GEOMETRÍA ANALÍTICA: VECTORES Y RECTAS

1. Dados los puntos A(3,1) y B(1,2). Determinar la ecuación vectorial de la recta que pasa por esos dos puntos. Calcular también las ecuaciones paramétricas, continua y general.

2. Decidir si son paralelas o no los siguientes pares de rectas:

a) $r \equiv \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$ $\quad s \equiv \dfrac{x-4}{2} = \dfrac{y+2}{-1}$

b) $r \equiv \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$ $\quad s \equiv x + 2y - 3 = 0$

c) $r \equiv x + 3y - 1 = 0$ $\quad s \equiv 2x + 6y + 5 = 0$

3. Hallar la intersección de los siguientes pares de rectas:

a) $r \equiv 3x - 4y - 5 = 0$ $\quad s \equiv 5x + 3y - 18 = 0$

b) $r \equiv 3x - 6y + 1 = 0$ $\quad s \equiv 2x - 4y + 1 = 0$

4. Hallar la ecuación de la recta paralela a $2x - 3y - 5 = 0$ que pasa por el punto $P(1,-2)$.

5. Sean A(1,0),B(4,-3) y C(5,2) los tres vértices de un triángulo. Hallar:

a) La ecuación de la recta que pasando por *A* es paralela a la que pasa por *B* y *C*.

b) La ecuación de la mediana que pasa por *C*.

6. Calcular la ecuación general de la recta que pasa por el punto A(-5,2) y cuya pendiente es $m = -\dfrac{4}{3}$.

7. Dada la recta de ecuación $3x - 2y + 5 = 0$, hallar un vector director, su pendiente, puntos de corte con los ejes y área del triángulo que forma con los ejes.

8. Dadas las rectas $r \equiv \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+3}{a}$ y $s \equiv 2x - 3y + m = 0$

a) Hallad *a* para que sean paralelas.

b) Hallad *m* para que s pase por el punto A(2,1)

c) Hallad *a* para que r sea paralela al eje OX.

9. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto medio de A(2,3) y B(1,-2) y es paralela a la de ecuación $2x - y + 3 = 0$.

10. Determinar la ecuación de la recta que pasa por el origen y por el punto de intersección de las rectas $x - 2y + 3 = 0$ y $x + 2y - 9 = 0$

11. Hallar la ecuación de la recta que es paralela a $2x - 3y = 0$ y cuya ordenada en el origen es – 2.

12. Calcular la ecuación de una recta paralela al eje OY y que pasa por el punto P(2,6).

SOLUCIONES

1. $\overrightarrow{AB} = (-2,1)$

$A(3,1)$ $\quad (x,y) = (3,1) + t(-2,1)$ Ecuación vectorial

$$\left.\begin{array}{l} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \end{array}\right\} \text{ Ecuaciones paramétricas}$$

$$\frac{x-3}{-2} = \frac{y-1}{1} \quad \text{Ecuación continua}$$

$x + 2y - 5 = 0$ Ecuación general.

2. a) $r \equiv \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \end{cases} \rightarrow \vec{v} = (2,-1)$ $\qquad s \equiv \dfrac{x-4}{2} = \dfrac{y+2}{-1} \rightarrow \vec{w} = (2,-1)$

Los dos vectores directores son el mismo. Luego las rectas son Paralelas o Coincidentes. Si tomamos el punto $P(3,1)$ de la primera, no cumple la ecuación de la segunda, luego no son la misma recta, y por tanto, son **Paralelas**.

b) $r \equiv \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \end{cases} \rightarrow \vec{v} = (2,-1)$ $\qquad s \equiv x + 2y - 3 = 0 \rightarrow \vec{w} = (-2,1)$

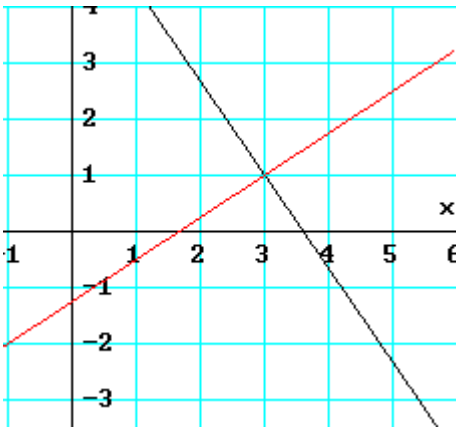
Los dos vectores tienen la misma dirección, las rectas son **Paralelas** (se comprueba que no son la misma recta, de la misma forma que en el apartado anterior).

c) $r \equiv x + 3y - 1 = 0$ $\qquad s \equiv 2x + 6y + 5 = 0$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} \neq \frac{-1}{5}$$

Las rectas son **Paralelas**.

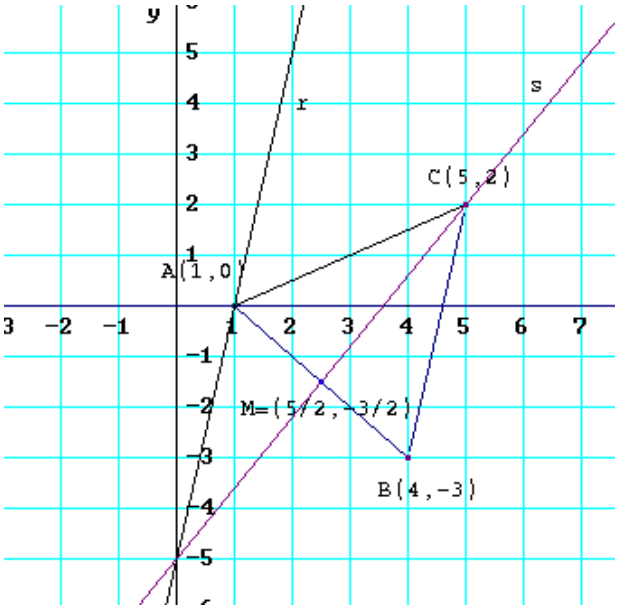
3. a) Las rectas se cortan en el punto $P(3,1)$. Dicho punto se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones formado con las ecuaciones de las dos rectas.



b) Las rectas $r \equiv 3x - 6y + 1 = 0$ y $s \equiv 2x - 4y + 1 = 0$ son paralelas, luego no se cortan en ningún punto.

4. Si es paralela a $2x - 3y - 5 = 0$ podemos tomar como vector director el mismo, es decir, $\vec{v} = (3,2)$. Como además sabemos que pasa por el punto $P(1,-2)$, su ecuación será: $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+2}{2}$, o bien $2x - 3y - 8 = 0$ si la escribimos en forma general.

5.



Recta r: Pasa por $A(1,0)$ y podemos usar como vector director el $\overrightarrow{CB}=(-1,-5)$, luego su ecuación será: $\frac{x-1}{-1}=\frac{y}{-5}$ o $5x-y-5=0$ en forma general.

Recta s: Pasa por $C(5,2)$ y por el punto medio del lado opuesto que es $M=(5/2,-3/2)$, como vector director podemos usar el $\overrightarrow{MC}=\left(\frac{5}{2},-\frac{7}{2}\right)$ o cualquiera que sea paralelo como por ejemplo el $\vec{v}(5,7)$ de modo que la ecuación de la recta será: $\frac{x-5}{5}=\frac{y-2}{7}$ o bien $7x-5y-25=0$ en forma general.

6. La ecuación será: $y-2=-\frac{4}{3}(x+5)$ o bien $4x+3y+14=0$ en forma general.

7. Dada la recta $3x-2y+5=0$ un vector director será $\vec{v}(2,3)$, su pendiente $m=\frac{3}{2}$, los puntos de corte con los ejes $P=\left(0,\frac{5}{2}\right)$ y $Q=\left(-\frac{5}{3},0\right)$

El área del triángulo que forma con los ejes será: $A=\frac{\frac{5}{2}\cdot\frac{5}{3}}{2}=\frac{\frac{25}{6}}{2}=\frac{25}{12}u^2$

8. a) Para que sean paralelas las rectas $r\equiv\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{a}$ y $s\equiv 2x-3y+m=0$, sus vectores directores tienen que ser de la misma dirección. Sus vectores directores son, respectivamente, $\vec{v}(2,a)$ y $\vec{w}(3,2)$. Para que sean de la misma dirección, debe cumplirse $\frac{3}{2}=\frac{2}{a}$, es decir, $a=\frac{4}{3}$

b) Para que la recta *s* pase por el punto A(2,1), al sustituir las coordenadas del punto en la ecuación de la recta, la igualdad debe ser cierta. Es decir $2\cdot 2-3\cdot 1+m=0$ de donde se desprende que $m=-1$

c) Para que *r* sea paralela al eje OX, la segunda componente de su vector director debe ser 0, $a=0$.

9. La recta que buscamos pasa por el punto medio de A(2,3) y B(1,-2) que es $M\left(\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$ y es paralela a $2x-y+3=0$, luego podemos tomar el $\vec{v}=(1,2)$ como vector director. Su ecuación será $\frac{x-\frac{3}{2}}{1}=\frac{y-\frac{1}{2}}{2}$ que en forma general queda $4x-2y-5=0$

10. El punto de intersección de $x-2y+3=0$ y $x+2y-9=0$ es $P(3,3)$ (se obtiene resolviendo el sistema que se forma con las dos ecuaciones). Como la recta también pasa por el origen $O(0,0)$ podemos tomar como vector director el $\overrightarrow{OP}=(3,3)$, la ecuación será $\frac{x}{3}=\frac{y}{3}$, o bien $3x-3y=0$ que simplificada queda $x-y=0$

11. Si es paralela a $2x-3y=0$, tendrá la misma pendiente que es $m=\frac{2}{3}$, como sabemos además que su ordenada en el origen es -2, la ecuación explícita de la recta será $y=\frac{2}{3}x-2$ que, escrita en forma general, queda $2x-3y-6=0$

12. Si es paralela al eje OY su ecuación será $x=a$, como pasa por el punto P(2,6), entonces, la ecuación será $x=2$.