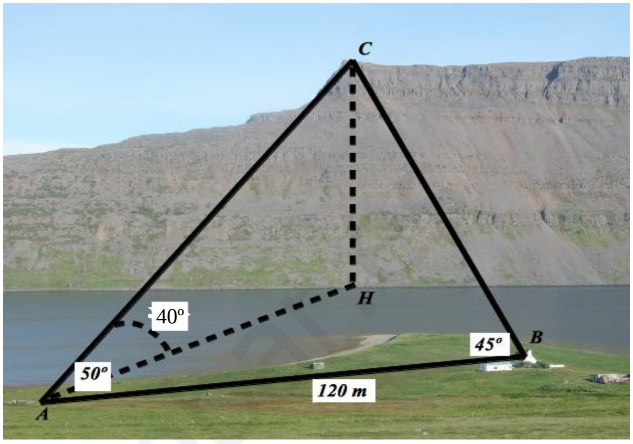
03944

1. *(2 ptos.)* En la imagen se observa que en el triángulo ABC se conocen los ángulos A= 50º y B = 45º y la distancia AB = 120 m. Además en el triángulo AHC se sabe que el ángulo que forman AC y AH es de 40º.



Con esos datos calcula la anchura del río entre los puntos A y H y la altura del acantilado HC.

Del enunciado se deduce que el segmento HC (altura del acantilado) es perpendicular a AH. Por tanto, el triángulo AHC es rectángulo, pero no se conoce ninguno de sus lados. Tenemos que deducir, pues, el valor de AC del triángulo ABC. Lo haremos utilizando el teorema del seno:

$$\hat{C} = 180º - (50º + 45º) = 85º$$

$$\frac{120}{sen\ 85} = \frac{AC}{sen\ 45} \rightarrow AC = \frac{120 \cdot sen\ 45}{sen\ 85} = 85'18\ m$$

Ahora, en el triángulo AHC:

$sen\ 50 = \frac{HC}{85'18} \rightarrow HC = 85'18 \cdot sen\ 50 = 65'25\ m$ ***altura del acantilado***

$cos\ 50 = \frac{AH}{85'18} \rightarrow AH = 85'18 \cdot cos\ 50 = 54'75\ m$ ***anchura del río***

2. (1'5 ptos.) Resuelve la ecuación trigonométrica 4 sen x + 2 cos 2x = 3

4 sen x + 2 cos 2x = 4 sen x + 2(cos^2x – sen^2x)=4 sen x + 2(1 – sen^2x –sen^2x) =
=4 sen x + 2(1 – 2 sen^2x)= -4 sen^2x + 4 sen x + 2 = 3 →

$$4sen^2x - 4sen\ x + 1 = 0$$

Se trata, por tanto, de una ecuación de 2º grado en la que la variable es sen x:

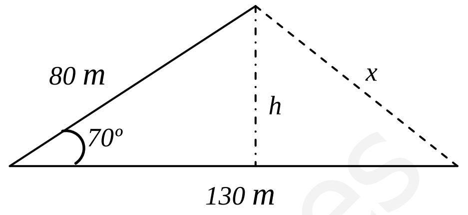
$$sen\ x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 16}}{8} = \frac{4\ \pm 0}{8} = \frac{1}{2}$$

$x = arcsen\ \frac{1}{2} = \begin{cases} 30º + k \cdot 360º \\ 150º + k \cdot 360º \end{cases}$

3. (2 ptos.) De una parcela triangular sabemos que dos de sus lados miden 80 y 130 m y que forman entre ellos un ángulo de 70º.

a) Calcula el área

b) Calcula la longitud del tercer lado de la parcela.



a) $A = \frac{b \cdot h}{2}$

$sen\ 70 = \frac{h}{80} \ \rightarrow \ h = 80 \cdot sen\ 70 = \ 75'18\ m$

Por tanto, $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{130 \cdot 75'18}{2} = \mathbf{4.875\ m^2}$

b) Aplicando el teorema del coseno:

$x^2 = 80^2 + 130^2 - 2 \cdot 80 \cdot 130 \cdot cos\ 70 = 32000 - 7.114'02 = 24.885'98 \rightarrow$

$x = \sqrt{24.885'98} = \mathbf{157'75\ m}$

4. (2 ptos.) Simplifica las expresiones:

a) $\frac{sena \cdot cota}{seca} + \frac{cosa \cdot tga}{coseca}$

$$\frac{sen\ a \cdot cot\ a}{sec\ a} + \frac{cos\ a \cdot tg\ a}{cosec\ a} = \frac{sen\ a \cdot \frac{cos\ a}{sen\ a}}{\frac{1}{cos\ a}} + \frac{cos\ a \cdot \frac{sen\ a}{cos\ a}}{\frac{1}{sen\ a}} = \frac{cos\ a}{\frac{1}{cos\ a}} + \frac{sen\ a}{\frac{1}{sen\ a}} =$$

$$= cos^2 a + sen^2 a = 1$$

b) $\frac{sen2x}{1+cos2x}$

$$\frac{sen2x}{1+cos2x} = \frac{2\ sen\ x\ cos\ x}{1 + cos^2 x - sen^2 x} = \frac{2\ sen\ x\ cos\ x}{1 - sen^2 x + cos^2 x} = \frac{2\ senx\ cos\ x}{cos^2 x + cos^2 x} = \frac{2\ senx\ cos\ x}{2\ cos^2 x} =$$

$$= \frac{sen\ x}{cos\ x} = tg\ x$$

simplificando

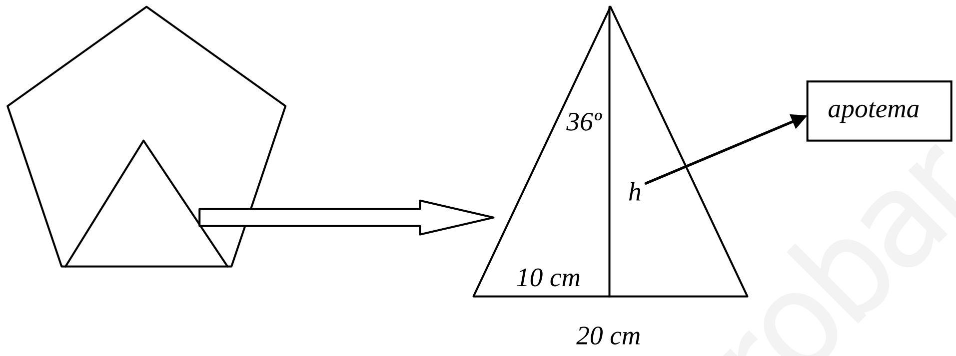
$sen^2 x + cos^2 x = 1$

5. (1 pto.) Comprueba la identidad trigonométrica $\frac{1}{1-sena} + \frac{1}{1+sena} = \frac{2}{cos^2 a}$

$$\frac{1}{1-sena} + \frac{1}{1+sena} = \frac{1+sen\ \alpha+1-sen\ \alpha}{(1+sen\ \alpha)\cdot(1-sen\ \alpha)} = \frac{2}{1-sen^2 \alpha} = \frac{2}{cos^2 \alpha} \quad c.s.q.d.$$

6. (1 pto.) Calcula el área y la apotema de un pentágono regular de perímetro 100 cm.

Como es un pentágono regular cada uno de los ángulos centrales que se forman medirá $360º / 5 = 72º$ y cada lado $100 / 5 = 20$ cm.
En consecuencia en el triángulo isósceles de la figura se pueden formar dos triángulos rectángulos de los cuales sabemos que sus ángulos agudos son 36º (72º/2) y 54º (90º - 36º) y uno de sus catetos mide 10 cm (20 / 2)



Del triángulo rectángulo se deduce que $tg\ 36 = \frac{10}{h} \rightarrow = h = \frac{10}{tg\ 36} = \mathbf{13´76\ m}$

El área será $A = \frac{perímetro \cdot apotema}{2} = \frac{100 \cdot 13´76}{2} = \mathbf{698´2\ cm^2}$