

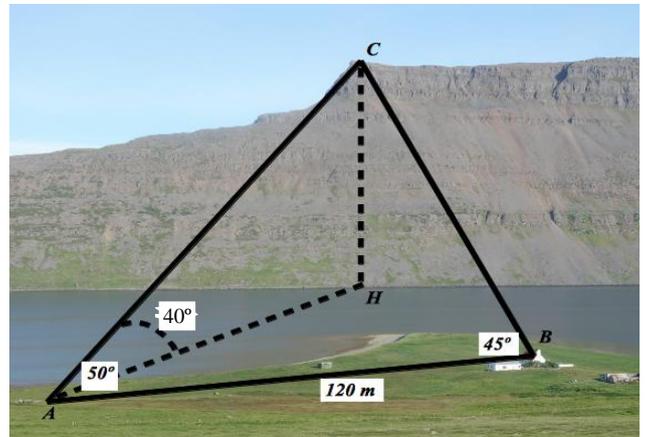
1. (2 pts.) En la imagen se observa que en el triángulo ABC se conocen los ángulos  $A = 50^\circ$  y  $B = 45^\circ$  y la distancia  $AB = 120$  m. Además en el triángulo AHC se sabe que el ángulo que forman AC y AH es de  $40^\circ$ .

Con esos datos calcula la anchura del río entre los puntos A y H y la altura del acantilado HC.

Del enunciado se deduce que el segmento HC (altura del acantilado) es perpendicular a AH. Por tanto, el triángulo AHC es rectángulo, pero no se conoce ninguno de sus lados. Tenemos que deducir, pues, el valor de AC del triángulo ABC. Lo haremos utilizando el teorema del seno:

$$\hat{C} = 180^\circ - (50^\circ + 45^\circ) = 85^\circ$$

$$\frac{120}{\text{sen } 85} = \frac{AC}{\text{sen } 45} \rightarrow AC = \frac{120 \cdot \text{sen } 45}{\text{sen } 85} = 85'18 \text{ m}$$



Ahora, en el triángulo AHC:

$$\text{sen } 50 = \frac{HC}{85'18} \rightarrow HC = 85'18 \cdot \text{sen } 50 = 65'25 \text{ m} \quad \text{altura del acantilado}$$

$$\text{cos } 50 = \frac{AH}{85'18} \rightarrow AH = 85'18 \cdot \text{cos } 50 = 54'75 \text{ m} \quad \text{anchura del río}$$

2. (1'5 pts.) Resuelve la ecuación trigonométrica  $4 \text{ sen } x + 2 \text{ cos } 2x = 3$

$$4 \text{ sen } x + 2 \text{ cos } 2x = 4 \text{ sen } x + 2(\text{cos}^2 x - \text{sen}^2 x) = 4 \text{ sen } x + 2(1 - \text{sen}^2 x - \text{sen}^2 x) =$$

$$= 4 \text{ sen } x + 2(1 - 2 \text{ sen}^2 x) = -4 \text{ sen}^2 x + 4 \text{ sen } x + 2 = 3 \rightarrow$$

$$4 \text{ sen}^2 x - 4 \text{ sen } x + 1 = 0$$

Se trata, por tanto, de una ecuación de 2º grado en la que la variable es  $\text{sen } x$ :

$$\text{sen } x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 16}}{8} = \frac{4 \pm 0}{8} = \frac{1}{2}$$

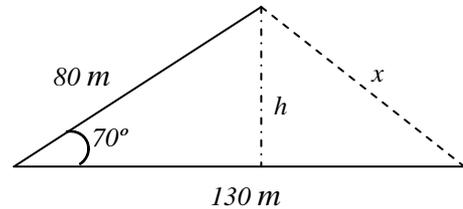
$$x = \text{arcsen } \frac{1}{2} = \begin{cases} 30^\circ + k \cdot 360^\circ \\ 150^\circ + k \cdot 360^\circ \end{cases}$$

3. (2 pts.) De una parcela triangular sabemos que dos de sus lados miden 80 y 130 m y que forman entre ellos un ángulo de  $70^\circ$ .

- a) Calcula el área  
b) Calcula la longitud del tercer lado de la parcela.

$$a) A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$\text{sen } 70 = \frac{h}{80} \rightarrow h = 80 \cdot \text{sen } 70 = 75'18 \text{ m}$$



Por tanto,  $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{130 \cdot 75'18}{2} = 4.875 \text{ m}^2$

b) Aplicando el teorema del coseno:

$$x^2 = 80^2 + 130^2 - 2 \cdot 80 \cdot 130 \cdot \cos 70 = 32000 - 7.114'02 = 24.885'98 \rightarrow$$

$$x = \sqrt{24.885'98} = 157'75 \text{ m}$$

4. (2 pts.) Simplifica las expresiones:

$$a) \frac{\text{sen} a \cdot \text{cota}}{\text{seca}} + \frac{\text{cosa} \cdot \text{tga}}{\text{coseca}}$$

$$\frac{\text{sen } a \cdot \text{cota}}{\text{seca}} + \frac{\text{cos } a \cdot \text{tga}}{\text{cosec } a} = \frac{\text{sen } a \cdot \frac{\text{cosa}}{\text{sen } a}}{\frac{1}{\text{cosa}}} + \frac{\text{cos } a \cdot \frac{\text{sen } a}{\text{cos } a}}{\frac{1}{\text{sen } a}} = \frac{\text{cosa}}{\frac{1}{\text{cosa}}} + \frac{\text{sen } a}{\frac{1}{\text{sen } a}} =$$

$$= \text{cos}^2 a + \text{sen}^2 a = 1$$

$$b) \frac{\text{sen} 2x}{1 + \text{cos} 2x}$$

$$\frac{\text{sen} 2x}{1 + \text{cos} 2x} = \frac{2 \text{sen } x \text{cos } x}{1 + \text{cos}^2 x - \text{sen}^2 x} = \frac{2 \text{sen } x \text{cos } x}{1 - \text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x} = \frac{2 \text{sen } x \text{cos } x}{\text{cos}^2 x + \text{cos}^2 x} \stackrel{\text{simplificando}}{=} \frac{2 \text{sen } x \text{cos } x}{2 \text{cos}^2 x} =$$

$$= \frac{\text{sen } x}{\text{cos } x} = \text{tg } x$$

$\boxed{\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1}$

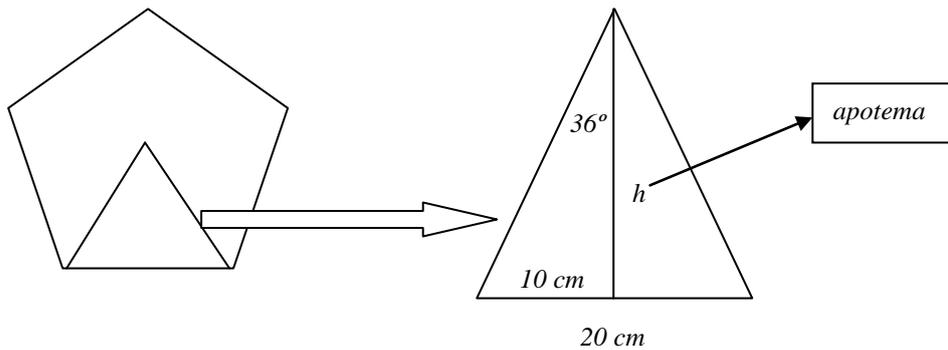
5. (1 pts.) Comprueba la identidad trigonométrica  $\frac{1}{1 - \text{sen} a} + \frac{1}{1 + \text{sen} a} = \frac{2}{\text{cos}^2 a}$

$$\frac{1}{1 - \text{sen} a} + \frac{1}{1 + \text{sen} a} = \frac{1 + \text{sen } a + 1 - \text{sen } a}{(1 + \text{sen } a) \cdot (1 - \text{sen } a)} = \frac{2}{1 - \text{sen}^2 a} = \frac{2}{\text{cos}^2 a} \quad \text{c.s.q.d.}$$

6. (1 pto.) Calcula el área y la apotema de un pentágono regular de perímetro 100 cm.

Como es un pentágono regular cada uno de los ángulos centrales que se forman medirá  $360^\circ / 5 = 72^\circ$  y cada lado  $100 / 5 = 20$  cm.

En consecuencia en el triángulo isósceles de la figura se pueden formar dos triángulos rectángulos de los cuales sabemos que sus ángulos agudos son  $36^\circ$  ( $72^\circ/2$ ) y  $54^\circ$  ( $90^\circ - 36^\circ$ ) y uno de sus catetos mide 10 cm ( $20/2$ )



Del triángulo rectángulo se deduce que  $\text{tg } 36^\circ = \frac{10}{h} \rightarrow h = \frac{10}{\text{tg } 36^\circ} = 13.76$  m

El área será  $A = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{100 \cdot 13.76}{2} = 698.2 \text{ cm}^2$