + 6^x = 7$

Soluciones:

a) 4 b) 5 c) 2 d) 2 e) -2, 1 f) -1, 9 g) 0 h) 2 i) 3 j) 1 k) 0, 1

13. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $\log x = 1 + \log(22 - x)$ b) $\log(3x - 1) - \log(2x + 3) = -\log 25 + 1$
 c) $2\log(5x + 4) - \log 4 = \log(x + 4)$ d) $\frac{\log(5 + x^2)}{\log(2 - x)} = 2$
 e) $(x^2 - 5x + 9) \cdot \log 2 + \log 125 = 3$ f) $2\log x - \log(x - 16) = 2$
 g) $\log(x + 1) = \log(5x - 13) - \log(x - 3)$ h) $\frac{\log 2 + \log(11 - x^2)}{\log(5 - x)} = 2$

Soluciones:

a) 20 b) 1 c) 0 d) -1/4 e) 2, 3 f) 20, 80 g) 5 (2 no es válida) h) 3, 1/3

$$\frac{4}{-36} \\ \frac{25}{25}$$

SOLUCIONES : EXPRESIONES ALGEBRAICAS. ECUACIONES

1.- $(x^2-3) \cdot A(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 6$.

$A(x)$ es el resultado de hacer la división siguiente:

$$\begin{array}{r} x^3 + 2x^2 - 3x - 6 \\ \underline{-x^3} \\ 2x^2 - 3x - 6 \\ \underline{-2x^2} \\ -3x - 6 \\ \underline{+3x} \\ -6 \\ \underline{+6} \\ 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} x^2 - 3 \\ \underline{x + 2} \\ A(x) \end{array} \right.$$

$A(x) = x - 2$

2.- $P(x) = x^2 + ax + b$.

$P(x)$ divisible por $x-3$. $\xrightarrow[\text{Resto}]{\text{Teor.}}$ $P(3) = 0 \Rightarrow 3^2 + a \cdot 3 + b = 0$ (I)

$P(x) \div (x+1)$ da de resto -5 . $\xrightarrow[\text{Resto}]{\text{Teor.}}$ $P(-1) = -5 \Rightarrow \frac{(-1)^2}{1} + a(-1) + b = -5$ (II)

$$\left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad 3a + b = -9 \\ \text{(II)} \quad -a + b = -6 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 4a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{4} \\ 4b = -27 \Rightarrow b = -\frac{27}{4} \end{array}$$

Aní pues, $\boxed{P(x) = x^2 - \frac{3}{4}x - \frac{27}{4}}$

3.- Aplicamos el teorema del resto: $P(2) = -3$

$$5 \cdot 2^4 + 2^2 - k \cdot 2 + 4 = -3$$

$$80 + 4 - 2k - 4 = -3 \Rightarrow 83 = 2k$$

$$\boxed{k = \frac{83}{2}}$$

Otra forma sería haciendo directamente la división:

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 5 & 0 & +1 & -k & -4 \\ 2 & & 10 & 20 & 42 & 84 - 2k \\ \hline & 5 & 10 & 21 & 42 - k & -3 \end{array}$$

$$\Rightarrow 84 - 2k - 4 = -3$$

$$83 = 2k$$

$$\boxed{k = \frac{83}{2}}$$

4.- $-4 \cdot (-3)^3 + 3 \cdot (-3)^2 - m(-3) + 1 = 1$

$$-4 \cdot (-27) + 3 \cdot 9 + 3m + 1 = 1$$

$$108 + 27 + 3m + 1 - 1 = 0$$

$$3m = -135$$

$$\boxed{m = \frac{-135}{3} = -45}$$

o bien:

$$\begin{array}{r|rrrr} & -4 & 3 & -m & 1 \\ 3 & & 12 & -45 & 135 + 3m \\ \hline & -4 & 15 & -45 - m & 1 \end{array}$$

$$135 + 3m + 1 = 1$$

$$3m = -135$$

$$\boxed{m = -45}$$

$$5. P(x) = 5 \cdot (x-2)(x-3)(x+1) =$$

↑
Operando

$$6. a) 12x^3 - 3x = 3x(4x^2 - 1) = 3x(2x-1)(2x+1)$$

↳ Diferencia de cuadrados

$$b) 2x^4 + 12x^3 + 18x^2 = 2x^2 \cdot (x^2 + 6x + 9) = 2x^2(x+3)^2$$

Cuadrado de una suma

$$c) 45x^2 - 120x + 80 = 5 \cdot (9x^2 - 24x + 16) = 5(3x-4)^2$$

Cuadrado de una diferencia

$$7. a) \frac{x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x}{x^3 - 2x^2 + x - 2} = \frac{x(x+2)(x^2+1)}{(x-2)(x^2+1)} = \frac{x(x+2)}{x-2}$$

$$b) \frac{x^4 + x^3 - 2x^2}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6} = \frac{x^2(x+2)(x+1)}{(x+1)(x-2)(x+3)} = \frac{x^2}{x+3}$$

no se puede simplificar más

$$c) \frac{2x^3 - 7x^2 + 8x - 3}{x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 1} = \frac{(x-1)^2 \cdot (2x-3)}{(x-1)^2(x^2+x-1)} = \frac{2x-3}{x^2+x-1}$$

$$d) \frac{5x^2 - 15x}{10x^3 + 15x^2} = \frac{5x(x-3)}{5x^2(2x+3)} = \frac{x-3}{x(2x+3)}$$

$$e) \frac{6 - x - x^2}{x^2 + 2x - 8} = \frac{-1 \cdot (x-2)(x+3)}{(x+4)(x-2)} = \frac{-x-3}{x+4}$$

$$8. a) \left(x^2 - \frac{x^2 - 2x}{1+2x} \right) : \left(1 + \frac{x(x-2)}{1+2x} \right) = \frac{x^2(1+2x) - (x^2 - 2x)}{1+2x} : \frac{1+2x + x^2 - 2x}{1+2x} =$$

$$= \frac{x^2 + 2x^3 - x^2 + 2x}{1+2x} : \frac{1+x^2}{1+2x} = \frac{(2x^3 + 2x)(1+2x)}{(1+2x) \cdot (1+x^2)} = \frac{2x(x^2+1)}{(1+x^2)} = 2x$$

$$b) \frac{7x}{x-3} - \frac{5}{x+3} + \frac{6x}{x^2-9} = \frac{7x(x+3)}{(x-3)(x+3)} - \frac{5(x-3)}{(x-3)(x+3)} + \frac{6x}{(x-3)(x+3)} =$$

$$= \frac{7x^2 + 21x - 5x + 15 + 6x}{(x-3)(x+3)} = \frac{7x^2 + 22x + 15}{(x-3)(x+3)}$$

$$c) \frac{2x-6}{x^2-1} \cdot \frac{5x+5}{4x-12} = \frac{2(x-3) \cdot 5(x+1)}{(x+1)(x-1) \cdot 4(x-3)} = \frac{5}{2(x-1)} = \frac{5}{2x-2}$$

$$d) \left(\frac{x}{3} - \frac{3}{x} \right) \cdot \frac{x^3 + 9x}{x-3} = \frac{x^2-9}{3x} \cdot \frac{x(x^2+9)}{x-3} = \frac{(x-3)(x+3) \cdot x(x^2+9)}{(x-3) \cdot 3x} =$$

$$= \frac{(x+3)(x^2+9)}{3}$$

$$e) \frac{x+1}{2x} \cdot \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} \right) = \frac{x+1}{2x} \cdot \frac{x-1-(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{(x+1)}{2x} \cdot \frac{-2}{(x+1)(x-1)} =$$

$$= \frac{-1}{x(x-1)} = \frac{-1}{x^2-x}$$

$$f) \left(\frac{1+2x}{x-2} - 2 \right) : \left(1 + \frac{2+4x}{x-2} \right) = \left(\frac{1+2x}{x-2} - \frac{2(x-2)}{x-2} \right) : \left(\frac{x-2}{x-2} + \frac{2+4x}{x-2} \right)$$

$$= \frac{5}{x-2} : \frac{5x}{x-2} = \frac{5 \cdot (x-2)}{5x(x-2)} = \frac{1}{x}$$

$$g) \frac{x-a}{x+a} - \frac{x^2+a^2}{x^2-a^2} = \frac{(x-a)^2}{(x+a)(x-a)} - \frac{x^2+a^2}{(x+a)(x-a)} =$$

$$= \frac{\left(\frac{x-a}{x+a} \right)^2 - 1}{\frac{x^2+a^2-2ax-x^2-a^2}{(x+a)(x-a)}} = \frac{\frac{(x-a)^2}{(x+a)^2} - \frac{(x+a)^2}{(x+a)^2}}{\frac{-2ax}{(x+a)(x-a)}} = \frac{-2ax}{(x+a)(x-a)} = \frac{-2ax \cdot (x+a)(x-a)}{-4ax(x+a)(x-a)}$$

$$= \frac{x+a}{2(x-a)} = \frac{x+a}{2x-2a}$$

$$h) \frac{\left(1 - \frac{m}{m+1} \right)^2}{1 + \frac{m}{m+1}} \cdot \frac{\frac{2}{m} + \frac{1}{m^2}}{1 - \frac{m}{m}} = \frac{\left(\frac{m+1-m}{m+1} \right)^2}{\frac{m+1+m}{m+1}} \cdot \frac{\frac{2m+1}{m^2}}{\frac{m-1}{m}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{(m+1)^2}}{\frac{2m+1}{(m+1)}} \cdot \frac{\frac{(2m+1)}{m^2}}{\frac{m-1}{m}} = \frac{m+1}{(m+1)^2(2m+1)} \cdot \frac{(2m+1)m}{m^2(m-1)} =$$

$$= \frac{1}{m(m+1)(m-1)} = \frac{1}{m^3-m}$$

$$9. a) \frac{6x+1}{x^2-4} = \frac{x+1}{x+2} + \frac{x}{x-2} \Rightarrow \frac{6x+1}{(x+2)(x-2)} = \frac{(x+1)(x-2)}{(x+2)(x-2)} + \frac{x(x+2)}{(x+2)(x-2)}$$

$$\Rightarrow 6x+1 = x^2+x-2x-2 + x^2+2x \Rightarrow 0 = 2x^2-5x-3 \Rightarrow \boxed{x < \begin{matrix} 3 \\ -1/2 \end{matrix}}$$

$$b) \frac{2x}{x+1} = \frac{4}{x^2-1} \Rightarrow \frac{2x(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{4}{(x+1)(x-1)} \Rightarrow 2x^2-2x=4$$

$$2x^2-2x-4=0$$

$$x^2-x-2=0$$

$x = \begin{matrix} 2 \\ -1 \end{matrix}$ válida

$-1 \rightarrow$ no es válida porque anula los denominadores.

$$c) \frac{x}{x+3} - \frac{2}{x^2-9} = \frac{1}{x-3} \Rightarrow \frac{x(x-3)}{(x+3)(x-3)} - \frac{2}{(x+3)(x-3)} = \frac{x+3}{(x-3)(x+3)}$$

$$\Rightarrow x^2-3x-2 = x+3 \Rightarrow x^2-4x-5=0 \Rightarrow \boxed{x < \begin{matrix} -1 \\ 5 \end{matrix}}$$

$$d) x^2 - \frac{64}{x^2} = -12 \Rightarrow x^4 - 64 = -12x^2$$

$$\Rightarrow x^4 + 12x^2 - 64 = 0 \quad \begin{matrix} x^2 = t \\ x^4 = t^2 \end{matrix} \rightarrow t^2 + 12t - 64 = 0$$

$$t = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 256}}{2} = \frac{-12 \pm 20}{2} \begin{matrix} 4 \\ -16 \end{matrix}$$

Des hacemos el cambio para hallar x :

$$x^2 = 4 \Rightarrow \boxed{x = \pm 2}$$

$x^2 = -16 \rightarrow$ No podemos obtener solución.

$$10. a) x - \sqrt{x} = 6$$

$$x - 6 = \sqrt{x}$$

$$(x-6)^2 = (\sqrt{x})^2$$

$$x^2 + 36 - 12x = x$$

$$x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$x < \begin{matrix} 9 \\ 4 \end{matrix}$$

$$b) x + \sqrt{x} = 6$$

$$\sqrt{x} = 6 - x$$

$$(\sqrt{x})^2 = (6-x)^2$$

$$x^2 - 13x + 36 = 0 \quad x < \begin{matrix} 9 \\ 4 \end{matrix}$$

Si $x=9 \Rightarrow$ solución válida porque

$$9 - \sqrt{9} = 6$$

$$9 - 3 = 6 \checkmark$$

Si $x=4 \Rightarrow$ No es válida ya que

$$4 - \sqrt{4} \neq 6$$

$$4 - 2 \neq 6$$

Si $x=9$, no se cumple la igualdad:

$$9 + \sqrt{9} \neq 6$$

$$9 + 3 = 12 \neq 6$$

No es válida

$\boxed{x=4}$ es válida porque

$$4 + \sqrt{4} = 6 \checkmark$$

$$\begin{aligned}
 c) \quad & \sqrt{x+5} + \sqrt{2x+8} = 7 \\
 & \sqrt{x+5} = 7 - \sqrt{2x+8} \\
 & (\sqrt{x+5})^2 = (7 - \sqrt{2x+8})^2 \\
 & x+5 = 49 + 2x+8 - 14\sqrt{2x+8} \\
 & -x-52 = -14\sqrt{2x+8} \\
 & x+52 = 14\sqrt{2x+8} \\
 & (x+52)^2 = (14\sqrt{2x+8})^2 \\
 & x^2 + 104x + 2704 = 196(2x+8) \\
 & x^2 + 288x + 1136 = 0 \\
 & x = \frac{288 \pm \sqrt{288^2 - 4 \cdot 1136}}{2} = \frac{288 \pm 280}{2} \begin{matrix} / 284 \\ \backslash 4 \end{matrix}
 \end{aligned}$$

Comprobación

$$\begin{aligned}
 1) \quad & x = 284 \text{ no es válida} \\
 & \sqrt{284+5} + \sqrt{2 \cdot 284 + 8} \stackrel{?}{=} 7 \\
 & \sqrt{289} + \sqrt{576} \neq 7 \\
 & 17 + 24 \neq 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad & x = 4 \text{ es válida} \\
 & \sqrt{4+5} + \sqrt{2 \cdot 4 + 8} = 7 \\
 & \sqrt{9} + \sqrt{16} = 7 \\
 & 3 + 4 = 7 \checkmark
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d) \quad & \sqrt{x^2-5} = 2 \Rightarrow (\sqrt{x^2-5})^2 = 2^2 \Rightarrow x^2-5=4 \Rightarrow x^2=9 \\
 & \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3. \text{ Ambas son válidas, puesto que:} \\
 & \sqrt{(\pm 3)^2-5} = \sqrt{9-5} = \sqrt{4} = 2.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 e) \quad & \sqrt{x^2+9} + x^2 = 21 \\
 & \sqrt{x^2+9} = 21 - x^2 \\
 & (\sqrt{x^2+9})^2 = (21 - x^2)^2 \\
 & x^2+9 = 441 - 42x^2 + x^4 \\
 & 0 = x^4 - 43x^2 + 432 \\
 & x^2 = t \text{ (cambio de variable)} \\
 & 0 = t^2 - 43t + 432 \\
 & t = \frac{43 \pm \sqrt{43^2 - 4 \cdot 432}}{2} \\
 & t = \frac{43 \pm 11}{2} \quad \begin{matrix} / 54/2 = 27 \\ \backslash 32/2 = 16 \end{matrix}
 \end{aligned}$$

Comprobemos:

$$\begin{aligned}
 \bullet \text{ Si } x = \pm\sqrt{27} \Rightarrow x^2 = 27 \\
 \text{Entonces } \sqrt{27+9} + 27 \stackrel{?}{=} 21 \\
 6 + 27 \neq 21
 \end{aligned}$$

No son válidas

$$\begin{aligned}
 \bullet \text{ Si } x = +4 \text{ o } x = -4, \text{ entonces} \\
 x^2 = 16 \text{ y al sustituir se} \\
 \text{observa que se verifica} \\
 \text{la igualdad:}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{16+9} + 16 &= 21 \\
 5 + 16 &= 21 \\
 21 &= 21 \checkmark
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x^2 = 27 &\Rightarrow x = \pm\sqrt{27} = \pm 3\sqrt{3} \\
 x^2 = 16 &\Rightarrow x = \pm 4
 \end{aligned}$$

$$f) \sqrt{2x-1} - \sqrt{2x-4} = 3$$

$$\sqrt{2x-1} = 3 + \sqrt{2x-4}$$

$$(\sqrt{2x-1})^2 = (3 + \sqrt{2x-4})^2$$

$$2x-1 = 9 + 2x-4 + 6\sqrt{2x-4}$$

$$-6 = 6\sqrt{2x-4} \quad (\text{dividiendo ambos miembros por } 6)$$

$$-1 = \sqrt{2x-4}$$

$$(-1)^2 = (\sqrt{2x-4})^2$$

$$1 = 2x-4$$

$$5 = 2x$$

$$x = 5/2$$

No hay solución para la ecuación inicial.

$$g) 3x - 3\sqrt{x+3} = x+3$$

$$3x - x - 3 = 3\sqrt{x+3}$$

$$2x - 3 = 3\sqrt{x+3}$$

$$(2x-3)^2 = (3\sqrt{x+3})^2$$

$$4x^2 - 12x + 9 = 9(x+3)$$

$$4x^2 - 21x - 18 = 0$$

$$x = \frac{21 \pm \sqrt{21^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-18)}}{8}$$

$$x = \frac{21 \pm 27}{8} \left\langle \begin{matrix} 6 \\ -6/8 = -3/4 \end{matrix} \right.$$

$$h) \sqrt{x+3} + \sqrt{x+6} = \frac{3}{\sqrt{x+3}}$$

Multiplicamos ambos miembros por $\sqrt{x+3}$.

$$x+3 + \sqrt{(x+6)(x+3)} = 3$$

$$\sqrt{x^2+9x+18} = -x$$

Elevando al cuadrado:

$$x^2+9x+18 = x^2$$

$$9x = -18$$

$$\boxed{x = -2}$$

Veamos que NO es válida:

$$\sqrt{2 \cdot \frac{5}{2} - 1} - \sqrt{2 \cdot \frac{5}{2} - 4} = 3$$

$$\sqrt{5-1} - \sqrt{5-4} \neq 3$$

$$2 - 1 \neq 3$$

• Si $x=6 \Rightarrow$ solución VALIDA

$$3 \cdot 6 - 3 \cdot \sqrt{6+3} = 6+3$$

$$18 - 3 \cdot 3 = 9$$

$$18 - 9 = 9 \quad \checkmark$$

• Si $x = -3/4 \Rightarrow$ NO es válida

$$3 \cdot \frac{-3}{4} - 3 \cdot \sqrt{-\frac{3}{4} + 3} \stackrel{?}{=} \frac{-3}{4} + 3$$

$$-\frac{9}{4} - 3 \sqrt{\frac{9}{4}} \stackrel{?}{=} \frac{9}{4}$$

$$-\frac{9}{4} - \frac{3 \cdot 3}{2} \neq \frac{9}{4}$$

$$-\frac{9}{4} - \frac{18}{4} \neq \frac{9}{4}$$

• Si $x = -2$ es VALIDA

$$\sqrt{-2+3} + \sqrt{-2+6} = \frac{3}{\sqrt{-2+3}}$$

$$1 + 2 = \frac{3}{1}$$

$$3 = 3 \quad \checkmark$$

11.- a) $\frac{8}{x} - 1 = \frac{4}{x} \Rightarrow (\text{mcm} = x) \Rightarrow 8 - x = 4 \Rightarrow \boxed{4 = x}$

b) $x + 1 = \frac{6}{x} \Rightarrow x^2 + x = 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x < \frac{-3}{2}$ válidas

c) $\frac{9}{x} - \frac{x}{3} = 2 \Rightarrow 27 - x^2 = 6x \Rightarrow 0 = x^2 + 6x - 27 \quad x < \frac{-9}{3}$ válidas
 mcm = 3x

d) $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-2)(x+3) = 0 \Rightarrow \boxed{x = -1, 2, -3}$
 Ruffini

e) $-x^4 + x^3 - 4x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x \cdot (x-1) \cdot (-x^2 - 4) = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0, 1}$
 ($-x^2 - 4 = 0$ es una ecuación que no tiene solución)

f) $4x^4 - 65x^2 + 16 = 0$ (Primadrada)

$x^2 = t$ Resolvemos $4t^2 - 65t + 16 = 0 \Rightarrow t = \frac{65 \pm \sqrt{65^2 - 4 \cdot 4 \cdot 16}}{8}$

$t = \frac{65 \pm 63}{8} < \frac{16}{2 \cdot 8} = 1/4$

$x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$
 $x^2 = 1/4 \Rightarrow x = \pm 1/2$

g) $x^6 + 19x^3 - 216 = 0$ ($x^3 = t$)

$t^2 + 19t - 216 = 0 \Rightarrow t = \frac{-19 \pm \sqrt{19^2 - 4 \cdot (-216)}}{2} = \frac{-19 \pm 35}{2} \begin{matrix} 8 \\ -27 \end{matrix}$

Entonces si $x^3 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2$

si $x^3 = -27 \Rightarrow x = \sqrt[3]{-27} = -3$

$\boxed{x = 2, -3}$

h) $(x^2 - 3x + 1) = \frac{2}{x^2 - 3x} \Rightarrow (x^2 - 3x + 1)(x^2 - 3x) = 2 \Rightarrow$

$x^4 - 3x^3 - 3x^3 + 9x^2 + x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 3x - 2 = 0$

$\Rightarrow (x-1)(x-2)(x^2 - 3x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \rightarrow x=1 \\ x-2=0 \rightarrow x=2 \\ x^2 - 3x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} \end{cases}$

$x < \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$
 $\frac{3 - \sqrt{13}}{2}$

12.-

a) $3^{x-5} = 0 \frac{1}{3} \quad 0 \frac{1}{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

$3^{x-5} = \frac{1}{3} = 3^{-1} \Rightarrow x-5 = -1 \Rightarrow \boxed{x = 4}$

b) $2^{x-5} + 2^{x-3} = 5 \Rightarrow \frac{2^x}{2^5} + \frac{2^x}{2^3} = 5 \xrightarrow{2^x = t}$

$\Rightarrow \frac{t}{32} + \frac{t}{8} = 5 \Rightarrow t + 4t = 160 \Rightarrow 5t = 160 \Rightarrow t = 32$

$2^x = 32 = 2^5 \Rightarrow \boxed{x = 5}$

$$c) 4^x + 4^{x-1} + 3 \cdot 4^{x-2} = 23 \quad 4^x = t$$

$$4^x + \frac{4^x}{4} + \frac{3 \cdot 4^x}{4^2} = 23 \Rightarrow t + \frac{t}{4} + \frac{3t}{16} = 23 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 16t + 4t + 3t = 368 \Rightarrow 23t = 368 \Rightarrow t = 16$$

$$4^x = 16 = 4^2 \Rightarrow \boxed{x=2}$$

$$d) 3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2} = 13 \Rightarrow 3^x + \frac{3^x}{3} + \frac{3^x}{9} = 13 \xrightarrow{3^x=t}$$

$$\Rightarrow t + \frac{t}{3} + \frac{t}{9} = 13 \Rightarrow 9t + 3t + t = 13 \cdot 9 \Rightarrow 13t = 13 \cdot 9$$

$$\Rightarrow t = 9 \Rightarrow 3^x = 9 \rightarrow \boxed{x=2}$$

$$e) 9^{x+1} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0 \Rightarrow 3^{2x+2} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0 \quad (3^x=t)$$

$$\Rightarrow 9t^2 - 28t + 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{28 \pm \sqrt{28^2 - 4 \cdot 9 \cdot 3}}{18} = \frac{28 \pm 26}{18} \begin{matrix} / 3 \\ / 1/9 \end{matrix}$$

$$3^x = 3 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

$$3^x = \frac{1}{9} = 3^{-2} \Rightarrow \boxed{x=-2}$$

$$f) 128^{x+1} = 2^{x^2-x-2} \xrightarrow{128=2^7} 2^{7x+7} = 2^{x^2-x-2}$$

Iguando exponentes queda $7x+7 = x^2-x-2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 0 = x^2 - 8x - 9 \Rightarrow \boxed{x < -1}$$

$$g) 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 7 \xrightarrow{2^x=t} t + 2t + 4t = 7 \Rightarrow 7t = 7 \Rightarrow t = 1$$

$$2^x = 1 \rightarrow \boxed{x=0}$$

$$h) 9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81 = 0 \xrightarrow{2^x=t} t^2 - 2 \cdot t \cdot 9 + 81 = 0$$

$$(3^x)^2 - 2 \cdot 3^x \cdot 3^2 + 81 = 0$$

$$t^2 - 18t + 81 = 0$$

$$(t-9)^2 = 0 \Rightarrow t = 9 \text{ (doble)}$$

$$\text{Si } 3^x = 9 \Rightarrow \boxed{x=2}$$

$$i) 4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0$$

$$2^{2x+2} + 2^x \cdot 2^3 - 320 = 0$$

$$2^x = t$$

$$4 \cdot (2^x)^2 + 8 \cdot 2^x - 320 = 0$$

$$4t^2 + 8t - 320 = 0$$

$$t^2 + 2t - 80 = 0$$

$$t = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 320}}{2} = \frac{-2 \pm 18}{2} \begin{matrix} 8 \\ -5 \text{ No} \end{matrix}$$

$$\text{Si } 2^x = 8 = 2^3 \Rightarrow \boxed{x=3}$$

Si $2^x = -5$ no obtenemos solución

$$d) 5^{x+1} = 10 + 3 \cdot 5^{2-x}$$

$$5 \cdot 5^x = 10 + 3 \cdot 5^2 \cdot \frac{1}{5^x}$$

$$\text{si } 5^x = t \Rightarrow 5t = 10 + \frac{75}{t}$$

$$5t^2 = 10t + 75$$

$$5t^2 - 10t - 75 = 0$$

$$t^2 - 2t - 15 = 0$$

$$t < \begin{matrix} 5 \\ -3 \end{matrix}$$

$$\text{si } 5^x = 5 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

$$\text{si } 5^x = -3 \Rightarrow \text{No hay solue.}$$

$$k) 6^{1-x} + 6^x = 7$$

$$\frac{6}{6^x} + 6^x = 7 \xrightarrow{6^x = t} \frac{6}{t} + t = 7 \Rightarrow 6 + t^2 = 7t$$

$$t^2 - 7t + 6 = 0 \Rightarrow t < \begin{matrix} 1 \\ 6 \end{matrix}$$

$$\text{si } 6^x = 1 \Rightarrow \boxed{x=0}$$

$$\text{si } 6^x = 6 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

13.- a) $\log x = 1 + \log(22-x)$
 $\log x = \log 10 + \log(22-x)$
 $\log x = \log(10(22-x))$
 $x = 220 - 10x$
 $11x = 220$
 $\boxed{x=20}$ válida

b) $\log(3x-1) - \log(2x+3) = -\log 25 + 1$

$$\log\left(\frac{3x-1}{2x+3}\right) = -\log 25 + \log 10$$

$$\log\left(\frac{3x-1}{2x+3}\right) = \log\left(\frac{10}{25}\right)$$

$$\frac{3x-1}{2x+3} = \frac{10}{25} \Rightarrow$$

$$75x - 25 = 20x + 30 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

válida

c) $2 \log(5x+4) - \log 4 = \log(x+4)$

$$\log\left(\frac{(5x+4)^2}{4}\right) = \log(x+4)$$

$$\frac{(5x+4)^2}{4} = x+4$$

$$25x^2 + 16 + 40x = 4x + 16$$

$$25x^2 + 36x = 0$$

$$x(25x+36) = 0$$

$$\boxed{x=0}$$
 válidas

$$\boxed{x = \frac{-36}{25} = -1.44}$$

d) $\frac{\log(5+x^2)}{\log(2-x)} = 2$

$$\log(5+x^2) = 2 \log(2-x)$$

$$\log(5+x^2) = \log(2-x)^2$$

$$5+x^2 = 4+x^2-4x$$

$$4x = -1$$

$$\boxed{x = \frac{-1}{4} = -0.25}$$

Es válida porque no hace negativo o cero ningún argumento de log.

e) $(x^2-5x+9) \cdot \log 2 + \log 125 = 3$

$$\log 2^{x^2-5x+9} + \log 5^3 = \log 10^3 \Rightarrow \log(2^{x^2-5x+9} \cdot 5^3) = \log 10^3$$

$$2^{x^2-5x+9} \cdot 5^3 = 10^3 \Rightarrow \underline{x^2-5x+9=3}$$

Resolviendo: $x^2 - 5x + 9 = 3 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$ $\boxed{x \in \{2, 3\}}$

f) $2 \log x - \log(x-16) = 2^d$
 $\log x^2 - \log(x-16) = \log 10^2 \Rightarrow \log \frac{x^2}{x-16} = \log 100$
 $\Rightarrow \frac{x^2}{x-16} = 100 \Rightarrow x^2 = 100x - 1600 \Rightarrow x^2 - 100x + 1600 = 0$
 $x = \frac{100 \pm \sqrt{10000 - 6400}}{2} = \frac{100 \pm 60}{2}$ $\boxed{\begin{matrix} 80 \\ -20 \end{matrix}}$

g) $\log(x+1) = \log(5x-13) - \log(x-3)$
 $\log(x+1) = \log \frac{5x-13}{x-3} \Rightarrow x+1 = \frac{5x-13}{x-3} \Rightarrow$
 $\Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 5x - 13 \Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow x \in \{2, 5\}$
 $x=2$ no puede ser válida porque $\log(5 \cdot 2 - 13) = \log(-3)$ no existe.
 Por tanto $\boxed{x=5}$

h) $\frac{\log 2 + \log(11-x^2)}{\log(5-x)} = 2 \Rightarrow \log[2(11-x^2)] = 2 \log(5-x)$
 $\Rightarrow \log(22-2x^2) = \log(5-x)^2 \Rightarrow 22-2x^2 = 25+x^2-10x$
 $\Rightarrow 0 = 3x^2 - 10x + 3 \Rightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4 \cdot 3 \cdot 3}}{6} = \frac{10 \pm 8}{6}$ $\boxed{\begin{matrix} 3 \\ \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{matrix}}$