EJERCICIOS RESUELTOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA

Ejercicio nº 1.-

Dado el segmento de extremos $P(4, -3)$ y $Q(2, -5)$, halla las coordenadas de su punto medio.

Solución:

Las coordenadas del punto medio, M, son la semisuma de las coordenadas de los extremos:

$$M = \left(\frac{4+2}{2}, \frac{-3+(-5)}{2} \right) = (3, -4)$$

Ejercicio nº 2.-

Dado el punto $A(6, -1)$, halla las coordenadas de su simétrico, A', respecto del punto $P(3, 4)$.

Solución:

Llamamos (x', y') a las coordenadas de A'. El punto medio del segmento de extremos A y A' es P.

Por tanto:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{6+x'}{2} = 3 \\ \dfrac{-1+y'}{2} = 4 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x' = 0 \\ y' = 9 \end{array}\right\} A'(0, 9)$$

Ejercicio nº 3.-

Halla la distancia entre los puntos $P(2, 9)$ y $Q(8, 1)$.

Solución:

$$dist(P, Q) = \sqrt{(8-2)^2 + (1-9)^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$$

Ejercicio nº 4.-

Di cuáles son el centro y el radio de la circunferencia de ecuación $\sqrt{(x-3)^2 + (y+5)^2} = 9$.

Solución:

El centro está en el punto $(3, -5)$, y el radio es 9.

Ejercicio nº 5.-

a) Escribe la ecuación de la recta, *r*, que pasa por los puntos (0, –2) y (–1, –5).

b) Obtén la ecuación de la recta, *s*, que pasa por (4, 0) y tiene pendiente –2.

c) Halla el punto de intersección de las rectas *r* y *s*.

Solución:

a) Pendiente $= \dfrac{-5-(-2)}{-1-0} = \dfrac{-5+2}{-1} = \dfrac{-3}{-1} = 3$

Ecuación: $y = -2 + 3\,(x - 0) \quad \rightarrow \quad y = -2 + 3x \quad \rightarrow \quad 3x - y - 2 = 0$

b) $y = 0 - 2\,(x - 4) \quad \rightarrow \quad y = -2x + 8$

c) Es la solución del sistema siguiente:

$$\left.\begin{array}{l} 3x - y - 2 = 0 \\ y = -2x + 8 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} 3x - (-2x + 8) - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad 3x + 2x - 8 - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad 5x = 10 \\ x = 2 \quad \rightarrow \quad y = 4 \qquad\qquad \text{Punto: } (2, 4) \end{array}$$

Ejercicio nº 6.-

a) Escribe la ecuación de la recta, *r*, que pasa por el punto (3, –1) y es paralela a $y = 2x + 5$.

b) Halla la ecuación de la recta perpendicular a $y = -3x + 1$ que pasa por el punto (0, 0).

Solución:

a) Si son paralelas, tienen la misma pendiente:

$y = 2x + 5 \quad \rightarrow \quad m = 2$

Ecuación de *r*: $y = -1 + 2\,(x - 3) \quad \rightarrow \quad y = -1 + 2x - 6 \quad \rightarrow \quad y = 2x - 7$

b) $y = -3x + 1 \quad \rightarrow \quad m = -3$

Pendiente de la perpendicular $= \dfrac{-1}{m} = \dfrac{-1}{-3} = \dfrac{1}{3}$

Ecuación: $y = \dfrac{1}{3}x$